臨界質量は皮と中身の釣り合いで決まり、立方体の割り増しは表面積の係数と一致しない

— 一群拡散の裸の球では、皮から漏れる分と中身で増える分の比が臨界半径との比の二乗になり、立方体の臨界体積の割り増し 1.240490 は同じ体積の表面積の係数 1.240701 より小さい — 分離子は、形の重さを決めるのが表面積か、最初の固有値か — [論文1007]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

核分裂の連鎖反応が続くかどうかは、中性子が中身で増える分と、皮から漏れる分の釣り合いで決まる。本稿は、一群拡散の裸の炉心（反射体も外挿距離も置かず、長さを拡散距離 L で測り、材料は無限増倍率 k_∞ だけで表す）で、この釣り合いを数え、形を替えたときの臨界体積を表面積の係数と比べる。新しい定理も法則も主張せず、実在の燃料の値は使わない。 第一に、球の臨界は、最初の固有値 B と半径 R の積が π になるところである——差分 1600 点で B R は **3.141592150** で、臨界半径は π L を $k_\infty-1$ の平方根で割った値、$k_\infty=2$ で **3.141593** L、1.5 で **4.442883** L だった（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。皮から漏れる分と中身で増える分の比は、臨界半径との比の二乗になる——漏れる分を表面の傾きから、増える分を体積の積分から別々に数えると、半径が臨界の 0.5・1・2 倍で比は 4・1・0.25 になり、臨界半径との比の二乗と相対差 1.735×10^{-16} 以内で一致した（第3節）。 第三に、立方体の臨界体積は球の **1.240490** 倍で、表面積の係数 **1.240701** と一致しない——立方体の最初の固有値は三次元の疎行列でも一次元の三倍でも同じで、臨界体積の比は $9\sqrt{3}/(4\pi)$。同じ体積での表面積の係数（$6/\pi$ の立方根）はそれより 0.000211 大きく、相対差は 1.701×10^{-4} だった（第4節）。 第四に、円柱では、臨界に最も得な形と表面積が最も小さい形が違う——臨界体積が最小になる円柱は高さ/直径が **0.923743** で球の **1.141775** 倍、表面積が最小の円柱は高さ＝直径である。臨界が最小の形での表面積の係数は **1.145522** で、臨界の比より 0.003747 大きい（第4節）。 第五に、密度を 2 倍にすると臨界質量は 4 分の 1 になる——断面積が密度に比例し拡散係数が反比例すると、拡散距離と臨界半径は半分になり、臨界質量は **0.250000** 倍だった（第5節）。 第六に、分離子は、形の重さを決めるのが表面積か、最初の固有値か——皮と中身の釣り合いは表面積と体積の言葉で書けるが、形を替えたときの臨界体積を決めるのは最初の固有値で、表面積の係数とは小数第四位でずれる（第6節）。 キーワード：臨界質量、一群拡散、バックリング、表面積と体積、ベッセル関数の零点、形の最適化。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——一群拡散理論、材料と形のバックリング、裸の球の臨界条件 **B R＝π**、立方体と円柱のバックリング、ベッセル関数の零点、臨界質量が密度の二乗に反比例すること、等周不等式は、いずれも既知である。実在の燃料の値を出さない——一群定数を使わず、長さは拡散距離 **L**、材料は **k∞** だけで表した。炉の物理を広げない——反射体、外挿距離、多群や輸送の扱い、遅発中性子、制御は入れない。臨界でない大きさの比の意味を限る——臨界でない半径での漏れる分と増える分の比は、基本の形を仮定した比で、そのとき中性子の数は時間とともに増えるか減る。既刊との関係：論文**326** の射程注記は、形の最適化をせず、どの形が有利かは扱わず係数の幅だけを示すと書いた——本稿はその席に座り、臨界体積で形を比べ、表面積の係数と臨界の係数が一致しないことを数える（先客なし）。論文**326** は、二乗三乗の関係が恒等式であり、同じ体積での表面積の係数が球 **1**・立方体 **1.240701**・正四面体 **1.490004** であることを示した——ここでは、立方体の臨界体積の比 **1.240490** が、その係数と小数第四位でずれることを数える。論文**12** は、**4πc²** が半径 **c** の球の表面積と同じ形をしていることを読み、境界のエネルギーと体積のエネルギーを並べた——ここでは、中性子の皮と中身を、漏れる分と増える分として数える。論文**465** は、冷え方では材質を替えるより小さくするほうが四十倍効くことを示した——ここでは、臨界では小さくすると漏れる分の比が半径の二乗に反比例して増えることを数える。論文**730** は、円筒の断熱では熱伝導率を表面熱伝達率で割った臨界半径があることを示した——ここでは、中性子の臨界半径が **π L** を **k∞−1** の平方根で割った値であることを数える。論文**52** は、ホーキング温度が宇宙背景放射の温度に等しくなるブラックホールの臨界質量を示した——同じ臨界質量の語だが、ここでの釣り合いは中性子の漏れと増えで、別のものである。加えたのは、漏れる分と増える分を表面の傾きと体積の積分から別々に数え、比が臨界半径との比の二乗になることを確かめたこと、立方体と円柱の最初の固有値を差分で確かめ、臨界体積の比を出したこと、臨界体積の比と同じ体積での表面積の係数を並べ、一致しないことを示したこと、密度を替えたときの臨界質量の減り方を数えたことである。

1. 記法と問い

設定：一群拡散の定常の式は $D\nabla^2\phi + (\nu\Sigma_f - \Sigma_a)\phi = 0$ で、拡散距離 $L^2 = D/\Sigma_a$ と無限増倍率 $k_\infty = \nu\Sigma_f/\Sigma_a$ を使うと $\nabla^2\phi + B_m^2\phi = 0$、$B_m^2 = (k_\infty - 1)/L^2$ になる。裸の炉心の形が決める最初の固有値 B が B_m に等しいとき臨界で、球では $\phi \propto \sin(Br)/r$、$BR = \pi$ である。単位は $L = 1$・$\Sigma_a = 1$（$D = 1$）とする。

問い：臨界は皮と中身のどんな釣り合いか。形を替えたときの臨界体積の割り増しは、同じ体積での表面積の係数に等しいか。

2. 球の固有値と臨界半径

計算 **2.1**：半径 **1** の球で $u = r\phi$ の差分の最初の固有値を出し、k_∞ から臨界半径を出した。

量	値
差分 400 点の BR	**3.141584619**
差分 1600 点の BR	**3.141592150**
$k_\infty = 2$ の臨界半径	**3.141593**
$k_\infty = 1.5$ の臨界半径	**4.442883**
臨界体積の比（1.5 と 2）	**2.828427**

> **観察 2.2**
>
> 球の臨界は、最初の固有値 B と半径 R の積が π になるところである。差分の BR は格子を細かくすると π に近づき、臨界半径は $\pi L/\sqrt{k_\infty - 1}$、臨界体積は $(k_\infty - 1)$ の $-3/2$ 乗に比例した——k_∞ を 2 から 1.5 に下げると、同じ密度で臨界質量は **2.828427** 倍になる。

3. 皮と中身

計算 3.1：$k_\infty = 2$ で、基本の形 $\sin(\pi r/R)/r$ について、皮から漏れる分 $-D\phi'(R)\cdot 4\pi R^2$ と、中身で増える分 $(k_\infty - 1)\Sigma_a \int_0^R \phi 4\pi r^2 dr$ を別々に数えた。

R/R_c	漏れる分	増える分	比	$(R_c/R)^2$
0.50	39.478417604	9.869604401	4.000000000	4.000000000
0.80	39.478417604	25.266187267	1.562500000	1.562500000
1.00	39.478417604	39.478417604	1.000000000	1.000000000
1.25	39.478417604	61.685027507	0.640000000	0.640000000
2.00	39.478417604	157.913670417	0.250000000	0.250000000

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。皮から漏れる分と中身で増える分の比は、臨界半径との比の二乗になる。五つの半径で比は $(R_c/R)^2$ と相対差 1.735×10^{-16} 以内で一致し、半径が臨界に等しいときだけ 1 になった——基本の形の漏れる分は半径によらず 39.478417604 で、増える分が半径とともに増える。臨界の球（$k_\infty = 2$）の表面積は 124.025107、体積は 129.878788、表面積と体積の比は $3/R_c = 0.954930$ である。

4. 形を替える

計算 4.1：一辺 1 の立方体の最初の固有値を、内部 30^3 点の三次元の疎行列と、一次元の固有値の三倍の二通りで出した。どちらも $B^2 = 29.583481$（$3\pi^2 = 29.608813$）だった。円柱の半径方向は、差分 3000 点で最初の固有値の平方根 2.404826 がベッセル関数の最初の零点 2.404826 に一致した。

形	臨界の形	球との臨界体積の比	同じ体積での表面積の係数
球	$BR = \pi$	1	1
立方体	一辺 $\sqrt{3}\pi/B = 5.441398$	1.240490	1.240701
円柱（臨界が最小）	高さ/直径 0.923743	1.141775	1.145522
円柱（高さ＝直径）	表面積が最小		1.144714

> **観察 4.2**
>
> 立方体の臨界体積の割り増しは、表面積の係数と一致しない。立方体の臨界体積の比は $9\sqrt{3}/(4\pi) = 1.240490$、同じ体積での表面積の係数は $(6/\pi)^{1/3} = 1.240701$ で、差は 0.000211、相対差は 1.701×10^{-4} だった——円柱では、臨界体積が最小の形（高さ/直径 0.923743）と表面積が最小の形（高さ＝直径）が違い、臨界が最小の形での表面積の係数 1.145522 は臨界の比 1.141775 より 0.003747 大きい。表面積で形の重さを見積もると、立方体では小数第四位、円柱では小数第三位でずれる。

5. 密度を変える

計算 5.1：断面積を密度に比例、拡散係数を反比例させて臨界質量を出した（$k_\infty = 2$）。

密度	拡散距離	臨界半径	臨界質量
0.5 倍	2.000000	6.283185	519.515152
1.0 倍	1.000000	3.141593	129.878788
2.0 倍	0.500000	1.570796	32.469697

> **観察 5.2**
>
> 密度を 2 倍にすると臨界質量は 4 分の 1 になる。拡散距離と臨界半径は密度に反比例し、臨界質量は密度の二乗に反比例して **0.250000** 倍になった——同じ量の材料でも、詰めると皮から漏れる分の比が下がる。

6. 分離子と、言わないこと

> **観察 6.1**
>
> 分離子は、形の重さを決めるのが表面積か、最初の固有値か。皮と中身の釣り合いは表面積と体積の言葉で書け、球では比が $(R_c/R)^2$ になる——形を替えたときの臨界体積を決めるのは最初の固有値で、同じ体積での表面積の係数とは立方体で 0.000211、円柱で 0.003747 ずれる。表面積が最小の形と、臨界体積が最小の形も一致しない。

> **観察 6.2**
>
> 言わないこと。実在の燃料の臨界質量の値は出さない。反射体、外挿距離、多群や輸送、遅発中性子、制御は入れていない——臨界でない半径の比は基本の形を仮定した比で、そのとき中性子の数は時間で増減する。ブラックホールの臨界質量とは、語が同じだけである。

7. 点呼と結び

1. 球の $BR = \mathbf{3.141592150}$（差分 1600 点）（計算 2.1）：臨界は $BR = \pi$。
2. 臨界半径 $\mathbf{3.141593}$（$k_\infty = 2$）・$\mathbf{4.442883}$（1.5）（計算 2.1）：$\pi L/\sqrt{k_\infty - 1}$。
3. 漏れる分と増える分の比 **4・1・0.25**（計算 3.1）：本稿の芯。臨界半径との比の二乗。

4. 相対差 1.735×10^{-16}（観察 3.2）：表面の傾きと体積の積分を別々に数えて一致。
5. 立方体の臨界体積の比 **1.240490** と表面積の係数 **1.240701**（計算 4.1）：差 **0.000211**。
6. 円柱の臨界が最小の高さ/直径 **0.923743**・比 **1.141775**（計算 4.1）：表面積が最小の形と違う。
7. 密度 **2** 倍で臨界質量 **0.250000** 倍（計算 5.1）：密度の二乗に反比例。
8. 表面積か最初の固有値か（観察 6.1）：分離子・論文**326**・**12**・**465**・**730**・**52**。

結び：臨界質量は皮と中身の釣り合いで決まり、立方体の割り増しは表面積の係数と一致しない。一群拡散の裸の球では最初の固有値と半径の積が π のときが臨界で、皮から漏れる分と中身で増える分を別々に数えた比は、臨界半径との比の二乗と相対差 **1.735×10⁻¹⁶** 以内で一致した——半径が臨界の半分なら漏れは増えの **4** 倍、**2** 倍なら **4** 分の **1** である。立方体の臨界体積は球の **1.240490** 倍で、同じ体積での表面積の係数 **1.240701** より **0.000211** 小さく、円柱では臨界に最も得な高さ/直径 **0.923743** が表面積の最も小さい高さ＝直径と違った——密度を **2** 倍にすると臨界質量は **0.250000** 倍になる。分離子は、形の重さを決めるのが表面積か、最初の固有値かである。既刊との位置——論文**326** は同じ体積での表面積の係数を並べて形の最適化をしないとし、論文**12** は境界と体積のエネルギーを、論文**465** は小さくする効きを、論文**730** は断熱の臨界半径を、論文**52** はブラックホールの臨界質量を示した。ここでは、中性子の皮と中身の釣り合いで臨界を数え、形の重さが表面積の係数ではなく最初の固有値で決まることを示した。正直に言えば——実在の燃料の値、反射体、外挿距離、多群や輸送は扱っておらず、臨界でない半径の比は基本の形を仮定した比である。

参考文献

1. Lamarsh, J. R., & Baratta, A. J. (2001). *Introduction to Nuclear Engineering* (3rd ed.). Prentice Hall.
2. 山岸勇輝 (2026).『境界エネルギーから体積エネルギーへ』[論文12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
3. 山岸勇輝 (2026).『山岸・絶対零度待機とホーキング相転移理論』[論文52]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21603034
4. 山岸勇輝 (2026).『二乗三乗の「法則」は、法則ではなく恒等式である』[論文326]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22209992
5. 山岸勇輝 (2026).『材質を変えるより、小さくするほうが四十倍効く』[論文465]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22733260
6. 山岸勇輝 (2026).『重ね着の一枚目と二枚目は値打ちが違う。分母に、脱げない抵抗が居座っているからである』[論文730]. Zenodo.

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)