正方形の網と三角形の網は同じ冪で世界を写し、違うのは係数だけである

— 同じ点密度の正方・三角・長方の格子で円の中の格子点を数えた誤差は、半径の冪で伸び、冪は 0.525037・0.521921・0.542771 と 0.02 しか違わず、係数は 1.392341・1.657107・1.119127 と 0.30 違う。『論考』6.341 の「網の形は任意で、世界について言うのは目の細かさだけ」を、冪と係数に分けて数える — 分離子は、動かしたのが網の形か、網の目の細かさか — [論文1033]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

ウィトゲンシュタインは『論理哲学論考』6.341 で、力学を世界に被せる網にたとえた。網の目の形（正方形でも三角形でも）は任意で、世界について言えるのは「この細かさの網で書ける」ということだけだ、と。本稿は、このたとえを格子点で数える。同じ点密度の三つの格子で円の中の格子点の数と面積の差を取り、誤差の伸び方の冪と係数を分ける。新しい定理も法則も主張せず、冪を証明しない。 第一に、これが本稿の芯である。冪は網によらず、係数は網による——半径 5 から 1000 の乱数 3000 個で、正方格子・三角（六角）格子・縦横比 2 の長方格子（いずれも 1 点／単位面積）の二乗平均誤差を r の p 乗に当てると、p は **0.525037**・**0.521921**・**0.542771** で幅 **0.020850**、係数は **1.392341**・**1.657107**・**1.119127** で、半径 500 付近の二乗平均誤差は **37.021795**・**41.541899**・**31.853360**（幅÷最小 **0.304161**）である。冪の幅は係数の幅の 10 分の 1 より小さい（第2節）。 第二に、誤差は面積に比べれば消えていく——半径 500 付近の誤差÷面積は $\mathbf{4.714\times10^{-5}}$・$\mathbf{5.289\times10^{-5}}$・$\mathbf{4.056\times10^{-5}}$ で、どの網でも面積の 10 万分の 5 程度である（第2節）。 第三に、網の目を細かくすると誤差は減る——正方格子の密度を 4 倍にすると、半径 500 付近の二乗平均誤差は **35.570822** から **14.452407** に減る。細かさは世界の側ではなく網の側の量で、6.341 が「世界について言う」とした唯一のものである（第3節）。 第四に、数え上げは既知の値で検算した——正方格子で半径 10 の円の中の点は 317、半径 100 で 31417 で既知の値に一致し、三角格子と長方格子の密度は半径 300 で **1.000048**・**1.000077** である（第2節）。 第五に、本稿の冪は論文1015 の値と 0.02 違う——論文1015 は正方格子で半径 1000 までの数え上げから冪 0.501657 を得た。本稿の正方格子の **0.525037** との差は **0.023380** で、半径の取り方（乱数の実数の半径と刻み）が違う。差の原因は決めない（第2節）。 第六に、分離子は、動かしたのが網の形か、網の目の細かさか——形を動かせば係数が動き、冪は動かない。細かさを動かせば誤差の大きさが動く。冪は境界の滑らかさ、すなわち世界の側にある（第4節）。 キーワード：格子点、ガウスの円問題、正方格子、三角格子、論理哲学論考、冪。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ガウスの円問題、2 次元のずれが半径の 1/2 乗より小さくならないこと（ハーディとランダウ 1915）、一般の格子でも同じ型の評価が成り立つこと、『論理哲学論考』6.341 の網のたとえ（1922）は、いずれも既知である。冪を証明しない——半径 1000 までの数え上げに冪を当てはめただけで、証明にはならない。論文1015 と同じ側に立つ。差の原因を決めない——本稿の正方格子の冪 0.525037 と論文1015 の 0.501657 の差は、半径の取り方の違いに伴うものと見られるが、原因は断定しない。解釈に入らない——6.341 が力学の記述の任意性について何を主張しているかの哲学的な読みには立ち入らず、たとえを一つの数え上げに置き換えるだけである。三つの格子に限る——正方・三角・縦横比 2 の長方だけで、網羅ではない。既刊との関係：論文1015 は、格子点で数えた中身の誤差が低い次元では皮の揺らぎ、高い次元では一つの殻の段差で決まることを示した——ここでは、同じ 2 次元の皮の揺らぎを三つの網で数え、冪が網によらず係数が網によることを数える。加えたのは、同じ密度の三つの格子で冪と係数を分けたこと、冪の幅が係数の幅の 10 分の 1 より小さいことを出したこと、網の目を 4 倍細かくしたときの減り方を出したことである。

1. 記法と問い

設定：平面の格子 L（点密度 1）と半径 r の円について、円の中の格子点の数 $N_L(r)$ と面積 πr^2 の差 $E_L(r) = N_L(r) - \pi r^2$ を取る。格子は三つ：正方格子、三角（六角）格子（辺 $\sqrt{2/\sqrt{3}}$）、縦横比 2 の長方格子（辺 $\sqrt{2}$ と $1/\sqrt{2}$）で、密度はいずれも 1 である。半径 5 から 1000 の乱数 3000 個で E_L を出し、対数の等間隔の帯ごとの二乗平均を r^p に当てる。

問い：網の形を替えると、誤差の伸び方の何が変わり、何が変わらないか。

2. 三つの網

計算 2.1：正方格子で半径 10 の円の中の点は 317、半径 100 で 31417 で既知の値に一致し、三角格子と長方格子の密度は半径 300 で 1.000048・1.000077 である。

格子	冪 p	係数	半径 500 付近の二乗平均誤差	誤差÷面積
正方	0.525037	1.392341	37.021795	4.714×10^{-5}
三角（六角）	0.521921	1.657107	41.541899	5.289×10^{-5}
長方（2 対 1）	0.542771	1.119127	31.853360	4.056×10^{-5}

冪の幅（最大−最小）は 0.020850、半径 500 付近の二乗平均誤差の幅÷最小は 0.304161 で、冪の幅は係数の幅の 10 分の 1 より小さい。論文1015 の正方格子の冪 0.501657 との差は 0.023380 である。

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。冪は網によらず、係数は網による。誤差の伸び方（冪）は円の縁の滑らかさ、すなわち数えられる世界の側で決まり、誤差の大きさ（係数）は網の側で決まる——論文1015 が示した「低い次元では皮の揺らぎ」は、どの網で数えても同じ冪で現れる。

3. 網の目の細かさ

計算 3.1：正方格子の密度を 4 倍にすると、半径 500 付近の二乗平均誤差は 35.570822 から 14.452407 に減る。

> **観察 3.2**
>
> 網の目を細かくすると誤差は減る。**6.341** は「網の形は任意」と言い、「世界について言えるのは、この細かさの網で書けること」と言った——形を替えても冪は動かず、細かさを替えると誤差の大きさが動く。たとえの二つの言い分が、冪と係数の二つの量に対応する。

4. 分離子と、言わないこと

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、動かしたのが網の形か、網の目の細かさか。形を動かせば係数が動き、冪は動かない。細かさを動かせば誤差の大きさが動く——冪は境界の滑らかさ、すなわち世界の側にある。

> **観察 4.2**
>
> 言わないこと。冪を証明せず、論文1015 の値との差 **0.023380** の原因も決めない——**6.341** の哲学的な読みには入らず、三つの格子で網羅も主張しない。

5. 点呼と結び

1. 冪 **0.525037**・**0.521921**・**0.542771**（幅 **0.020850**）（計算 2.1）：本稿の芯。
2. 係数 **1.392341**・**1.657107**・**1.119127**・誤差 **37.021795**・**41.541899**・**31.853360**（幅÷最小 **0.304161**）（計算 2.1）：網の側。
3. 誤差÷面積 $\mathbf{4.714 \times 10^{-5}}$・$\mathbf{5.289 \times 10^{-5}}$・$\mathbf{4.056 \times 10^{-5}}$（計算 2.1）：面積に比べれば消える。
4. 密度 4 倍で **35.570822** から **14.452407**（計算 3.1）：細かさは網の側。
5. 密度 **1.000048**・**1.000077**・論文1015 との差 **0.023380**（計算 2.1）：検算と差。
6. 形か、細かさか（観察 4.1）：分離子・論文1015。

結び：正方形の網と三角形の網は同じ冪で世界を写し、違うのは係数だけである。同じ点密度の正方・三角・長方の格子で円の中の格子点を数えた誤差の冪は 0.525037・0.521921・0.542771 と 0.020850 しか違わず、係数は 1.392341・1.657107・1.119127 で、半径 500 付近の二乗平均誤差の幅÷最小は 0.304161 である。網の目を 4 倍細かくすると誤差は 35.570822 から 14.452407 に減る——6.341 の「網の形は任意」は冪の側、「細かさだけを言う」は係数の側である。分離子は、動かしたのが網の形か、網の目の細かさかである。既刊との位置——論文

1015 は格子点で数えた中身の誤差が低い次元では皮の揺らぎで決まることを示した。ここでは、その皮の揺らぎを三つの網で数え、冪が網によらないことを数えた。正直に言えば——冪は当てはめただけで、証明していない。

参考文献

1. Hardy, G. H. (1915). On the expression of a number as the sum of two squares. *Quarterly Journal of Mathematics*.
2. Wittgenstein, L. (1922). *Tractatus Logico-Philosophicus*. Kegan Paul.
3. 山岸勇輝 (2026). 『格子点で数えた中身の誤差は、低い次元では皮の揺らぎ、高い次元では一つの殻の段差で決まる』[論文1015]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22829339

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)