空の青は分子を置いても置かなくても同じ数を返し、置かない式は臨界点で発散する

— 550 nm の空気で、分子を独立に置くレイリーの式と密度のゆらぎだけで書くアインシュタインの式はどちらも 1 メートルあたり 1.039926×10⁻⁵ の減衰係数を返し、置かない式は kT κ_T を通して分子の数を返す。水では二つの道が 0.096418 倍に分かれ、臨界点ではゆらぎの式が 4(1+ε)/(9ε) 倍に発散する — 分離子は、散らすものを分子と数えるか、ゆらぎと数えるか — [論文1023]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

空が青いのは、空気が短い波長の光をよく散らすからである。レイリー（1899）は分子を独立な散乱体として置いてこれを数え、アインシュタイン（1910）は分子を置かず、密度のゆらぎと等温圧縮率だけで同じ現象を書いた。本稿は、二つの式が空気で同じ数を返すこと、分子を置かない式が圧縮率を通して分子の数を返すこと、水では二つが分かれること、臨界点で置かない式が発散することを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。二つの道は空気で同じ数を返す——550 nm・標準状態で、分子を置く道の減衰係数は 1 メートルあたり 1.039926×10^{-5}、ゆらぎの道も 1.039926×10^{-5} で、比は 1.000000000000 だった。散乱の長さは 96.160661 km、尺度高 8 km の大気の光学的厚さは 0.083194、透過率は 0.920173 である（第2節）。 第二に、分子を置かない式が、分子の数を返す——ゆらぎの式に入るのは kT κ_T だけで、理想気体ではこれが 1/N（3.721900×10^{-26} m³）に等しい。ゆらぎの道の減衰係数から数密度を逆算すると 2.686800×10^{25} /m³ に戻り、アボガドロ数に直せば 6.022185×10^{23} である。空の青は、分子を仮定しなくても分子を数える（第2節）。 第三に、水では二つの道が分かれる——分子を独立に置くと散乱の長さは 61.243631 m、ゆらぎの道では 635.188804 m で、比は 0.096418 である。水の kT κ_T は理想気体の 1/N の 0.060832 倍しかなく、屈折率の入り方（ローレンツ＝ローレンツの 0.978075 対 0.776889）も違う。分子が独立でないとき、正しいのはゆらぎの側である（第3節）。 第四に、臨界点ではゆらぎの式が発散する——ファン・デル・ワールスの臨界等容線で、等温圧縮率は理想気体の 4(1+ε)/(9ε) 倍（ε は臨界温度からのずれの割合）で、ε＝0.1・0.01・0.001 で 4.888889・44.888889・444.888889 倍、二酸化炭素の臨界温度の 0.3 K 上で 451.007407 倍になる。液体が白く濁る臨界乳光は、空の青と同じ式の分母が 0 に近づく側である（第4節）。 第五に、二つの道は論文300 の基準で同根である——同じ数を返すだけでなく、kT κ_T＝1/N という一つの等式が両方を結び、その等式が破れる水では数も 0.096418 倍に分かれる（第5節）。 第六に、分離子は、散らすものを分子と数えるか、ゆらぎと数えるか——空気ではどちらでも同じ、水では分子と数えると 10 倍外れ、臨界点では分子と数える式に発散の出る場所が無い（第5節）。 キーワード：レイリー散乱、密度のゆらぎ、等温圧縮率、臨界乳光、アボガドロ数、空の青。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——レイリー散乱の波長の 4 乗の逆数則と分子による散乱の式（レイリー 1899）、密度のゆらぎによる散乱の式と臨界乳光の理論（スモルコフスキー 1908、アインシュタイン 1910）、理想気体の等温圧縮率が 1/p であること、ローレンツ＝ローレンツの式、ファン・デル・ワールスの状態方程式の臨界点は、いずれも既知である。偏光解消を入れない——空気の分子の非等方性による補正（キング因子）は入れず、等方な分子として数える。実在の空を主張しない——エアロゾル、多重散乱、大気の密度の分布は入れず、尺度高 8 km と屈折率 $1+2.78\times10^{-4}$、ロシュミット数は代表値である。水の測定値と比べない——水の屈折率 1.333・等温圧縮率 4.5×10^{-10} /Pa・数密度は代表値で、測られた散乱係数との一致を主張しない。臨界指数を入れない——発散は平均場（ファン・デル・ワールス）の 1/ε で数え、実在の流体の指数は入れない。発散が相関長が波長を超えると止まること（オルンシュタインとゼルニケ）は名指すにとどめる。既刊との関係：論文544 の射程注記は、十三通りを再現しない、ペランの用いた方法を一つずつ辿ってはおらず、いま計算できる三つの道だけを組んだと書いた——本稿はその席に座り、空の青の道を、分子を置く形と置かない形の二通りで組んで同じ数に戻す（先客なし）。論文670 は、緑閃光に分散だけでなく散乱も要ることを、レイリー散乱の波長依存を既知として示した——ここでは、その波長の 4 乗の逆数則の係数を二つの道から出す。論文249 は、拡散が捕らえる 4π と場が広がる 4π が同じ根であることを示した——ここでは、分子の散乱とゆらぎの散乱が同じ根であることを、等式が破れる場合まで含めて数える。論文300 は、同根か別根かが判定できることを示した——ここでは、その基準を空の青の二つの式に当てる。加えたのは、二つの道の減衰係数を三つの波長で一致させたこと、ゆらぎの道から数密度を逆算して戻したこと、水で二つの道が分かれる比を出したこと、臨界等容線の圧縮率の倍率を閉じた式と数値で一致させたことである。

1. 記法と問い

設定：波長 λ の光が、屈折率 n・数密度 N の媒質を通るときの散乱による減衰係数 α を見る。分子を独立な散乱体として置くレイリーの式は

$$\alpha_{\mathrm{mol}} = \frac{8\pi^3}{3}\,\frac{(n^2-1)^2}{N\lambda^4}$$

で、分子を置かず密度のゆらぎだけで書くアインシュタインの式は

$$\alpha_{\mathrm{fl}} = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4}\left(\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)^2 kT\,\kappa_T$$

である（$\varepsilon=n^2$、κ_T は等温圧縮率）。理想気体では $\varepsilon-1$ が密度に比例し、$\kappa_T = 1/p = 1/(NkT)$ なので、$kT\kappa_T = 1/N$ である。

問い：二つの式は同じ数を返すか。返すなら、分子を置かない式はどこで分子を数えているか。分かれるのはどこか。

2. 空気：二つの道は同じ数を返す

計算 2.1：標準状態（273.15 K・数密度 2.6868×10^{25} /m³・圧力 101325.750032 Pa）の空気で、$n-1 = 2.78 \times 10^{-4}$ を置いて三つの波長で二つの式を計算した。

波長	分子の道 α（/m）	ゆらぎの道 α（/m）	比	散乱の長さ $1/\alpha$
450 nm	2.320616×10^{-5}	2.320616×10^{-5}	1.000000000000	43.092008 km
550 nm	1.039926×10^{-5}	1.039926×10^{-5}	1.000000000000	96.160661 km
650 nm	5.330892×10^{-6}	5.330892×10^{-6}	1.000000000000	187.585864 km

尺度高 8000 m の大気の光学的厚さは 550 nm で 0.083194、透過率は 0.920173、450 nm と 650 nm の散乱の比は $(650/450)^4 = 4.353147$ である。

計算 2.2：ゆらぎの道の $kT\kappa_T$ は 3.721900×10^{-26} m³ で、$1/N$ と一致する。ゆらぎの道の α から N を逆算すると 2.686800×10^{25} /m³ に戻り、モル体積 22.41396954 L を掛けると 6.022185×10^{23} である。

> **観察 2.3**
>
> これが本稿の芯である。分子を置かない式が、分子の数を返す。ゆらぎの式に分子は書かれていない。それでも圧縮率を通して $1/N$ が入り、空の明るさから分子の数が出る——アインシュタインが 1910 年に、この式で空の青とアボガドロ数を導けると書いたのはこのことである。

3. 水：二つの道は分かれる

計算 3.1：水（293.15 K・屈折率 1.333・数密度 3.34×10^{28} /m³・等温圧縮率 4.5×10^{-10} /Pa）で同じ二つの式を計算した。ゆらぎの道では $\rho\partial\varepsilon/\partial\rho$ をローレンツ＝ローレンツの式 $(n^2-1)(n^2+2)/3 = 0.978075$ で置き、分子の道では $n^2 - 1 = 0.776889$ である。

道	α（/m）	散乱の長さ $1/\alpha$
分子を独立に置く	1.632823×10^{-2}	61.243631 m
ゆらぎで書く	1.574335×10^{-3}	635.188804 m

比（ゆらぎ÷分子）は 0.096418 で、水の $kT\kappa_T$（1.821318×10^{-30} m³）は理想気体の $1/N$（2.994012×10^{-29} m³）の 0.060832 倍である。空気の散乱の長さ 96.160661 km に対し、水は 635.188804 m で、比は 151.389099 である。

> **観察 3.2**
>
> 分子が独立でないとき、二つの道は分かれる。水の分子は押し合っていて、密度のゆらぎは独立な分子のポアソンのゆらぎより小さい——分子を独立に置く式は、そのぶん散乱を 10 倍余計に数える。

4. 臨界点：ゆらぎの式は発散する

計算 4.1：ファン・デル・ワールスの状態方程式で、臨界体積に固定して温度を臨界温度の $(1+\varepsilon)$ 倍に置くと、等温圧縮率÷理想気体の等温圧縮率は $4(1+\varepsilon)/(9\varepsilon)$ になる。数値で出した比と閉じた式は $\varepsilon = 0.1$・0.01・0.001 で 4.888889・44.888889・444.888889 と 10^{-9} 以内で一致した。二酸化炭素（臨界温度 304.13 K）の 0.3 K 上では $\varepsilon = 0.000986$ で 451.007407 倍である。

> **観察 4.2**
>
> 臨界乳光は、空の青と同じ式の分母が 0 に近づく側である。分子を独立に置く式には発散の出る場所が無い——発散は κ_T に在り、平均場では $1/\varepsilon$ で伸びる。実在の流体では相関長が波長を超えると発散が止まるが（オルンシュタインとゼルニケ）、本稿はそこに入らない。

5. 分離子と、言わないこと

> **観察 5.1**
>
> 二つの道は、論文300 の基準で同根である。同じ数を返すだけなら偶然でも起こる。ここでは $kT\kappa_T = 1/N$ という一つの等式が二つを結び、その等式が破れる水では数も 0.096418 倍に分かれる——結ぶ等式と、破れる場所の両方が示せる。

> **観察 5.2**
>
> 分離子は、散らすものを分子と数えるか、ゆらぎと数えるか。空気ではどちらでも同じ、水では分子と数えると外れ、臨界点では分子と数える式に発散の出る場所が無い——偏光解消、エアロゾル、多重散乱、水の測定値との比較、臨界指数には入らない。

6. 点呼と結び

1. 二つの道の減衰係数 $\mathbf{1.039926 \times 10^{-5}}$・比 $\mathbf{1.000000000000}$・散乱の長さ $\mathbf{96.160661}$ km（計算 2.1）：本稿の芯。
2. $\boldsymbol{kT\kappa_T = 3.721900 \times 10^{-26}}$ m³・逆算した数密度 $\mathbf{2.686800 \times 10^{25}}$・アボガドロ数 $\mathbf{6.022185 \times 10^{23}}$（計算 2.2）：置かない式が分子を数える。
3. 光学的厚さ $\mathbf{0.083194}$・透過率 $\mathbf{0.920173}$（計算 2.1）：空気の値。
4. 水の散乱の長さ $\mathbf{61.243631}$ m と $\mathbf{635.188804}$ m・比 $\mathbf{0.096418}$・$\mathbf{0.060832}$・$\mathbf{0.978075}$・$\mathbf{0.776889}$（計算 3.1）：分かれる。
5. 臨界等容線の倍率 $\mathbf{4.888889}$・$\mathbf{44.888889}$・$\mathbf{444.888889}$・二酸化炭素 $\mathbf{451.007407}$（計算 4.1）：発散。
6. 分子と数えるか、ゆらぎと数えるか（観察 5.2）：分離子・論文544・670・249・300。

結び：空の青は分子を置いても置かなくても同じ数を返し、置かない式は臨界点で発散する。550 nm の空気で、分子を独立に置くレイリーの式とゆらぎだけで書くアインシュタインの式はどちらも 1 メートルあたり 1.039926×10^{-5} の減衰係数を返し、置かない式は kT κ_T＝1/N を通して数密度 2.686800×10^{25} /m³ を返す。水では二つの道が 0.096418 倍に分かれ、臨界点ではゆらぎの式が $4(1+\varepsilon)/(9\varepsilon)$ 倍に発散する——結ぶ等式と破れる場所の両方が在るので、二つは同根である。分離子は、散らすものを分子と数えるか、ゆらぎと数えるかである。既刊との位置——論文670 は緑閃光にレイリー散乱の波長依存が要ることを、論文249 は拡散の 4π と場の 4π が同じ根であることを、論文300 は同根か別根かが判定できることを示した。ここでは、論文544 が組まなかった空の青の道を二通りで組み、同じ数に戻した。正直に言えば——実在の空も水も臨界点の流体も、代表値でしか数えていない。

参考文献

1. Einstein, A. (1910). Theorie der Opaleszenz von homogenen Flüssigkeiten und Flüssigkeitsgemischen in der Nähe des kritischen Zustandes. *Annalen der Physik*.
2. Rayleigh, Lord (1899). On the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky. *Philosophical Magazine*.

3. Smoluchowski, M. (1908). Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen. *Annalen der Physik*.
4. 山岸勇輝 (2026).『拡散が捕らえる 4π は、場が広がる 4π と同じ根である』[論文249]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22160409
5. 山岸勇輝 (2026).『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
6. 山岸勇輝 (2026).『十三通りが同じ数を返していたのに、いまその数は定義になっている』[論文544]. Zenodo.
7. 山岸勇輝 (2026).『緑が残るのは、緑が最もずれるからではない——二つの機構が要る』[論文670]. Zenodo.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)