光の球をよその系の同時で切ると、発光点を焦点とする離心率 β の楕円になる

— 各方向の動径はその方向のドップラー因子そのもので、二つの頂点は k と 1/k、長半径は γ、短半径は cT、中心は動く観測者の位置である — 分離子は、切る面が誰の同時か — [論文1036]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

原点で光った光は、どの系でも球に広がると言われる。本稿は、その球を「別の系の同時」で切ると何が出るかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。光の球は不変量ではなく、不変なのは光円錐である——速さ β で動く系 S' の同時面で切った点を、もとの系 S で見ると、動径は一定ではなく、β＝0.6 では 0.500000000000 から 2.000000000000 まで開く。それでも六つの β すべてで、点は同じ光円錐の上に在る（ずれは 10 の −13 乗以下）（第2節）。 第二に、その切り口は、離心率がちょうど β の楕円である——円錐曲線の当てはめ・二焦点からの距離の和・極方程式という三つの独立な道が同じ数を返した。β＝0.6 で離心率 0.600000000000・長半径 1.250000000000（＝γ）・短半径 1.000000000000（＝cT）・半通径 0.800000000000（＝cT/γ）であり、二つの焦点のうち一つは発光点そのものである（第2節）。 第三に、二つの頂点は、相対論のドップラー因子である——β＝0.6 で遠い頂点 2.000000000000＝k、近い頂点 0.500000000000＝1/k であり、二つの積は短半径の二乗 1.000000000000 である。近い頂点は論文1026 が離れる像の進みとして出した (1−β)γ と同じ数で、論文491 の古典の二つの式 0.500000000000 と 0.666666666667 の幾何平均 0.577350269190（β＝0.5）もここに乗る（第3節）。 第四に、各方向の動径は、その方向のドップラー因子そのものである——動径 r(θ) は 1/(γ(1−β cosθ)) に六つの β すべてで 10 の −12 乗以内で一致した。すなわちこの楕円は、ドップラー因子を向きごとに極座標へ描いた図である。横向きでは動径は半通径 cT/γ に厳密に等しく、β＝0.6 で 0.800000000000——時間の遅れだけが残る向きである（第4節）。 第五に、中心は動く観測者の位置であり、体積はどの次元でも γ 倍になる——楕円の中心 0.750000000000（β＝0.6）は、S でその時刻に観測者が居る位置 βγcT に一致した。三次元の体積は数値積分で 5.235987756 となり、球の 4.188790205 の 1.250000000 倍（＝γ）である。長軸だけが γ 倍になるので、この比は d＝2 から 5 まで γ のままである（第5節）。 第六に、分離子は、切る面が誰の同時かである——同じ系の同時で切れば動径は一定で球、別の系の同時で切れば楕円になる。同時面はこちらが歩くだけでも傾き、250 万光年先の「いま」は時速 5 km で 4.230357 日、地球の公転の速さで 248.338468875 年動く。動いたのは面であって、光円錐ではない（第6節・第7節）。 キーワード：特殊相対論、同時の相対性、光円錐、楕円、ドップラー因子、ローレンツ変換。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ローレンツ変換、光円錐の不変性、同時の相対性、相対論的ドップラー効果、平面で切った円錐が円錐曲線になることは、いずれも既知である（アインシュタイン 1905、リンドラー 2006）。力学を持ち込まない——焦点に何かが在るわけではない。ケプラー軌道と同じ形の極方程式が出るのは、どちらも焦点を原点に取った楕円だからであって、力の話ではない。見かけの形を論じない——本稿が扱うのは同時面で切った座標の上の図形であり、目に届く光がつくる像は論文901 の側である。片道の光速の規約に入らない——標準同期を置いた二つの慣性系の組だけを使い、同期の取り決め（論文24）は動かさない。加速を扱わない——二つの慣性系だけを置き、向きを変える観測者は扱わない。値は例である——β＝0.1 から 0.99 までの六つと cT＝1 は比べるための値で、実在の装置を主張しない。既刊との関係：論文61 は、c を光球 r＝ct として読み、そこから体積と逆二乗を出した——ここでは、その球が別の系の同時では球でなくなることと、それでも光円錐は変わらないことを数える。論文118 は、座標時間 dt が定義域を持たないラベルであり、世界線の族に貼り付けて初めて時計になることを示した——ここでは、そのラベルの選び方が同じ光を球にも楕円にもすることを、一枚の図形で見せる。論文491 は、古典のドップラーが二つの式であり、相対論がその幾何平均であることを示した——ここでは、その幾何平均が楕円の近い頂点であり、頂点どうしの積が短半径の二乗であることを数える。論文1026 は、離れる時計台の針が止まって見えるのは光の遅れで、相対論はむしろ像を γ 倍だけ速めることを示した——ここでは、その (1−β)γ が楕円の近い頂点として現れる。論文901 は、動く球が縮んで見えないことを示した——あちらは目に届く光の像、こちらは同時面の切り口であり、同じ「動く球」の別の量である。加えたのは、切り口の離心率がちょうど β であり焦点が発光点であることを三つの独立な道で出したこと、各方向の動径がその方向のドップラー因子そのものであることを示したこと、二つの頂点が k と 1/k で積が短半径の二乗になることを出したこと、中心が動く観測者の位置に一致すること、体積の比がどの次元でも γ になることを数えたことである。

1. 記法と問い

設定：原点で時刻 0 に光が出る。系 S' は系 S に対して x 方向へ速さ βc で動き、二つの系は標準的に同期している。以下 $c=1$、$T=1$ と置く。S' の同時面 $t'=T$ で光の球（半径 cT）を切り、その点の集合を S の座標で見る。$\gamma=1/\sqrt{1-\beta^2}$、$k=\sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$ と置く。

問い：その切り口はどんな形をしているか。何が切り方で決まり、何が決まらないか。

2. 切り口は、離心率 β の楕円である

計算 2.1：S' の同時面の上に等間隔で 1440 点を取り、S の座標へ移した。パラメータは三つの独立な道で出した——円錐曲線 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey=1$ の最小二乗当てはめ、二つの焦点からの距離の和、焦点を原点とする極方程式である。

β	離心率	長半径	短半径	中心	半通径
0.1	0.100000000000	1.005037815259	1.000000000000	0.100503781526	0.994987437107
0.3	0.300000000000	1.048284836722	1.000000000000	0.314485451017	0.953939201417
0.5	0.500000000000	1.154700538379	1.000000000000	0.577350269190	0.866025403784
0.6	0.600000000000	1.250000000000	1.000000000000	0.750000000000	0.800000000000
0.9	0.900000000000	2.294157338706	1.000000000000	2.064741604835	0.435889894354
0.99	0.990000000000	7.088812050083	1.000000000000	7.017923929583	0.141067359797

どの β でも、当てはめの離心率は β と 10^{-9} 以内で一致し、長半径は γ、短半径は 1、半通径は $1/\gamma$ であった。二つの焦点からの距離の和は全点で 2γ に等しく（$\beta = 0.6$ で 2.500000000000）、極方程式 $r = (1/\gamma)/(1 - \beta\cos\theta)$ とのずれは 10^{-13} 以下であった。傾きの項 B と y の一次の項 E はどの β でも 10^{-14} 以下で、長軸は x 軸に乗っている。

> **観察 2.2**
>
> 焦点の一つは、発光点そのものである。中心から長半径と離心率の積を引くと、どの β でも 10^{-8} 以内で 0 になる——すなわち光が出た点が焦点に来る。

> **観察 2.3**
>
> 不変なのは光円錐である。S' の同時で切った点も、S の同時で切った点も、$x^2 + y^2 - t^2 = 0$ を 10^{-13} 以内で満たす——同じ円錐の、二つの切り口である。比べ役として楕円をわざと 1.0001 倍にずらすと、ずれは 10^{-4} を超えて検出された。S の座標で見ると、点の持つ時刻も一定ではなく、$\beta = 0.6$ で 0.500000000000 から 2.000000000000 まで開く——光円錐の上では $r = ct$ なので、動径の幅と時刻の幅は同じ数である。

3. 二つの頂点は、相対論のドップラー因子である

計算 3.1：遠い頂点と近い頂点を出した。

β	遠い頂点	k	近い頂点	二つの積
0.1	1.105541596785	1.105541596785	0.904534033733	1.000000000000
0.5	1.732050807569	1.732050807569	0.577350269190	1.000000000000
0.6	2.000000000000	2.000000000000	0.500000000000	1.000000000000
0.9	4.358898943541	4.358898943541	0.229415733871	1.000000000000
0.99	14.106735979666	14.106735979666	0.070888120501	1.000000000000

> **観察 3.2**
>
> 頂点は k と $1/k$ であり、積は短半径の二乗である。楕円では焦点から二つの頂点までの距離の積が短半径の二乗に等しく、ここでは短半径が cT なので積は 1 になる——$k \cdot (1/k) = 1$ という当たり前の等式が、幾何の側では「積が短半径の二乗」という性質として出ている。

> **観察 3.3**
>
> 近い頂点は、論文1026 が出した離れる像の進み $(1-\beta)\gamma$ と同じ数である。$\beta = 0.5$ で、論文491 が並べた古典の二つの式は 0.500000000000（観測者が動く）と 0.666666666667（源が動く）で、その幾何平均は 0.577350269190——これが近い頂点に一致する。三つの式は、一枚の楕円の上の一点として並ぶ。

4. 動径は、その方向のドップラー因子そのものである

計算 4.1：発光点から見た向き θ（S で測る）ごとに、動径 $r(\theta)$ とドップラー因子 $D(\theta) = 1/(\gamma(1-\beta\cos\theta))$ を比べた。ずれは $\beta = 0.1$ で 4.441×10^{-16}、0.6 で 8.882×10^{-16}、0.9 で 9.770×10^{-15}、0.99 で 2.220×10^{-13} であった。比べ役として D から γ を外すと、ずれは 0.1 を超えた。

> **観察 4.2**
>
> この楕円は、ドップラー因子を向きごとに描いた極座標の図である。前方では D が大きく動径が伸び、後方では縮む——楕円という形と、ドップラー因子という量は、同じ一つの関数の二つの読み方である。

計算 4.3：横向き（$\cos\theta = 0$）の点は、S' の角度で $\cos\theta' = -\beta$ の点であり、そこでは $x = 0$、$y = 1/\gamma$ になる。動径は $\beta = 0.5$ で 0.866025403784、0.6 で 0.800000000000、0.9 で 0.435889894354 で、いずれも半通径 $1/\gamma$ と 10^{-15} 以内で一致した。

> **観察 4.4**
>
> 横向きには、時間の遅れだけが残る。半通径は焦点から長軸に垂直な向きの動径であり、その値が cT/γ である——論文1026 が最接近の瞬間の像の進みとして出した $1/\gamma$ と同じ数が、ここでは楕円の半通径として現れる。

5. 中心は観測者の位置で、体積はどの次元でも γ 倍になる

計算 5.1：S で時刻 $t = \gamma T$ のとき、S' の原点（動く観測者）は $x = \beta\gamma T$ に居る。楕円の中心はどの β でもこの値と 10^{-9} 以内で一致した（$\beta = 0.6$ で 0.750000000000、0.9 で 2.064741604835）。切り口の点を S' の座標へ戻すと、距離はどこでも 1.000000000000、時刻はどこでも 1.000000000000 であった。

> **観察 5.2**
>
> 動く観測者にとって、これはやはり球である。その観測者は楕円の中心に立っており、自分の同時で測れば四方どこでも cT である——楕円に見えるのは、別の系の目盛りで同じ切り口を読んだからである。

計算 5.3：三次元の回転楕円体の体積を層で積むと、$\beta = 0.5$ で 4.836798305、0.6 で 5.235987756、0.9 で 9.609743789 となった。球の体積 4.188790205 との比はそれぞれ 1.154700538、1.250000000、2.294157339 で、γ に一致する。$d = 2$ から 5 までの単位球（体積 3.141592654、4.188790205、4.934802201、5.263789014）を長軸だけ γ 倍に押し出すと、体積は 3.926990817、5.235987756、6.168502751、6.579736267 になり、比はどの次元でも 1.250000000（$\beta = 0.6$）である。

> **観察 5.4**
>
> 伸びるのは一つの軸だけだから、比は次元を見ない。切り口の「大きさ」は切り方で γ 倍になる——光の球の体積は、誰の同時で測るかを決めるまで決まらない。

6. 同時面を傾けると、遠くの「いま」が動く

計算 6.1：S で見ると S' の同時面は $t = T/\gamma + \beta x$ であり、距離 d だけ離れた場所では時刻が vd/c^2 だけ動く。$d = 250$ 万光年で計算した。

速さ	β	「いま」のずれ（年）	日に直すと
歩く 5 km/h	$4.632834655530 \times 10^{-9}$	0.011582087	4.230357 日
車 100 km/h	$9.265669311060 \times 10^{-8}$	0.231641733	84.607143 日
公転 29.78 km/s	$9.933538755001 \times 10^{-5}$	248.338468875	90705.625757 日

近い形 vd/c^2 と厳密なローレンツ変換の比はどの速さでも γ で、公転の速さでも $\gamma - 1$ は 4.933760×10^{-9} である。

> **観察 6.2**
>
> 動いたのは面であって、光円錐ではない。歩き出した人の「いま」は 250 万光年先で 4.230357 日ぶん動くが、そこから届く光は一秒も動かない——届く事象は光円錐の上の一点であり、どの系でもその一点だからである。第2節で球が楕円になったのも、この同じ傾きの帰結である。

7. 分離子と、言っていないこと

> **観察 7.1**
>
> 分離子は、切る面が誰の同時かである。同じ系の同時で切れば動径はどこでも 1.000000000000 で球、別の系の同時で切れば離心率 β の楕円になる——向きを替えて S の同時面を S' の座標で見ると、同じ楕円が現れ、頂点はやはり k と $1/k$ である。論文118 の語でいえば、球か楕円かを決めているのは座標時間というラベルの選び方であって、光の側の性質ではない。

> **観察 7.2**
>
> 言っていないこと。焦点に何かが在るとは言わない——ケプラー軌道と同じ形の極方程式が出るのは、どちらも焦点を原点に取った楕円だからであって、力の話ではない。見かけの形も論じない——目に届く光がつくる像は論文901 の側であり、本稿の図形は同時面の切り口である。片道の光速の規約（論文24）も動かさない——標準同期の二つの系だけを使った。

8. 点呼と結び

1. 離心率 **0.600000000000**・長半径 **1.250000000000**・短半径 **1.000000000000**（計算 2.1）：切り口は楕円。
2. 焦点の一つが発光点（観察 2.2）：光が出た点。
3. 頂点 **2.000000000000** と **0.500000000000**・積 **1.000000000000**（計算 3.1）：k と $1/k$。
4. 動径 $= 1/(\gamma(1-\beta\cos\theta))$（計算 4.1）：ドップラー因子の図。
5. 半通径 **0.800000000000**（計算 4.3）：横向きは時間の遅れだけ。
6. 中心 **0.750000000000**＝観測者の位置（計算 5.1）：動く人には球。
7. 体積 **5.235987756÷4.188790205＝1.250000000**（計算 5.3）：どの次元でも γ。
8. **250** 万光年先で **4.230357** 日（計算 6.1）：歩くだけで「いま」が動く。
9. 誰の同時か（観察 7.1）：分離子。論文**24**・**61**・**118**・**491**・**901**・**1026**。

結び：光の球をよその系の同時で切ると、発光点を焦点とする離心率 β の楕円になる。β＝0.6 で長半径 **1.250000000000**・短半径 **1.000000000000**・半通径 **0.800000000000**・中心 **0.750000000000** であり、二つの頂点 **2.000000000000** と **0.500000000000** は相対論のドップラー因子 k と 1/k、その積は短半径の二乗 **1.000000000000** である。各方向の動径はその方向のドップラー因子そのもので、三次元の体積は球の **1.250000000** 倍、この比はどの次元でも γ である——中心は動く観測者の居る位置で、その人が自分の同時で測れば四方どこでも **cT** である。分離子は、切る面が誰の同時かである。既刊の中に置けば——論文**61** は光球 **r＝ct** を、論文**491** は古典の二つの式とその幾何平均を、論文**1026** は離れる像の進み **(1−β)γ** を、論文**118** は座標時間がラベルであることを示した。ここでは、その三つの数が一枚の楕円の頂点と半通径として並び、球か楕円かを決めているのがラベルの選び方であることを数えた。正直に書けば——新しい式は一つも無い。新しいのは、同じ光円錐の切り口として三つの数を一枚に乗せたことだけである。

参考文献

1. Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*.

2. Rindler, W. (2006). *Relativity: Special, General, and Cosmological*. Oxford University Press.

3. 山岸勇輝 (2026). 『片道の光速は、測れない』[論文24]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090261

4. 山岸勇輝 (2026). 『光球としての c』[論文61]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598127

5. 山岸勇輝 (2026). 『二つの時計と、一枚の目盛り』[論文118]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22036237

6. 山岸勇輝 (2026). 『古典のドップラーは二つの式であり、相対論はその幾何平均である』[論文491]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22760067

7. 山岸勇輝 (2026). 『動く球は縮んで見えない——光の遅れと収縮は、積ではなく二乗和で打ち消す』[論文901]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22798673

8. 山岸勇輝 (2026). 『離れる時計台の針が止まって見えるのは光の遅れで、相対論はむしろ像を γ 倍だけ速めている』[論文1026]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860181

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)