「π に 777 は出るか」に数で言えるのは、出るまでの待ち時間が語の自己重なりで決まることである

— π の小数点以下で 777 は 1589 桁目に出て、出るまでの期待は 1110、123 の期待は 1000 である。3 桁の語 1000 個の初出の平均は 991.994000 で期待の平均 1002 に近く、乱数の桁と見分けがつかない —分離子は、語が自分と重なるか、重ならないか — [論文1032]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

ウィトゲンシュタインは『哲学探究』§516 で「π の展開に 777 は出るか」と問い、証明の前にこの問いが意味を持つかを考えた。本稿は、この問いのうち数で言える部分だけを数える。π の桁で 777 が出る位置と、出るまでの待ち時間の期待、3 桁の語 1000 個の初出の分布、乱数の桁との比べである。新しい定理も法則も主張せず、π が正規数であるとも主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。出るまでの待ち時間は語の自己重なりで決まる——無作為な桁で語が初めて出るまでの期待は、語の接頭辞と接尾辞が重なる長さ k ごとに 10 の k 乗を足した数（コンウェイの先導数）で、777 は 10＋100＋1000＝**1110**、123 は **1000**、121 は **1010** である。同じ 3 桁でも、自分と重なる語ほど長く待たせる（第2節）。 第二に、π では 777 は 1589 桁目に出る——小数点以下 300000 桁で、777 の初出は **1589** 桁目（期待の **1.431532** 倍）、123 は **1924** 桁目（**1.924000** 倍）、121 は 710、000 は 601、999 は 762、314 は 2120、159 は 3 桁目である（第2節）。 第三に、1000 個の語の初出は期待の分布のとおりである——3 桁の語 1000 個はすべて **8553** 桁目（最後は 483）までに出て、初出の平均は **991.994000**、期待の平均は **1002.000000**（比 **0.990014**）で、期待より遅く出た語は 365 個、早く出た語は 635 個である。型ごとの平均は期待 1000 の語 900 個で **981.471111**、1010 の 90 個で **1022.855556**、1110 の 10 個で **1661.300000** である（第3節）。 第四に、乱数の桁と見分けがつかない——乱数の桁 20 本での全語の初出の平均は **998.342200**、標準偏差 **24.333544** で、π の平均はその **−0.260883** 倍の位置にある。型ごとにも乱数は 1000 型で **997.218389**、1010 型で **1003.056111**、1110 型で **1057.060000**（標準偏差 **350.670369**）で、π の 1110 型の 1661.3 は 10 個だけの平均の散らばりの中である（第4節）。 第五に、777 の 1589 は普通の遅さである——乱数 200 本のうち 777 の初出が 1589 桁目より後だったのは 42 本（**0.210000**）で、指数近似 exp(−1589/1110)＝**0.238943** に近い。20 本の中では 4 本が π より遅かった（第4節）。 第六に、分離子は、語が自分と重なるか、重ならないか——重ならない語（900 個）は 1000、一桁で重なる語（90 個）は 1010、二桁で重なる語（10 個）は 1110 で、π の桁でもこの順に遅い。問いに答えるのは π ではなく、語の形である（第5節）。 キーワード：円周率の桁、パターンの待ち時間、コンウェイの先導数、自己重なり、正規数、ウィトゲンシュタイン。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——無作為な列でのパターンの待ち時間がコンウェイの先導数で書けること（ガイバスとオドリツコ 1981、リー 1980）、π の桁が統計的に乱数と見分けがつかないこと、ウィトゲンシュタインの §516 の問い（1953）は、いずれも既知である。π が正規数であるとは主張しない——これは未解決で、本稿の 300000 桁は「この統計では乱数と見分けがつかない」までしか言わない。論文252 の射程注記と同じ側に立つ。問いの意味に入らない——証明の前にこの問いが意味を持つかという哲学の問いには立ち入らず、数で言える部分だけを数える。乱数の本数は限られる——20 本と 200 本で、割合の精度は主張しない。先導数の式は引くだけである——待ち時間の期待の導出（マルチンゲール）には入らない。既刊との関係：論文252 は、「情報量」が四つあり要るものが違うことを示し、π の桁が正規数であるとは主張しないと書いた——ここでは、同じ π の桁について、正規かどうかではなく語ごとの待ち時間を数える。論文176 は、「小さい」に測度と範疇の二つがあり両立しないことを示した——ここでは、「出る」がほとんどすべての数について言えることと、π という一つの数について言えることの差を、待ち時間の分布で見る。論文1021 は、連分数の統計が超越と分かっている数と分かっていない数を見分けないことを示した——ここでは、桁の統計が π と乱数を見分けないことを、初出の位置で数える。加えたのは、3 桁の語 1000 個の初出を π で数え、先導数の型ごとに平均を出したこと、乱数の桁 20 本と型ごとに比べたこと、777 の 1589 桁目が乱数 200 本のどこにあるかを出したことである。

1. 記法と問い

設定：π の小数点以下の桁を 300000 桁取り、語 w（数字の並び）の初出位置を、小数点以下の何桁目から始まるかで数える。無作為な桁で語が初めて出るまでの期待（コンウェイの先導数）は、語の接頭辞と接尾辞が一致する長さ k ごとに 10^k を足した数である。3 桁の語では、重ならない語（900 個）が 1000、一桁で重なる語（aba の形・90 個）が 1010、二桁で重なる語（aaa の形・10 個）が 1110 である。

問い：「π に 777 は出るか」のうち、数で言えるのはどこまでか。

2. 名指しの語

計算 2.1：π の小数点以下での初出位置と待ち時間の期待は次のとおりである。

語	初出（桁目）	期待	比
777	1589	1110	1.431532
123	1924	1000	1.924000
121	710	1010	0.702970
000	601	1110	0.541441
999	762	1110	0.686486
314	2120	1000	2.120000
159	3	1000	0.003000

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。出るまでの待ち時間は語の自己重なりで決まる。777 は自分と一桁でも二桁でも重なるので、出そこねたあと次の候補が一桁ずれた所から始まり、期待が 1110 に伸びる——123 は重ならないので 1000 である。π の 1589 は 777 の期待の 1.431532 倍で、123 の 1924 は 1.924000 倍だから、π で「遅かった」のはむしろ 123 のほうである。

3. 1000 個の語

計算 3.1：3 桁の語 1000 個はすべて 8553 桁目（最後は 483）までに出た。初出の平均は 991.994000、期待の平均は 1002.000000、比 0.990014 で、期待より遅く出た語は 365 個、早く出た語は 635 個である。

型	語の数	期待	π での初出の平均	中央値
重ならない	900	1000	981.471111	676.0
一桁で重なる	90	1010	1022.855556	734.0
二桁で重なる	10	1110	1661.300000	1643.5

> **観察 3.2**
>
> 初出の分布は期待の分布のとおりである。中央値が平均より小さいのは、待ち時間の分布が右に長い裾を持つからで、遅く出る語が少数、早く出る語が多数になる——二桁で重なる 10 語の平均 1661.3 は、10 個だけの平均であることを次節で乱数と比べる。

4. 乱数の桁との比べ

計算 4.1：乱数の桁 300000 桁を 20 本作り、同じ 1000 語の初出を数えた。全語の平均は 998.342200、20 本の標準偏差は 24.333544 で、π の 991.994000 はその −0.260883 倍の位置にある。型ごとの乱数の平均は 997.218389（1000 型）、1003.056111（1010 型）、1057.060000（1110 型・標準偏差 350.670369）である。20 本のうち 777 が π より遅く出た本は 4 本である。

計算 4.2：乱数 200 本のうち 777 の初出が 1589 桁目より後だったのは 42 本（0.210000）で、指数近似 $\exp(-1589/1110) = 0.238943$ に近い。

> **観察 4.3**
>
> π の桁は乱数の桁と見分けがつかない。論文1021 は連分数の統計が超越と分かっている数と分かっていない数を見分けないことを示した——ここでも、桁の統計は π と乱数を見分けない。777 の 1589 は、乱数の五本に一本が越える普通の遅さである。

5. 分離子と、言わないこと

> **観察 5.1**
>
> 分離子は、語が自分と重なるか、重ならないか。重ならない語は 1000、一桁で重なる語は 1010、二桁で重なる語は 1110 で、π の桁でもこの順に遅い——問いに答えるのは π ではなく語の形で、π はその形が乱数と同じ答を返す一つの例である。

> **観察 5.2**
>
> 言わないこと。π が正規数であるとは主張しない。論文252 の射程注記と同じ側に立ち、300000 桁で「見分けがつかない」までを言う——論文176 の言い方では、「出る」がほとんどすべての数について言えることと π について言えることは別で、本稿はその差を埋めない。問いが証明の前に意味を持つかという哲学には入らない。

6. 点呼と結び

1. 期待 **1110・1000・1010**（計算 2.1）：本稿の芯。
2. 777 の初出 **1589**（**1.431532** 倍）・123 の **1924**（**1.924000** 倍）（計算 2.1）：遅かったのは 123。
3. 1000 語の平均 **991.994000**・期待 **1002.000000**・比 **0.990014**・最後は **8553** 桁目（計算 3.1）：分布のとおり。
4. 型ごとの平均 **981.471111**・**1022.855556**・**1661.300000**（計算 3.1）：重なる順に遅い。
5. 乱数 **998.342200±24.333544**・π の位置 **−0.260883**・1110 型 **1057.060000±350.670369**・777 が遅い割合 **0.210000**（近似 **0.238943**）（計算 4.1・4.2）：見分けがつかない。
6. 重なるか、重ならないか（観察 5.1）：分離子・論文252・176・1021。

結び：「π に 777 は出るか」に数で言えるのは、出るまでの待ち時間が語の自己重なりで決まることである。π の小数点以下で 777 は 1589 桁目に出て、出るまでの期待は 1110、123 の期待は 1000 である。3 桁の語 1000 個の初出の平均は 991.994000 で期待の平均 1002 に近く、型ごとに 981.471111・1022.855556・1661.300000 と重なる順に遅く、乱数の桁 20 本との位置は −0.260883 標準偏差で見分けがつかない——777 の 1589 は、乱数の五本に一本が越える普通の遅さである。分離子は、語が自分と重なるか、重ならないかである。既刊との位置——論文252 は π が正規数であるとは主張せず、論文176 は「小さい」を測度と範疇に分け、論文1021 は連分数の統計が超越を見分けないことを示した。ここでは、桁の統計が π と乱数を見分けないことを、語ごとの待ち時間で数えた。正直に言えば——777 が「必ず出る」かどうかは、何も言っていない。

参考文献

1. Guibas, L. J., & Odlyzko, A. M. (1981). String overlaps, pattern matching, and nontransitive games. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*.
2. Li, S.-Y. R. (1980). A martingale approach to the study of occurrence of sequence patterns in repeated experiments. *The Annals of Probability*.
3. Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical Investigations*. Blackwell.

4. 山岸勇輝 (2026). 『「小さい」は二つあって、両立しない』[論文176]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22097994

5. 山岸勇輝 (2026). 『「情報量」は四つあり、要るものが違う』[論文252]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22161148

6. 山岸勇輝 (2026). 『連分数の統計は、超越と分かっている数と、分かっていない数と、三次の代数的数を見分けない』[論文1021]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22829609

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)