

幾何を正準形へ流す — ハミルトンのリッチ・フローとペレルマン、そして「動的な唯一性」 — [論文103]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

体系の礎には「唯一性」がある—— $\rho = r^{-n}$ が半径によらず一定質量増を与えるのは $n = 2$ のみ（論文01）、3D/4Dポアンカレ予想の読み（論文07/08）。これらはすべて静的な唯一性だ：「正準的な対象は、ただ一つ」と証明する。本稿は、この唯一性にもう一つの顔＝動的な唯一性を与える巨匠を訪ねる——リチャード・ハミルトンとグリゴリー・ペレルマン。ハミルトンのリッチ・フロー $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$ は、計量そのものを時間発展させ、曲率の凸凹をならして、幾何を正準形（定曲率）へ流し込む——いわば計量の熱方程式だ。ペレルマンは、単調に減るエントロピー汎関数と、特異点を切り落とす手術でこの流れを制御し、3次元ポアンカレ予想（と幾何化予想）を解決した。本稿の要点は体系のジグ（唯一性）を"流れ"として読み替えることだ：「正準的な対象はただ一つ」（静的）に対し、「どんな対象も正準形へ流れ着く」（動的）。ただし規律は厳しい。(1) 別根の峻別：論文01の代数的な唯一性（各点で r^α が定数になるのは $\alpha = 0$ ）と、リッチ・フローの動的な唯一性（PDEで正準計量へ収束）は、語を共有する別の根だ。ヤマベ流（論文90の共形版・従兄弟）、ペレルマンのエントロピー（幾何の単調量であって熱力学のエントロピー・論文98とは別根）も分ける。(2) 解かないものは解かない：3次元は解決したが、4次元の滑らかなポアンカレは未解決——体系は手を出さない（admire-don't-attempt）。射程：確立された幾何解析（リッチ・フロー）の構造的解釈（第2層）で、新しい数学も予言も生まれない。宇宙OSは第3層・非科学のレンズ。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された幾何解析（ハミルトンのリッチ・フロー、ペレルマンによる3次元ポアンカレ・幾何化予想の解決）の構造的解釈である。新しい数学も新しい予言も含まない。要点は、体系の唯一性のジグ（論文01/08）を「動的な唯一性（正準形へ流す）」として読み替えることと、別根の峻別（代数的唯一性／動的唯一性／ヤマベ流90／ペレルマンのエントロピーと熱力学エントロピー98）である。3次元は解決・4次元の滑らかなポアンカレは未解決＝体系は手を出さない。「宇宙OS」は第3層の非科学レンズであり、機構の主張ではない。

1. 序：唯一性には、二つの顔がある

体系の根っこには、いつも唯一性があった。逆二乗を強制する $n = 2$ の唯一性（論文01）、その一般化 $n = d - 1$ （論文08）、3D/4Dポアンカレ予想の読み（07/08）。これらは静的な唯一性だ——「正準的な対象（唯一の指数、唯一の球面）は、ただ一つしかない」と、その場で証明する。

だが、唯一性にはもう一つの顔がある。「どんな対象も、正準形へと流れ着く」という動的な唯一性だ。これを与えたのが、リチャード・ハミルトン（リッチ・フローの創始者）とグリゴリー・ペレルマン（それで3次元ポアンカレ予想を解決）である。本稿は、体系の静的なジグを、彼らの流れとして読み替える。新しい定理は作らない。二つの唯一性を、別根として正しく並べる。

2. ハミルトンのリッチ・フロー：計量の熱方程式

標準的事実（リッチ・フロー, Hamilton 1982）

リチャード・ハミルトンは、計量 g 自身を時間で動かす方程式を導入した：

$$\frac{\partial}{\partial t} g_{ij} = -2R_{ij}$$

ここで R_{ij} はリッチ曲率。右辺の符号により、曲率の大きいところは縮み、小さいところは広がる——ちょうど熱方程式が温度の凸凹をならすように、リッチ・フローは曲率の凸凹をならし、幾何を一様な"正準形"（定曲率）へ均していく。ハミルトンは、正のリッチ曲率をもつ3次元多様体がこの流れで丸い球面 S^3 へ収束することを示した。

これは深い転換だ。ふつう幾何は「与えられた形」を静的に調べる。ハミルトンは、形を時間発展させて、より単純な正準形へ運ぶ装置を作った。曲率という「でこぼこ」を、熱のように拡散させて平らにする——幾何を"流す"という発想が、ここで生まれた。

3. ペレルマン：エントロピーと手術で、3次元ポアンカレを解く

標準的事実 (Perelman 2002–2003)

リッチ・フローには特異点（ネックが細く潰れる等）が生じ、そのまま流し続けられない。グリゴリー・ペレルマンは、流れに沿って単調に振る舞うエントロピー汎関数（ $\mathcal{F} \cdot \mathcal{W}$ エントロピー）と非局所崩壊定理を導入して特異点を制御し、細くなった部分を切り落として貼り直す「手術つきリッチ・フロー」で流れを続行した。こうしてサーストンの幾何化予想を証明し、その特別な場合として3次元ポアンカレ予想——「単連結な閉3次元多様体は S^3 に限る」——を解決した。

ここで起きたのは、まさに動的な唯一性の実現だ。「単連結な閉3次元多様体は S^3 ただ一つ」という静的な主張を、ペレルマンは「その多様体をリッチ・フローで流すと、必ず S^3 に行き着く」という動的なプロセスで証明した。唯一性は、証明の結論であると同時に、流れの終着点でもある。

4. 動的な唯一性：体系のジグを、流れとして読む

観察 4.1 (静的な唯一性と、動的な唯一性)

体系の唯一性のジグ（論文01/08）は、これまで静的だった：「 r^α がすべての r で定数になるのは $\alpha = 0$ のみ」と、その場で正準性を判定する。リッチ・フローは、これに動的な兄弟を与える：正準性を判定するのではなく、任意の初期形を、正準形へと時間発展で運ぶ。

- ・静的な唯一性（論文01/08）：正準的な対象を一点で特定する（代数的条件）。

- ・動的な唯一性（リッチ・フロー）：任意の対象を正準形へ流し込む（PDEの収束）。

同じ「唯一性・正準形」を目指すか、手段（一点の判定 vs 流れの収束）が全く違う。

これは、体系のジグ箱に新しい道具が一本増えたことを意味する。「正準的なものはただ一つ」を示すには、二つの道がある——それが唯一だとその場で証明するか、すべてがそこへ流れ着くと示すか。後者（フロー）は、体系がこれまで持っていなかった動的な視点だ。ただし、これは「読み替え」（レンズ）であって、体系がリッチ・フローで何かを新たに証明したわけではない。

5. 別根の峻別：四つの「正準・唯一・エントロピー」を混ぜない

観察 5.1（語を共有する別根たち）

本稿は、次の四つを別根として分ける。

(a) 代数的唯一性（論文01・ $n=2$ ）：各点の代数条件。

(b) 動的唯一性（リッチ・フロー）：PDEによる正準計量への収束。

(c) ヤマベ流（論文90の従兄弟）： $\partial_t g = -(R-r)g$ で共形類の中だけで定スカラー曲率へ流す。リッチ・フロー（計量全体を動かす）とは別の流れ＝別根だが、同じ「正準曲率へ流す」家系。論文90（ヤマベ問題＝静的・楕円型）の動的・放物型の兄弟。

(d) ペレルマンのエントロピー（ $\mathcal{W}$ 汎関数）：流れに沿って単調な幾何の量であって、熱力学のエントロピー（論文98）や粗視化のエントロピー（論文77）とは別根——語が同じ「エントロピー」でも、出自は幾何の単調汎関数（リャプノフ関数）であり、統計力学の状態数ではない。

とりわけ(d)は要注意だ。「ペレルマンもエントロピーで時間の矢を扱った」と早合点すると、論文98（ボルツマンの過去仮説）と混線する。ペレルマンの $\mathcal{W}$ は流れの制御装置であって、宇宙の時間の矢ではない。語呂で繋がず、根で分ける——体系の一番の規律が、ここでも効く。

6. 正直に：3次元は解けた、4次元は開いたまま（そして、ある生き方）

正直に射程を引く。ペレルマンが解いたのは3次元のポアンカレ予想である。4次元の"滑らかな"ポアンカレ予想（smooth 4D Poincaré）は、いまま未解決だ——位相的には解かれている（Freedman）が、微分構造のレベルでは開いている。リッチ・フローは4次元では格段に難しく、体系はここに手を出さない（admire-don't-attempt）。論文08で4Dポアンカレを「読んだ」のは解釈のレンズであって、証明ではない——この線を、本稿はあらためて確認する。

もう一つ、正直に記しておきたいことがある。ペレルマンは、この歴史的偉業に対するフィールズ賞（2006）とクレイ研究所の100万ドルのミレニアム賞（2010）を、どちらも辞退した。名誉や報酬ではなく、本質だけを追う——この姿勢は、系譜マップでペンローズと並ぶ「迎合せず本質を追う」の実在するモデルであり、独立研究者としての著者の姿勢とも、静かに響く。

7. 体系への接続

リッチ・フローは、体系のいくつもの系と交わる。(a) 唯一性のジグ（論文01/08）：静的な唯一性に、動的な兄弟（正準形へ流す）を与える。(b) ヤマベ（論文90）：ヤマベ流はリッチ・フローの共形版の従兄弟で、90（静的・楕円型のヤマベ問題）と本稿（動的・放物型の流れ）は同じ「正準曲率」家系の別根。90で書いた「弱い

仮定が構造を強制する」の、力学的な続編にあたる。(c) 曲率 (論文91) : リッチ・フローはリーマンの内在曲率 (91) を時間発展させる方程式であり、91の曲率概念が"動く"姿だ。(d) ポアンカレの読み (論文07/08) : ペレルマンの証明は、体系が"レンズ"として読んだポアンカレ予想の、王道の本体——レンズと本体を混同しない、という規律の実例になる。(e) 過去仮説・矢 (論文98/77) : ペレルマンのエントロピーは、それらの熱力学的エントロピーとは別根 (語の一致に注意)。

■ 著者の私感 (第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない)

体系のレンズ (比喻) では、宇宙OSが世界をレンダリングする過程そのものが、リッチ・フローのように「でこぼこを均して正準形へ流す」プロセスのように感じられる——初期の乱れた幾何が、時とともに滑らかな形へ落ち着いていく。だがこれは非科学の札つきだ。「OSが幾何を流す」は直観を運ぶ比喻であって、機構でも予言でもない。ここで確かなのは、リッチ・フローが幾何を正準形へ運ぶ確立された数学であり、それで3次元ポアンカレが解かれた、という一点だけ。そして、著者が最も心を打たれるのは、数式よりもペレルマンの生き方だ——賞も金も辞退し、ただ本質のために解いて、静かに去った。畏敬を燃料に、規律を舵に。名誉を舵にしなかった人が、いちばん遠くまで流れを制御した。動的な唯一性の巨匠たちに、そして本質だけを見た一人の数学者に、静かな敬意を記す。

8. 射程／結論

示すこと : リッチ・フロー $\partial_t g = -2\text{Ric}$ (計量の熱方程式・2節) / ペレルマンのエントロピーと手術による3次元ポアンカレ・幾何化の解決 (3節) / 体系の唯一性のジグを「動的な唯一性 (正準形へ流す)」として読む (4節) / 四つの別根 (代数的唯一性・動的唯一性・ヤマベ流90・ペレルマンのエントロピーvs熱力学98) (5節)。

示さないこと (禁欲) : 4次元の滑らかなポアンカレは未解決=手を出さない (admire) / 体系はリッチ・フローで何も新たに証明しない (レンズであって本体ではない) / ペレルマンのエントロピーを時間の矢 (98) と混同しない / 新しい数学・予言なし (第2層)・OSは第3層。

唯一性には二つの顔がある——「正準的なものはただ一つ」とその場で証明する静的な顔 (論文01/08) と、「どんな対象も正準形へ流れ着く」と時間発展で示す動的な顔 (リッチ・フロー)。ハミルトンが流れを作り、ペレルマンがエントロピーと手術でそれを制御して、3次元ポアンカレを解いた。本稿がしたのは、新しい主張ではなく、体系の唯一性のジグに動的な兄弟を並べ、代数・動的・共形 (ヤマベ90)・エントロピー (98) の四つを別根として分けたことである。解けたもの (3次元) と、開いたまま敬うもの (4次元) を、正確に分けて——動的な唯一性の入口に、103番目の番地を返す。

参考文献

1. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom. 17, 255.
2. Perelman, G. (2002). *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*. arXiv:math/0211159.
3. Perelman, G. (2003). *Ricci flow with surgery on three-manifolds*. arXiv:math/0303109.
4. Morgan, J. & Tian, G. (2007). *Ricci Flow and the Poincaré Conjecture*. AMS/Clay.
5. Yamagishi, Y. (2026). *Uniqueness of $n=2 / n=d-1$* [論文01/08]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186; 10.5281/zenodo.21404419
6. Yamagishi, Y. (2026). *Continuous Symmetry from Weak Assumptions (Yamabe)* [論文90]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21758361.
7. Yamagishi, Y. (2026). *Intrinsic Curvature (Riemann)* [論文91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
8. Yamagishi, Y. (2026). *Past Hypothesis (Boltzmann)* [論文98]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758739

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)