回る輪を光が一周する時間の差は、周の長さによらず、囲んだ面積だけで決まる

— 面積 1 の正方形・正三角形・周が 2.125 倍の長方形・正 64 角形のどれでも差は 4AΩ/c² で一致し、8 の字では符号つき面積が 0 なので差も 0 になる — 分離子は、一次か二次か — [論文1037]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

回っている輪に光を順回りと逆回りで走らせると、戻る時刻がずれる。本稿は、鏡が光の到着を待つあいだに動くことを一辺ずつ解いて、そのずれが何で決まるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。効くのは囲んだ面積だけで、周の長さは効かない——面積 1 の正方形・正三角形・周が 2.125 倍の細長い長方形・正 64 角形の四つで、時間差を 4AΩ で割った比は **0.9999999999998333**・**1.00000000000077**・**0.9999999999986615**・**1.000000000000317** であった。周は 3.54633240701 から 8.5 まで 2.39684243451 倍ひらくのに、差は同じである（第3節）。 第二に、回転の中心がどこにあっても変わらない——同じ正方形を中心から (3,2) だけずらして回しても、比は **1.000000000025833** である。面積を 4 倍にすれば差はちょうど 4 倍になった（第3節）。 第三に、効いているのは符号つきの面積である——二つのループを逆向きにつないだ 8 の字では、囲んだ面積の絶対値の和が 4 あるのに符号つき面積は 0 で、時間差も厳密に 0 になった。輪を傾ければ効くのは回転軸に垂直な面への射影の面積で、真横に立てた輪では差が消える（第4節・第5節）。 第四に、差の半分は、回る輪の上で時計を順に合わせて一周したときに残るずれである——2AΩ/c² であり、地球の赤道をぐるりと一周して時計を合わせると出発点で **207.386107** ns 食い違う。東回りと西回りの光の差はその倍の **414.772213** ns で、緯度 35.68 度の輪では射影の面積が **0.659810449** 倍になるので **136.835520** ns になる（第6節・第7節）。 第五に、分離子は、一次か二次かである——「面積だけ」は Ω の一次の言明である。Ω を 100 倍にして二次の項を見ると、中心を通る正方形ではずれが負の **−1.66682**×10⁻⁵、中心をずらした正方形では正の **0.00258821** で、符号まで違った。どちらも Ω を 10 分の 1 にするとずれは 100 分の 1 になり（比 **100.0094043** と **100.1870602**）、二次であることが確かめられる（第8節）。 第六に、面積で決まることは、巻けば効くということである——全長 1000 m の光ファイバーを直径 0.10 m の輪に巻くと巻き数は **3183.098862**、総面積は全長と直径の積の 4 分の 1 でちょうど 25 m² になる。地球の自転での時間差は **8.113572**×10 の −20 乗 秒、波長 1.55 μm での位相差は **9.860092**×10 の −5 乗 ラジアンである（第7節）。
キーワード：サニャック効果、回転系、同時性、光の干渉、面積、光ファイバージャイロ。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——サニャック効果、時間差が囲んだ面積に比例すること、回転系で同期が一周して閉じないこと、光ファイバージャイロがこの効果で回転を測ることは、いずれも既知である（サニャック 1913、ポスト 1967、アシュビー 2003）。エーレンフェストのパラドックスを解かない——円板を剛体として回し始められるかには入らない。回っている輪を静止系から見るだけである。二次の係数の公式は導かない——二次で効く量を測り、その係数が図形によって符号まで違うことを記録するにとどめる。なぜその符号になるかは主張しない。重力を入れない——平らな時空の回転座標だけを使い、地球の重力ポテンシャルによる時計の進み（論文66 の側）は入れない。実機の性能を主張しない——光ファイバーの例は面積の勘定を見せるためで、雑音・分解能・温度の効きは扱わない。値は例である——$c=1$ と置いた角速度 10 の −6 乗、面積 1 の図形、地球の代表値は比べるための値である。既刊との関係：論文1027 の射程注記は、円板を剛体として回し始められるかと、円周上の同時性をどう決めるかは主題ではないと書いた——本稿はそのうち円周上の同時性の席に座り、一周すると同期が $2A\Omega/c^2$ だけ閉じないことを数える（先客なし）。論文24 は、片道の光速が測れず、往復はどの同期の規約でも c であることを示した——ここで測るのは同じ点に戻る二つの光の到着時刻の差であり、片道の速さを決めなくても測れる量である。論文33 はウィグナー角が面積であることを、論文903 はフーコーの振り子が一日に回る角が立体角であることを、論文906 は偏光の位相の動きが囲んだ立体角の半分であることを示した——本稿の時間差も「一周して残るのは囲んだ量」という形をしているが、ここで囲むのは平らな面の面積であり、三つの立体角とは根が違うので同根とは書かない。論文402 は、四つ目の衛星が位置のためではなく時計のためであることを示した——ここで出す赤道の 207.386107 ns は、その時計を地球規模で合わせるときに出てくる同じ量である。加えたのは、形・周の長さ・回転の中心を替えて比を一つの表に並べたこと、8 の字で符号つき面積が効くことを示したこと、傾きで射影の面積になることを数えたこと、二次の係数が図形によって符号まで違うことを測ったことである。

1. 記法と問い

設定：閉じた多角形の頂点に鏡を置き、全体を角速度 Ω で回す。光は一つの頂点を出て次の頂点へ向かうが、着くまでのあいだに鏡が動くので、一辺を渡る時間 δt は $|R(\Omega(t+\delta t))P_{k+1}-R(\Omega t)P_k| = c\delta t$ を満たす。これを一辺ずつ解いて一周の時間を出し、順回りと逆回りの差 Δt を取る。以下 $c=1$ と置き、$\Omega = 10^{-6}$、計算は 40 桁で行う（倍精度では二次の効果と丸めが混ざる）。A は符号つきの面積（靴ひもの式）である。

問い：Δt は何で決まるか。形か、周の長さか、囲んだ面積か。

2. 自己検査

計算 2.1：回さない（$\Omega = 0$）と、順回りと逆回りの差は 0 であった。

計算 2.2：円については静止系で手で解ける。光は一周 $2\pi r$ を走り、鏡は $r\Omega t$ だけ逃げるので $t_{\pm} = 2\pi r/(c \mp r\Omega)$、差は $4A\Omega/(c^2 - v^2)$ である。半径 0.5・$\Omega = 0.01$ で厳密値は 0.031416711953696774804、

$4A\Omega$ は 0.031415926535897932385 で、比は 1.0000250006250156254、$1/(1-v^2)$ と 10^{-25} 以内で一致した。比べ役として Ω を 0.2 まで上げると比は 0.993087007497 となり、$4A\Omega$ から外れる。

3. 形も周も中心も効かない

計算 3.1：回転軸に垂直な面への射影の面積が 1 になるように四つの図形を作り、$\Omega = 10^{-6}$ で回した。

図形	面積	周	時間差 $\div 4A\Omega$
正方形	1	4.0	0.9999999999998333
正三角形	1	4.55901411391	1.00000000000077
細長い長方形 4×0.25	1	8.5	0.9999999999986615
正 64 角形	1	3.54633240701	1.000000000000317
$(3, 2)$ ずらした正方形	1	4.0	1.000000000025833
面積 4 の正方形	4	8.0	0.9999999999993333

> **観察 3.2**
>
> 周は 3.54633240701 から 8.5 まで 2.39684243451 倍ひらくのに、時間差は同じである。細長い長方形の周は正方形の 2.125 倍だが、時間差の比は 1 から 10^{-11} しか離れない——もし周に比例するなら、この二つは 2.125 倍違ったはずである。

> **観察 3.3**
>
> 回転の中心は図形の外にあってもよい。同じ正方形を $(3, 2)$ だけずらして回すと、縁の速さは最大 4.3011626×10^{-6} になるが、比は 1.000000000025833 のままである——残った 2.6×10^{-11} は二次の項で、第8節で測る。

4. 効くのは符号つきの面積である

計算 4.1：二つのループを逆向きにつないだ 8 の字（頂点 $(0,0)$、$(1,1)$、$(2,0)$、$(1,-1)$、$(0,0)$、$(-1,1)$、$(-2,0)$、$(-1,-1)$）で回した。囲んだ面積の絶対値の和は 4、周は 11.313708499 だが、符号つき面積は 0 であ

り、時間差も 0 であった。同じ二つのループを向きをそろえて置けば $4A\Omega = 1.6 \times 10^{-5}$ が出る。

> **観察 4.2**
>
> 「囲む」は向きを持っている。右のループで稼いだ分を左のループが返すので、光は同じ時刻に戻ってくる——面積の絶対値ではなく、符号つきの面積が効いている。

5. 傾けると、射影の面積になる

計算 **5.1**：面積 1 の正方形を回転軸に対して傾けた。

傾き	射影の面積	時間差
0 度	1	$3.9999999999993 \times 10^{-6}$
30 度	0.866025403784	$3.4641016151372 \times 10^{-6}$
60 度	0.5	$1.9999999999997 \times 10^{-6}$
90 度	0	0

> **観察 5.2**
>
> 効くのは、回転軸に垂直な面へ落とした影の面積である。真横に立てた輪では時間差が消える——輪そのものの面積は 1 のままだから、消えたのは面積ではなく、その向きである。

6. 回る輪の上では、同期が一周で閉じない

計算 **6.1**：面積 1 の正方形で一周の時間差は $3.999999999999333 \times 10^{-6}$、その半分は $1.999999999999667 \times 10^{-6}$ で、$2A\Omega$ と 10^{-9} 以内で一致した。正 64 角形でも同じである。

> **観察 6.2**
>
> 差の半分は、同期の閉じなさである。回る輪の上で隣どうしの時計を光の往復で合わせながら一周すると、出発点の時計と $2A\Omega/c^2$ だけ食い違う——どの一歩も正しく合わせているのに、一周すると合わない。論文1027 の射程注記が「円周上の同時性をどう決めるか」を主題から外したのは、ここが閉じないからである。

7. 地球と、巻いたファイバー

計算 7.1：地球の自転の角速度 7.292115×10^{-5} rad/s、赤道半径 6378137 m を入れる。赤道の輪が囲む面積は 1.278020×10^{14} m² で、$2\Omega A/c^2$ は 207.386107 ns、東回りと西回りの光の差はその倍の 414.772213 ns である。緯度 35.68 度の輪では射影の面積が 0.659810449 倍（緯度の余弦の二乗）になるので 136.835520 ns になる。

計算 7.2：全長 1000 m の光ファイバーを直径 0.10 m の輪に巻くと、巻き数は 3183.098862、総面積は 25.000000 m² である。これは全長と直径の積の 4 分の 1 に厳密に等しい。地球の自転だけで回しても時間差は 8.113572×10^{-20} 秒あり、波長 1.55 μm での位相差は 9.860092×10^{-5} ラジアンである。

> **観察 7.3**
>
> 面積で決まるということは、巻けば効くということである。輪を小さくしても、同じ長さのファイバーなら総面積は全長と直径の積の 4 分の 1 で、直径に比例する——装置を小さくする代わりに長く巻く、という取り替えがここから出る。

8. 分離子：一次か、二次か

計算 8.1：Ω を大きくして、比が 1 からどれだけ離れるかを測った。

Ω	正方形の比	そのずれ	ずらした正方形の比	そのずれ
0.01	0.99998333175011	-1.66682×10^{-5}	1.0025882145481	0.00258821
0.003	0.99999849998718	-1.50001×10^{-6}	1.0002325394804	0.000232539
0.001	0.99999983333318	-1.66667×10^{-7}	1.0000258338207	2.58338×10^{-5}

Ω を 10 分の 1 にするとずれは 100 分の 1 になり（比は 100.0094043 と 100.1870602）、ずれが二次であることが確かめられる。

> **観察 8.2**
>
> 二次では、面積だけでは決まらない。中心を通る正方形ではずれが負、中心をずらした正方形では正で、符号まで違った——円では $1/(c^2 - v^2)$ の形で正になる。二次に入ると、囲んだ面積のほかに、回転の中心から輪までの距離が効いてくる。その係数がなぜ図形ごとに違うかは主張しない——測った事実だけを書く。

> **観察 8.3**
>
> 分離子は、一次か二次かである。「効くのは面積だけ」という言明は、Ω の一次でだけ正しい——一次では形も周も中心も消えるが、二次ではそのうち中心からの距離だけが戻ってくる。

9. 言っていないこと

> **観察 9.1**
>
> エーレンフェストのパラドックスを解かない。円板を剛体として回し始められるかには入らず、回っている輪を静止系から見るだけである——回転系の空間の曲率は論文1027 の側である。重力も入れない——地球の数はすべて平らな時空の回転で、重力ポテンシャルによる時計の進みは含まない。実機の性能も主張しない——ファイバーの例は面積の勘定を見せるためである。

10. 点呼と結び

1. 比 **0.9999999999998333 · 1.00000000000077 · 0.9999999999986615 · 1.000000000000317**（計算 3.1）：形は効かない。
2. 周は **2.125** 倍でも同じ（観察 3.2）：周も効かない。
3. ずらしても **1.000000000025833**（計算 3.1）：中心も効かない。
4. **8** の字で差 **0**（計算 4.1）：効くのは符号つき面積。
5. 傾き **90** 度で差 **0**（計算 5.1）：効くのは射影の面積。
6. 差の半分は $2A\Omega$（計算 6.1）：同期が閉じない。

7. 赤道で **207.386107 ns**・**414.772213 ns**・緯度で **136.835520 ns**（計算 7.1）：地球。

8. ずれ **−1.66682×10⁻⁵** と **0.00258821**・比 **100.0094043** と **100.1870602**（計算 8.1）：二次で符号が違う。

9. 一次か二次か（観察 8.3）：分離子。論文**24**・**33**・**402**・**903**・**906**・**1027**。

結び：回る輪を光が一周する時間の差は、周の長さによらず、囲んだ面積だけで決まる。面積 **1** の正方形・正三角形・周が **2.125** 倍の長方形・正 **64** 角形で、時間差を **4AΩ** で割った比は **0.9999999999998333**・**1.00000000000077**・**0.9999999999986615**・**1.000000000000317** で一致し、回転の中心を **(3,2)** ずらしても **1.000000000025833** のままだった。効くのは符号つきの面積で、**8** の字では打ち消して **0** になり、輪を傾ければ回転軸に垂直な面への射影の面積になる——差の半分 **2AΩ/c²** は、回る輪の上で時計を順に合わせて一周したときに残るずれで、地球の赤道では **207.386107 ns** である。分離子は、一次か二次かである——二次ではずれの符号が図形によって違い、中心からの距離が戻ってくる。既刊の中に置けば——論文**1027** の射程注記は円周上の同時性を主題から外した。本稿はその席に座り、なぜ外れていたのか——一周すると同期が閉じないから——を数で書いた。論文**33**・**903**・**906** も「一周して残るのは囲んだ量」という形をしているが、あちらは三つとも立体角で、ここで囲むのは平らな面の面積である。正直に書けば——式は **1913** 年からあり、本稿が加えたのは、何が効かないかを形・周・中心・向き・傾きの五つで測ったことだけである。

参考文献

1. Ashby, N. (2003). Relativity in the Global Positioning System. *Living Reviews in Relativity*.
2. Post, E. J. (1967). Sagnac Effect. *Reviews of Modern Physics*.
3. Sagnac, G. (1913). L’éther lumineux démontré par l’effet du vent relatif d’éther dans un interféromètre en rotation uniforme. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*.
4. 山岸勇輝 (2026).『片道の光速は、測れない』[論文24]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090261
5. 山岸勇輝 (2026).『ウィグナー角は面積である』[論文33]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090872
6. 山岸勇輝 (2026).『速度空間の曲率と重力赤方偏移』[論文66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607
7. 山岸勇輝 (2026).『四つ目の衛星は、位置のためではなく時計のためである』[論文402]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699392
8. 山岸勇輝 (2026).『フーコーの振り子が一日に回る角は、緯度円より上の空の立体角を 2π から引いた値である』[論文903]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22803584
9. 山岸勇輝 (2026).『偏光を閉じた道で一周させると、位相は囲んだ立体角の半分だけ動く』[論文906]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22803812
10. 山岸勇輝 (2026).『回る円板の空間の曲率は −3Ω²/c² で、速度空間の −1/c² とは引数が違う』[論文1027]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860239

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)