回る円板の空間の曲率は $-3\Omega^2/c^2$ で、速度空間の $-1/c^2$ とは引数が違う

— 回転系の空間の計量のガウス曲率は中心で $-3\Omega^2/c^2$、Ω を 0 にすれば消える。縁が光速の 0.5 倍で回る円板の周÷直径は $\pi\gamma = 3.627599$、面積はユークリッドの 1.071797 倍で、周ほどは伸びない。速度空間の曲率 $-1/c^2$ は Ω を含まず単位も違う — 分離子は、曲げているのが回転か、速度の合成か — [論文1027]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

回る円板の周は直径の π 倍より長い（エーレンフェスト 1909）。アインシュタインはこの円板を、重力の下で幾何がユークリッドでなくなることの手がかりに使った。本稿は、回転系の空間の計量のガウス曲率を記号計算と数値微分の二つの道で出し、周と面積の伸びを数え、本体系が速度空間に見てきた負の曲率 $-1/c^2$ と並べる。新しい定理も法則も主張せず、エーレンフェストのパラドックスを解いたとも言わない。 第一に、これが本稿の芯である。回る円板の空間の曲率は $-3\Omega^2/c^2$ で、回転を止めれば消える——計量 $dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2/(1-\Omega^2 r^2/c^2)$ のガウス曲率は $K(r) = -3\Omega^2 c^2/(c^2-\Omega^2 r^2)^2$ で、中心で $-3\Omega^2/c^2$、$\Omega = 0$ で 0 である。記号計算と数値微分は 6 点で 3×10^{-8} 以内で一致した（第2節）。 第二に、周は γ 倍伸びる——縁が光速の β 倍で回る円板の周÷直径を数値積分すると $\pi\gamma$ に 10 の −9 乗以内で一致し、$\beta = 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.9$ で **3.157419**・**3.627599**・**7.207308**（π の **1.005038**・**1.154701**・**2.294157** 倍）である（第3節）。 第三に、面積は周ほどは伸びない——面積÷πR^2 は $2(1-\sqrt{(1-\beta^2)})/\beta^2$ で、$\beta = 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.9$ で **1.002513**・**1.071797**・**1.392864** と、いずれも 1 より大きく γ より小さい（第3節）。 第四に、曲率半径は縁の速さで決まる——中心の曲率半径 $c/(\sqrt{3}\,\Omega)$ は、縁が $\beta = 0.5$ で回るとき円板の半径の **1.154701** 倍、$\beta = 0.1$ で **5.773503** 倍で、縁が $\beta = 1/\sqrt{3} = 0.577350$ で回るとき円板の半径に等しい。面積 0.01 の小さな三角形の角の和は π より **0.007500** だけ小さい（双曲的）（第4節）。 第五に、速度空間の $-1/c^2$ とは、分母は同じでも引数と単位が違う——速度空間の曲率は Ω を含まず、単位は 1/速度² である。円板の曲率は 1/長さ² で、Ω^2 に比例する。結ぶ等式が無いので、論文300 の基準では同根とは言えない（第5節）。 第六に、分離子は、曲げているのが回転か、速度の合成か——円板を曲げているのは回転で、速度空間を曲げているのは速度の合成である。同じ負の曲率でも、止めれば消えるものと消えないものがある（第5節）。 キーワード：回転する円板、ガウス曲率、エーレンフェストのパラドックス、回転系の計量、速度空間、双曲幾何。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——回る円板の周が直径の π 倍より長いこと（エーレンフェスト 1909）、回転系の空間の計量（ランダウとリフシッツ）、アインシュタインが一般相対論への道でこの円板を使ったこと（1916）、ボルンの剛体の条件は、いずれも既知である。エーレンフェストのパラドックスを解かない——円板を剛体として回し始められるか、円周上の同時性をどう決めるかは主題ではない。回っている状態の空間の計量を前提として置く。場の方程式に入らない——回転系は平坦な時空の座標変換であり、重力の場の方程式は使わない。曲がっているのは空間の計量であって時空ではない。速度空間の曲率を導かない——$-1/c^2$ は論文60・66 の結果を引くだけである。値は例である——縁の速さ $\beta = 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.9$ は比べるための値で、実在の回転体を主張しない。既刊との関係：論文60 は、c が速度空間の球の半径であることを示した——ここでは、別の場所に現れる負の曲率を、分母の c^2 が同じでも引数で分ける。論文66 は、速度空間の曲率が局所の c で書け、重力赤方偏移の座標の c とは別根であることを示した——ここでは、三つ目の c^2、回る円板の曲率の分母を並べ、Ω で消えることを数える。論文33 は、ウィグナー角が速度空間の面積であることを示した——ここでは、円板の小さな三角形の角の和のずれが曲率と面積の積であることを数える。論文300 は、同根か別根かが判定できることを示した——ここでは、結ぶ等式が無いことをもって同根と言わない。加えたのは、曲率を二つの道で一致させたこと、周と面積の伸びを数値積分で閉じた式と一致させたこと、曲率半径が円板の半径に等しくなる縁の速さを出したこと、速度空間の曲率と引数と単位で分けたことである。

1. 記法と問い

設定：角速度 Ω で回る系の、円板の面の空間の計量は

$$dl^2 = dr^2 + \frac{r^2\, d\varphi^2}{1 - \Omega^2 r^2/c^2}$$

である（ランダウとリフシッツ）。$G(r) = r^2/(1 - \Omega^2 r^2/c^2)$ と置くと、ガウス曲率は $K = -\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{d^2\sqrt{G}}{dr^2}$ で与えられる。縁の半径を R、縁の速さを $\beta = \Omega R/c$、$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ と置く。

問い：この空間の曲率はいくつで、何で決まるか。本体系が速度空間に見た $-1/c^2$ と同じものか。

2. 曲率：二つの道

計算 2.1：記号計算で $K(r) = -3\Omega^2 c^2/(c^2 - \Omega^2 r^2)^2$、中心で $K(0) = -3\Omega^2/c^2$、$\Omega = 0$ で 0 である。数値微分（刻み 10^{-4}）と比べると、六点で次のとおりである（$c = R = 1$）。

縁の速さ β	r/R	記号 K	数値微分 K	Kc^2/Ω^2
0.1	0.2	-0.030024014	-0.030024014	-3.002401
0.1	0.5	-0.030150564	-0.030150582	-3.015056
0.1	0.9	-0.030491969	-0.030491978	-3.049197
0.5	0.2	-0.765228038	-0.765228053	-3.060912
0.5	0.5	-0.853333333	-0.853333362	-3.413333
0.5	0.9	-1.179233695	-1.179233702	-4.716935

二つの道の差は最大 3×10^{-8} で、縁（$\beta=0.5$）では $Kc^2/\Omega^2=-5.333333$ である。

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。回る円板の空間の曲率は $-3\Omega^2/c^2$ で、回転を止めれば消える。曲率は負で、中心から縁へ向かって大きくなる——分母の c^2 は速度空間の曲率と同じだが、分子に Ω^2 が掛かっている。

3. 周と面積

計算 3.1：周 $\oint\sqrt{G}\,d\varphi$ と面積 $\int 2\pi r\,dr/\sqrt{1-\Omega^2r^2/c^2}$ を数値積分した。

β	周÷直径	$\pi\gamma$	面積÷πR^2	$2(1-\sqrt{1-\beta^2})/\beta^2$
0.1	3.157419	3.157419	1.002513	1.002513
0.5	3.627599	3.627599	1.071797	1.071797
0.9	7.207308	7.207308	1.392864	1.392864

周÷直径は $\pi\gamma$ に 10^{-9} 以内、面積の比は閉じた式に 10^{-6} 以内で一致し、面積の比は三つとも 1 より大きく γ（1.005038・1.154701・2.294157）より小さい。

観察 3.2

周は γ 倍伸びるが、面積は周ほどは伸びない。半径方向の物差しは縮まず、周方向だけが縮む——負の曲率の面で、周が半径から期待される長さより長いことの、円板での形である。

4. 曲率半径と三角形

計算 4.1：中心の曲率半径 $1/\sqrt{|K(0)|} = c/(\sqrt{3}\Omega)$ は、縁が $\beta = 0.5$ で回るとき R の 1.154701 倍、$\beta = 0.1$ で 5.773503 倍で、縁が $\beta = 1/\sqrt{3} = 0.577350$ で回るとき R に等しい。中心の近くの面積 0.01 の小さな測地三角形の角の和は、$\beta = 0.5$ で π より 0.007500 小さい（$K(0)$ と面積の積）。

観察 4.2

曲率半径は縁の速さで決まる。論文33 はウィグナー角が速度空間の面積であることを示した——ここでは、円板の三角形の角の和のずれが曲率と面積の積で、符号が負であることを数える。

5. 速度空間との比べ、分離子、言わないこと

観察 5.1

速度空間の $-1/c^2$ とは、分母は同じでも引数と単位が違う。論文60 は c が速度空間の球の半径であることを、論文66 はその曲率が局所の c で書けることを示した——速度空間の曲率は Ω を含まず、単位は 1/速度² である。円板の曲率は 1/長さ² で Ω^2 に比例し、回転を止めれば消える。二つを結ぶ等式は無く、論文300 の基準では同根とは言えない。

観察 5.2

分離子は、曲げているのが回転か、速度の合成か。円板を曲げているのは回転で、速度空間を曲げているのは速度の合成である——同じ負の曲率でも、止めれば消えるものと消えないものがある。

> **観察 5.3**
>
> 言わないこと。円板を剛体として回し始められるか、円周上の同時性をどう決めるかは主題ではなく、パラドックスを解いたとは言わない——回転系は平坦な時空の座標変換で、場の方程式は使わない。

6. 点呼と結び

1. $K(0) = -3\Omega^2/c^2$・二つの道の差 3×10^{-8} 以内（計算 2.1）：本稿の芯。
2. 周÷直径 **3.157419**・**3.627599**・**7.207308**＝$\pi\gamma$（計算 3.1）：周は γ 倍。
3. 面積の比 **1.002513**・**1.071797**・**1.392864**（計算 3.1）：周ほどは伸びない。
4. 曲率半径 **1.154701 R**・**5.773503 R**・等しくなる縁の速さ **0.577350**・角の和のずれ **0.007500**（計算 4.1）：縁の速さで決まる。
5. 速度空間の **−1/c²** は **Ω** を含まない（観察 5.1）：引数と単位が違う。
6. 回転か、速度の合成か（観察 5.2）：分離子・論文60・66・33・300。

結び：回る円板の空間の曲率は **−3Ω²/c²** で、速度空間の **−1/c²** とは引数が違う。回転系の空間の計量のガウス曲率は **K(r)＝−3Ω²c²/(c²−Ω²r²)²** で、記号計算と数値微分が一致し、**Ω＝0** で消える。縁が光速の **0.5** 倍で回る円板の周÷直径は **πγ＝3.627599**、面積は **1.071797** 倍で周ほどは伸びず、中心の曲率半径は縁が **1/√3＝0.577350** で回るとき円板の半径に等しい——速度空間の曲率は **Ω** を含まず単位も違い、結ぶ等式が無い。分離子は、曲げているのが回転か、速度の合成かである。既刊との位置——論文60 は **c** が速度空間の球の半径であることを、論文66 はその曲率が局所の **c** で書けることを、論文33 はウィグナー角が面積であることを示した。ここでは、回転で作られる三つ目の負の曲率を並べ、引数で分けた。正直に言えば——回し始める話には一歩も入っていない。

参考文献

1. Ehrenfest, P. (1909). Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie. *Physikalische Zeitschrift*.
2. Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*.
3. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1975). *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press.
4. 山岸勇輝 (2026).『ウィグナー角は面積である』[論文33]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090872
5. 山岸勇輝 (2026).『速度空間の球としての c』[論文60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
6. 山岸勇輝 (2026).『速度空間の曲率と重力赤方偏移』[論文66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607
7. 山岸勇輝 (2026).『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)