三体の慣性モーメントは 4 次元でだけ放物線を描き、回る正三角形はそこでエネルギー 0 になる

— D 次元の重力では Ï＝4E＋2(D−4)V が成り立ち、4 次元でだけ位置エネルギーの項が消えるので、負のエネルギーの三体は放物線の根より前に止まる — 分離子は、力の指数 n＝D−1 が 3 かどうか —

[論文1002]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

N 体の慣性モーメント I＝Σm|x|² の時間の二階微分 Ï は、運動エネルギーと位置エネルギーで書ける（ラグランジュ＝ヤコビの恒等式）。本稿は、場が広がる面が 3 次元で 4πr²、4 次元で 2π²r³ になるために力が r の D−1 乗に反比例する D 次元の重力で、この恒等式と三体の運動を数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、Ï＝4E＋2(D−4)V で、4 次元でだけ位置エネルギーの項が消える——力の関数から作った Ï と、位置エネルギーの関数から作った 4E＋2(D−4)V は、D＝3・4・5 の乱数の状態 20 個ずつで、相対差 8.882×10⁻¹⁶ 以内で一致した（第2節）。 第二に、回る正三角形のエネルギーは、4 次元で符号を変える——等しい質量の三つを辺 1 の正三角形に置いて回すと、エネルギーは 3(D−4)/(2(D−2)) で、3 次元で −1.500000、4 次元で 0、5 次元で 0.500000、8 次元で 1.000000 だった（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。4 次元の三体の慣性モーメントは、時間の放物線そのものをたどる——回る正三角形の速さを 0.99 倍にするとエネルギーは −0.029850 で、I が最初の 1 パーセントに落ちる時刻は 4.072212491 と、放物線の予言と全桁で一致した。積分は放物線の根 4.092728 の手前 4.092370 で止まり、そこでの I も放物線と 1.748861×10⁻⁴ で一致した（第4節）。 第四に、負のエネルギーの三体は、放物線の根より前に衝突で止まる——4 次元の乱数の三体五例は、I が放物線から相対差 1.362×10⁻¹² 以内のまま、根の 0.162020 倍から 0.853067 倍の時刻で、二体の距離が 10⁻³ まで縮んだ（第5節）。 第五に、3 次元の正三角形は、負のエネルギーでも回り続ける——3 次元の正三角形はエネルギー −1.500000 で、4 次元の規則なら I は 0.577350 で 0 になるはずだが、周期 3.627599 で 2 周するあいだ I は 3.215×10⁻¹² 以内で一定だった（第6節）。 第六に、分離子は、力の指数 n＝D−1 が 3 かどうかである——位置エネルギーの係数は 2(n−3)、正三角形のエネルギーは n−3 に比例し、どちらも n＝3 で 0 になる（第7節）。 キーワード：ラグランジュ＝ヤコビの恒等式、三体問題、慣性モーメント、ラグランジュの正三角形解、空間の次元、逆3乗の力。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ラグランジュ＝ヤコビの恒等式（ヤコビ）、ビリアル定理、ラグランジュの正三角形解（1772）、D 次元の重力が r の D−1 乗に反比例すること、逆 3 乗の力で円軌道が限界的になることは、いずれも既知である。実在の 4 次元を主張しない——D を動かして式と運動を数えるだけで、4 次元の重力の世界が在るとは言わない。衝突の先を扱わない——積分は、二体の距離が 10^{-3} まで縮むか、I が最初の 1 パーセントに落ちるか、積分器が刻みの限界で止まるところで止め、衝突の正則化や衝突のあとの運動は扱わない。特異点の種類を分けない——全衝突と、先に起きる二体の衝突を、放物線の根より前に止まるという一点でだけ数える。衝突ではない特異点が在るかどうかは扱わない。正三角形の形が保たれる条件を論じない——回る正三角形は 2 周期だけ回し、形がどれだけ保たれるかの条件は扱わない。5 次元の I の変化が 3 次元より大きい理由も調べていない。質量を限る——正三角形は等しい質量だけ、乱数の三体は 5 例だけを数えた。既刊との関係：論文490 の射程注記は、天体力学を作らず、円制限三体問題の内側だけを見ると書いた——本稿はその外、三つの質量がどれも効く三体の席に座る（先客なし）。論文01 は 3 次元で n＝2 を、論文08 は 4 次元で n＝3 を、球殻の質量の増え方が一定になる唯一の指数として示した——ここでは、同じ n＝D−1 が重力の力の指数として三体の慣性モーメントに入り、n＝3 で位置エネルギーの項が消えることを数える。論文116 は、プランク長の c^3 の 3 が時間の重みで、空間の次元は分母の 1/n（n＝d−1）に居ることを示した——ここでは、同じ n が位置エネルギーの係数 2(n−3) を決めることを数える。論文56 は、流束の保存が軌道の安定と一致する次元は d＝3 だけだと述べた——ここでは、一つ上の 4 次元で、形を保って回る正三角形のエネルギーが 0 になることを数える。加えたのは、恒等式を力の関数と位置エネルギーの関数から別々に作って三つの次元で突き合わせたこと、回る正三角形のエネルギーが 3(D−4)/(2(D−2)) で 4 次元に符号の境があることを六つの次元で示したこと、4 次元で I が放物線をたどり、予言の時刻に潰れることを積分で確かめたこと、乱数の三体が放物線の根より前に衝突で止まることを五例で数えたこと、3 次元と 5 次元の正三角形では 4 次元の規則が成り立たないことを示したことである。

1. 記法と問い

設定：D 次元の空間に質量 m_i の三体を置く。場が広がる面の面積は、単位球面で S_{D-1}（3 次元で 4π、4 次元で $2\pi^2$）なので、二体のあいだの力の大きさは Gm_im_j/r^{D-1}、位置エネルギーは $-Gm_im_j/((D-2)r^{D-2})$ とする。重心を原点に置き、慣性モーメントを $I=\sum_i m_i|x_i|^2$ とする。

$$\ddot I = 2\sum_i m_i\left(|v_i|^2 + x_i\cdot a_i\right) = 4T + 2\sum_i x_i\cdot F_i .$$

位置エネルギー V は r の $-(D-2)$ 次の同次関数なので $\sum_i x_i\cdot F_i=(D-2)V$ となり、$E=T+V$ を使うと次を得る。

$$\ddot I = 4E + 2(D-4)V .$$

問い：この恒等式で位置エネルギーが消える次元では、三体の運動に何が起きるか。そして他の次元とは何が違うか。

2. 恒等式

計算 2.1：質量 0.5〜2 と位置・速度を乱数で 20 組ずつ作り、力の関数から数値で作った $\ddot{I}$ と、位置エネルギーの関数から作った $4E + 2(D-4)V$ を比べた。

D	S_{D-1}	力	V の係数 $2(D-4)$	相対差の最大
3	12.566371	$1/r^2$	-2	8.882×10^{-16}
4	19.739209	$1/r^3$	0	2.555×10^{-16}
5	26.318945	$1/r^4$	$+2$	3.305×10^{-16}

> **観察 2.2**
>
> 4 次元でだけ位置エネルギーの項が消え、$\ddot{I} = 4E$ になる。3 次元では $\ddot{I} = 4E - 2V$ で、$V < 0$ が $\ddot{I}$ を押し上げる。5 次元では $\ddot{I} = 4E + 2V$ で、逆に押し下げる——4 次元では $I(t) = I_0 + \dot{I}_0 t + 2Et^2$ が運動の途中の衝突まで厳密に成り立つ。$E < 0$ なら放物線はいつか 0 を下回るので、運動はその前に止まらなければならない。

3. 回る正三角形

計算 3.1：等しい質量 1 の三体を辺 1 の正三角形に置き、中心向きの力 $\sqrt{3}Gm^2/a^{D-1}$ と遠心の釣り合う速さで回した（角速度はどの D でも 1.732051）。

D	エネルギー E	$3(D-4)/(2(D-2))$
3	-1.500000	-1.500000
4	0.000000	0.000000
5	0.500000	0.500000
6	0.750000	0.750000
7	0.900000	0.900000
8	1.000000	1.000000

> **観察 3.2**
>
> 回る正三角形のエネルギーは、4 次元で符号を変える。運動エネルギーは $(3/2)Gm^2/a^{D-2}$、位置エネルギーは $-3Gm^2/((D-2)a^{D-2})$ で、和は $D-4$ に比例する——3 次元の正三角形は束縛され、4 次元ではちょうど $E=0$、5 次元以上では正のエネルギーで回る。

4. 4 次元で速さを変える

計算 4.1：4 次元の正三角形の速さを 1 倍・0.99 倍・1.01 倍にして積分した（DOP853・相対許容 10^{-12}）。

速さ	E	見たもの	放物線 I_0+2Et^2 との差
1 倍	2.220446×10^{-16}	$t=10$ の $I=1.000000$	7.170×10^{-11}
0.99 倍	-0.029850	I が I_0 の 1 パーセントに落ちる時刻 4.072212491	4.074×10^{-12}
1.01 倍	0.030150	$t=10$ の $I=7.030000$	1.251×10^{-10}

> **観察 4.2**
>
> これが本稿の芯である。4 次元の三体の慣性モーメントは、時間の放物線そのものをたどる。0.99 倍では I が I_0 の 1 パーセントに落ちる時刻が 4.072212491 で、放物線の予言 4.072212491 と全桁で一致した——止めずに走らせると、積分器は放物線の根 4.092728 の 0.000358 手前、$t=4.092370$ で刻みが倍精度の間隔より小さくなって止まり、そこでの $I=1.748861\times10^{-4}$ も放物線の値 1.748861×10^{-4} と一致した。正三角形は、ほんの少し遅いだけで中心に向けて潰れ、少し速いと離れていく。

5. 4 次元の乱数の三体

計算 5.1：4 次元に質量・位置・速度が乱数の三体を置き、$E<0$ の五例を選んで、二体の距離が 10^{-3} まで縮むところで止めた。

例	E	I_0	放物線の根	止めた時刻	I の相対差の最大
1	-0.334297	5.060610	2.442948	1.562183	5.393×10^{-13}
2	-0.098366	14.202612	3.192558	2.723466	4.593×10^{-13}
3	-0.056191	7.508706	4.857038	4.113223	1.362×10^{-12}
4	-0.195875	18.811864	10.372401	1.680540	5.949×10^{-14}
5	-0.142467	5.522696	9.767905	7.139431	8.450×10^{-13}

> **観察 5.2**
>
> 負のエネルギーの三体は、放物線の根より前に衝突で止まる。止めた時刻と放物線の根の比は 0.639466・0.853067・0.846858・0.162020・0.730907 で、五例とも 1 より小さかった——I は負になれないので、放物線の根は運動が止まる時刻の上限を与える。五例とも、止めたのは二体の距離が 10^{-3} に縮んだところである。

6. 3 次元と 5 次元の正三角形

計算 6.1：辺 1 の正三角形を 3 次元と 5 次元で 2 周期まわした（周期はどちらも 3.627599）。

D	E	2 周期のあいだの I の変化の最大	4 次元の規則なら 2 周期後の I
3	-1.500000	3.215×10^{-12}	-156.913670
5	0.500000	6.842×10^{-8}	53.637890

> **観察 6.2**
>
> 3 次元の正三角形は、負のエネルギーでも回り続ける。4 次元の規則を当てはめると I は $t = 0.577350$ で 0 になるはずだが、3 次元の正三角形は周期 3.627599 で 2 周するあいだ I を一定に保った——3 次元では $-2V$ が $\ddot{I}$ を押し上げて $4E$ を打ち消し、5 次元では $+2V$ が押し下げて正の $4E$ を打ち消す。どちらも $\ddot{I} = 0$ で、放物線にはならない。5 次元の I の変化 6.842×10^{-8} は 3 次元の 3.215×10^{-12} より大きいが、2 周期のあいだ 10^{-6} の中にとどまった。

7. 分離子と、言わないこと

> **観察 7.1**
>
> 分離子は、力の指数 n＝D−1 が 3 かどうかである。力の指数を $n = D - 1$ と書くと、恒等式の位置エネルギーの係数は $2(n-3)$、回る正三角形のエネルギーは $3(n-3)/(2(n-1))$ で、どちらも $n = 3$ で 0 になる——3 次元の $n = 2$ では位置エネルギーの項が残るので、負のエネルギーの正三角形が I を一定に保てる。4 次元の $n = 3$ では I の曲がり方 $\ddot{I}$ がエネルギーだけで決まる。

> **観察 7.2**
>
> 言わないこと。4 次元の重力の世界が在るとは言わない。衝突のあとの運動、衝突の正則化、衝突ではない特異点が在るかどうかは扱っていない——回る正三角形の形が保たれる条件も扱っていない。$m = 4\pi$ との関係は、場が広がる面の面積が力の指数を決めるところまでで、それ以上の数の一致は主張しない。

8. 点呼と結び

1. $\ddot{I} = 4E + 2(D-4)V$ の相対差 8.882×10^{-16} 以内（計算 2.1）：力と位置エネルギーを別々に作って一致。
2. 正三角形のエネルギー -1.500000・0・0.500000（計算 3.1）：4 次元で符号が変わる。
3. 0.99 倍のエネルギー -0.029850（計算 4.1）：4 次元の正三角形は少し遅いと潰れる。
4. 潰れる時刻 4.072212491 が予言と全桁一致（観察 4.2）：本稿の芯。
5. 根 4.092728 の手前 4.092370 で $I = 1.748861 \times 10^{-4}$（観察 4.2）：止まる直前まで放物線。
6. 乱数の五例が根の 0.162020〜0.853067 倍で止まる（観察 5.2）：根は止まる時刻の上限。
7. 3 次元の正三角形は $t = 0.577350$ を越えて 2 周する（観察 6.2）：4 次元の規則は成り立たない。
8. 周期 3.627599（計算 6.1）：3 次元でも 5 次元でも $\ddot{I} = 0$。
9. 1.01 倍で $t = 10$ の $I = 7.030000$（計算 4.1）：正のエネルギーでは放物線をたどって離れる。
10. 力の指数 $n = D - 1$ が 3 かどうか（観察 7.1）：分離子・論文490・01・08・116・56。

結び：三体の慣性モーメントは 4 次元でだけ放物線を描き、回る正三角形はそこでエネルギー 0 になる。D 次元の重力では Ï＝4E＋2(D−4)V が成り立ち、力の関数と位置エネルギーの関数から別々に作っても相対差 8.882×10⁻¹⁶ 以内で一致した——回る正三角形のエネルギーは 3(D−4)/(2(D−2)) で、3 次元で負、4 次元で 0、5 次元以上で正になる。4 次元で正三角形を 0.99 倍の速さにすると、I が最初の 1 パーセントに落ちる時刻 4.072212491

は放物線の予言と全桁で一致し、乱数の三体五例は放物線の根の 0.162020〜0.853067 倍の時刻で衝突に至った——3 次元の正三角形は、負のエネルギーでも I を一定に保って回り続ける。分離子は、力の指数 n＝D−1 が 3 かどうかである。既刊との位置——論文01 と論文08 は、3 次元の n＝2 と 4 次元の n＝3 を球殻の質量が一定に増える指数として、論文116 は空間の次元が分母の 1/n（n＝d−1）に居ることを、論文56 は流束の保存が軌道の安定と一致する次元は d＝3 だけだと示した。ここでは、同じ n が三体の慣性モーメントの式から位置エネルギーを消す次元を決め、4 次元では I の曲がり方がエネルギーだけで決まることを数えた。正直に言えば——4 次元の重力の世界が在るとは言っておらず、衝突の先や衝突ではない特異点、正三角形の形が保たれる条件は扱っていない。数値で確かめた三体は、等しい質量の正三角形と乱数の五例だけである。

参考文献

1. Ehrenfest, P. (1917). In what way does it become manifest in the fundamental laws of physics that space has three dimensions? *Proceedings of the Amsterdam Academy*.
2. Goldstein, H., Poole, C., & Safko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). Addison-Wesley.
3. Jacobi, C. G. J. (1866). *Vorlesungen über Dynamik*. Reimer.
4. Lagrange, J.-L. (1772). Essai sur le problème des trois corps. *Prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris*.
5. 山岸勇輝 (2026). 『球対称密度分布における $\boldsymbol{n=2}$ の唯一性定理』[論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. 山岸勇輝 (2026). 『n=3唯一性定理とホップファイブレーションに基づく 4次元ポアンカレ予想とエキゾチック構造の構造的解釈』[論文08]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404419
7. 山岸勇輝 (2026). 『$\boldsymbol{4\pi}$ パッチの構造的考察』[論文56]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597500
8. 山岸勇輝 (2026). 『$\boldsymbol{c}$ の冪は、何を数えているか』[論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
9. 山岸勇輝 (2026). 『山の頂上に、物が留まっている』[論文490]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22760033

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)