ジオイドは、時計が同じ速さで進む面である

— 赤道の時計は速さで一日 103.976943 ns 遅れ、中心から遠いぶん同じだけ進む。打ち消すのは地球が自分の回転に合わせた形をしているからで、球なら引力の項が 1.943779 倍になって打ち消さない —

— 分離子は、同じポテンシャル面か、同じ地心距離か — [論文1038]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

赤道の時計は、極の時計より速く動いている。だが中心からは遠い。本稿は、回る地球の海面の上で、この二つがどれだけ正確に打ち消すかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。海面の上では、時計はどこでも同じ速さで進む——赤道の時計は速く動くぶん一日 **103.976943 ns** 遅れ、中心から遠いぶん同じだけ進み、和は一日 **−0.000000608 ns** にしかならない。速さの項に対する比は **5.843942 ×10 の −9 乗**である（第2節）。 第二に、赤道と極だけの話ではない——地心緯度 0 度から 90 度までの七点で、引力と遠心を合わせたポテンシャルの振れ幅は **0.001164 m²/s²** であった。時計の進みに直すと **1.294748×10 の −20 乗**、一日あたり **0.000001119 ns** である。七点の平均は WGS84 が公表する正規ポテンシャルと **0.000158 m²/s²**（高さに直すと **0.000016 m**）しか違わない（第3節）。 第三に、打ち消すのは、地球が自分の回転に合わせた形をしているからである——扁平の効き（J2 以降）を入れず引力を GM/r だけにすると、赤道の引力の項は速さの項の **1.943779** 倍になって打ち消さず、七点のポテンシャルの振れ幅は **87721933.546989** 倍に広がる。海面が等ポテンシャル面であることと、時計がそろうことは、同じ一つの事実である（第2節・第3節）。 第四に、その形は、遠心力と引力の比で決まっている——遠心力と引力の比 m は **3.461391899×10 の −3 乗**で、一次のクレローの関係 f＝1.5·J2＋0.5·m は **0.003354641** を返す。実際の扁平率 **0.003352811** との比は **1.000545816** である。遠心の項を落とすと比は **0.484353** になり、まるで合わない（第4節）。 第五に、だから時計は、高さを測る物差しになる——高さ 1 m あたりの進みは **1.091137×10 の −16 乗**（一日 **0.009427423 ns**）で、450 m では一日 **4.242341 ns**、エベレストの高さでは **83.421950 ns** になる。逆に読めば、率 10 の −18 乗の時計は高さ **0.009165 m** を見分ける（第5節）。 第六に、分離子は、同じポテンシャル面で比べるか、同じ地心距離で比べるかである——同じ地心距離に赤道と地心緯度 45 度の二点を置くと、時計は一日 **100.881579 ns** 食い違う。打ち消すのは海面どうしを比べたときだけで、「高さが同じ」の意味を取り違えると、この百 ns が戻ってくる（第6節）。 キーワード：ジオイド、等ポテンシャル面、時間の遅れ、重力赤方偏移、地球の扁平、相対論的測地。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ジオイドが重力と遠心を合わせたポテンシャルの等しい面であること、その上で原子時計の進みがそろうこと、正規楕円体が正規重力ポテンシャルの等ポテンシャル面であること、光格子時計が高さの差を測れることは、いずれも既知である（アシュビー 2003、チョウら 2010、タカモトら 2020）。ジオイドの起伏を扱わない——使うのは WGS84 の正規楕円体だけで、実際の海面と楕円体の数十 m のずれ、潮汐、大気、海流は入れない。測地の実務を扱わない——高さの基準面の決め方、測量の方法、時計を運ぶ手立てには入らない。1905 年の論文の読み方を主張しない——赤道の時計が極の時計よりわずかに遅れるという一文があることと、引力の項を入れるとそれが打ち消されることを並べるだけで、誰が何を知っていたかは述べない。実機の性能を主張しない——10 の −18 乗は比べるための率で、特定の時計の精度を言うものではない。値は代表値である——WGS84 の GM・赤道半径・扁平率・自転の角速度・J2・J4・J6 と、標準重力 9.80665 m/s² を使う。既刊との関係：論文915 の射程注記は、楕円体だけを使い、ジオイドの起伏・重力・大気の屈折・測量の方法は入れないと書いた——本稿はそのうち重力の席に座り、楕円体が等ポテンシャル面であること、その上で時計がそろうことを数える（先客なし）。ジオイドの起伏は本稿も入れないので、そこは論文787・論文915 と同じ側に立つ。論文787 は、チンボラソの山頂がエベレストより低いのに地球の中心から遠いことを示した——あちらは同じ赤道のふくらみを「中心からの距離」で読み、ここでは「時計の速さ」で読む。同じ 21384.685755 m のふくらみが、二つの別の量に効いている。論文66 は、局所の c と座標の c が別根であることを重力赤方偏移から示した——本稿で使う「時計の進みの率が 1＋U/c²」はその座標側の量である。論文123 は、時間の遅れを支える実験を整理した——ここで出す一日あたりの ns は、その実験が扱う量を地球の形の側から数え直したものである。論文402 は、四つ目の衛星が位置のためではなく時計のためであることを示した——地上の時計をそろえる側の事情が本稿である。論文1029 は、落ちる箱の中で重力が見分けられない大きさを計器の精度が決めることを示した——ここでも、高さの差を見分けられるかどうかを決めるのは時計の精度である。論文1037 は、回る輪で光の一周の時間差が囲んだ面積だけで決まることを示した——同じ自転の角速度が、あちらでは面積と組み、ここでは半径の二乗と組む。加えたのは、七つの緯度で振れ幅を測って打ち消しが赤道と極だけの話でないことを示したこと、J2 以降を抜いた対照を置いて打ち消しが形に依ることを数えたこと、クレローの一次の関係で形と回転を結んだこと、同じ地心距離で比べると百 ns が戻ることを分離子にしたことである。

1. 記法と問い

設定：WGS84 の回転楕円体（赤道半径 $a = 6378137$ m、扁平率の逆数 298.257223563、極半径 $b = 6356752.314245$ m）を地球の海面とする。引力のポテンシャルを $V = -(GM/r)[1 - \sum J_{2n}(a/r)^{2n} P_{2n}(\sin\psi)]$、遠心のポテンシャルを $-\tfrac{1}{2}(\omega r\cos\psi)^2$ とし、その和を U と書く（ψ は地心緯度）。静止した時計の進みの率は $1 + U/c^2$ である（U は負）。$GM = 3.986004418 \times 10^{14}$ m³/s²、$\omega = 7.292115 \times 10^{-5}$ rad/s、$J_2 = 1.0826298213 \times 10^{-3}$、$J_4 = -2.370912220 \times 10^{-6}$、$J_6 = 6.083464980 \times 10^{-9}$ を使う。

問い：赤道の時計は、速く動くぶん遅れるのか。それとも中心から遠いぶん進むのか。

2. 赤道と極：二つの項は打ち消す

計算 2.1：赤道の地心距離は 6378137.000000 m、極は 6356752.314245 m で、差は 21384.685755 m（赤道のふくらみ）である。速さの項 $-(\omega r)^2/(2c^2)$ は $-1.203436844 \times 10^{-12}$（一日あたり -103.976943 ns）、引力の項は $+1.203436837 \times 10^{-12}$（一日あたり $+103.976943$ ns）で、和は $-7.032815 \times 10^{-21}$、一日あたり -0.000000608 ns である。速さの項に対する比は 5.843942×10^{-9} にすぎない。

計算 2.2：J_2 以降を入れず、引力を GM/r だけにすると、引力の項は $2.339214834 \times 10^{-12}$ になり、速さの項の 1.943779 倍である。

> **観察 2.3**
>
> 打ち消しは偶然ではないが、球では起こらない。同じ自転、同じふくらみを与えても、引力を球のものに取り替えるだけで二つの項は二倍近くずれる——打ち消しているのは、回転そのものではなく、回転に合わせて地球が取った形である。

3. どの緯度でも同じである

計算 3.1：楕円体の上の七点で U を計算した。

地心緯度	地心距離 (m)	U (m²/s²)	J_2 以降を抜いた U
0 度	6378137.000000	−62636851.714349	−62602966.660954
15 度	6376697.748281	−62636851.714731	−62609781.191567
30 度	6372770.601137	−62636851.714617	−62628416.123101
45 度	6367417.724967	−62636851.714274	−62653912.614302
60 度	6362078.314791	−62636851.714881	−62679455.786932
75 度	6358178.099804	−62636851.714526	−62698184.082625
90 度	6356752.314245	−62636851.713717	−62705045.295969

U の振れ幅は 0.001164 m²/s²（時計の進みに直すと 1.294748×10^{-20}、一日あたり 0.000001119 ns）、J_2 以降を抜くと 102078.635015 m²/s²（一日あたり 98.131218 ns）で、比は 87721933.546989 倍である。七点の平均

$-62636851.714442\ \mathrm{m^2/s^2}$ は、WGS84 が公表する正規ポテンシャル $-62636851.7146\ \mathrm{m^2/s^2}$ と $0.000158\ \mathrm{m^2/s^2}$（高さに直すと $0.000016\ \mathrm{m}$）しか違わない。

> **観察 3.2**
>
> 海面とは、時計が同じ速さで進む面のことである。等ポテンシャル面という測地学の定義と、時計がそろう面という時計の側の定義は、同じ一つの面を指している——赤道と極という二点の話ではなく、面の上のどこでもそろう。

4. 形と回転は、一次で結ばれている

計算 4.1：遠心力と引力の比 $m = \omega^2 a^3 / GM$ は $3.461391899 \times 10^{-3}$ である。一次のクレローの関係 $f = 1.5 J_2 + 0.5 m$ は 0.003354641 を返し、実際の扁平率 0.003352811 との比は 1.000545816、差の割合は 5.458156×10^{-4} であった。比べ役として遠心の項を落とすと $1.5 J_2$ だけになり、実際の扁平率との比は 0.484353 で合わない。

> **観察 4.2**
>
> ふくらみの半分ほどが、速さの遅れに当たる。赤道の速さの項を高さに直すと $11029.200551\ \mathrm{m}$ で、ふくらみ $21384.685755\ \mathrm{m}$ の 0.515752 倍である——形を決める式のなかで遠心の項が $0.5m$、扁平の項が $1.5 J_2$ という重みで並んでいることの、時計の側から見た姿である。

5. 時計は、高さを測る物差しになる

計算 5.1：高さ $1\ \mathrm{m}$ あたりの進みは $g/c^2 = 1.091137 \times 10^{-16}$（一日あたり $0.009427423\ \mathrm{ns}$）である。

高さ	進みの率	一日あたり
1 cm	1.091137×10^{-18}	0.000094 ns
1 m	1.091137×10^{-16}	0.009427 ns
450 m	4.910116×10^{-14}	4.242341 ns
8848.86 m	9.655318×10^{-13}	83.421950 ns

逆に読むと、率 1 の食い違いは高さ $c^2/g = 9.164752 \times 10^{15}$ m に当たり、率 10^{-18} の時計は高さ 0.009165 m を見分ける。

> **観察 5.2**
>
> 高さの基準面は、時計で決められる。海面がそろう面なのだから、そこからの高さは時計の進みの差で読める——論文1029 が示したように、どこまで細かく見分けられるかを決めるのは物理ではなく計器の精度である。

6. 分離子：同じポテンシャル面か、同じ地心距離か

計算 6.1：同じ地心距離 6378137.000000 m に赤道の点と地心緯度 45 度の点を置くと、U の差は 104939.631171 m²/s²、時計に直すと 1.167611×10^{-12}、一日あたり 100.881579 ns である。海面の赤道と、その真上 1000 m の点では、U の差は 9778.781679 m²/s²、一日あたり 9.400633 ns である。

> **観察 6.2**
>
> 「高さが同じ」を取り違えると、百 ns が戻ってくる。打ち消すのは、二点をどちらも海面に置いたときだけである——同じ地心距離という別の意味で「同じ高さ」と言えば、赤道と緯度 45 度は一日 100.881579 ns 食い違う。これが本稿の分離子である。

7. 参考と、言っていないこと

> **観察 7.1**
>
> 参考：一年に直すと。速さの項だけを取れば赤道の時計は一年で $-37.977579\ \mu$s 遅れるが、引力の項を入れた和は $-0.000000222\ \mu$s である——アインシュタインの 1905 年の論文には、赤道の時計が極の時計よりわずかに遅れるはずだという一文がある。引力の項を入れると、その遅れは残らない。誰が何を知っていたかは述べない。

> **観察 7.2**
>
> 言っていないこと。ジオイドの起伏を扱わない——使うのは正規楕円体だけで、実際の海面とのずれ、潮汐、海流は入れない（論文787・論文915 と同じ側）。測地の実務にも入らない——高さの基準面の決め方、時計を運ぶ手立ては扱わない。実機の性能も主張しない。

8. 点呼と結び

1. 速さ **−103.976943 ns**・引力 **103.976943 ns**・和 **−0.000000608 ns**（計算 2.1）：打ち消す。
2. 球にすると **1.943779** 倍（計算 2.2）：形が効いている。
3. 七点の振れ幅 **0.001164 m²/s²**（計算 3.1）：面の上でそろう。
4. J_2 を抜くと **87721933.546989** 倍（計算 3.1）：対照。
5. U の平均と WGS84 の差 **0.000158 m²/s²**（計算 3.1）：高さで **0.000016 m**。
6. クレローの比 **1.000545816**（計算 4.1）：形と回転。
7. 高さ **1 m** で **1.091137**×10 の −16 乗・**450 m** で **4.242341 ns**（計算 5.1）：時計は物差し。
8. 同じ地心距離なら一日 **100.881579 ns**（計算 6.1）：分離子。
9. 論文66・123・402・787・915・1029・1037（第7節）：既刊との関係。

結び：ジオイドは、時計が同じ速さで進む面である。赤道の時計は速く動くぶん一日 **103.976943 ns** 遅れ、中心から遠いぶん同じだけ進み、和は **−0.000000608 ns** にしかならない。地心緯度 **0** 度から **90** 度までの七点で、引力と遠心を合わせたポテンシャルの振れ幅は **0.001164 m²/s²**（一日あたり **0.000001119 ns**）で、平均は **WGS84** の正規ポテンシャルと **0.000158 m²/s²** しか違わない——打ち消すのは地球が自分の回転に合わせた形をしているからで、引力を球のものに取り替えると引力の項は速さの項の **1.943779** 倍になり、振れ幅は **87721933.546989** 倍に広がる。その形は一次のクレローの関係で回転と結ばれており、実際の扁平率との比は **1.000545816** である。分離子は、同じポテンシャル面で比べるか、同じ地心距離で比べるかである——後者なら赤道と緯度 **45** 度は一日 **100.881579 ns** 食い違う。既刊の中に置けば——論文915 の射程注記は重力を外した。本稿はその席に座る。論文787 は同じ **21384.685755 m** のふくらみを中心からの距離で読み、ここでは時計の速さで読んだ。正直に書けば——式は測地学の定義そのものである。加えたのは、その定義を時計の側の言葉で言い直し、打ち消しが形に依ることを対照で数えたことだけである。

参考文献

1. Ashby, N. (2003). Relativity in the Global Positioning System. *Living Reviews in Relativity*.
2. Chou, C. W., Hume, D. B., Rosenband, T., & Wineland, D. J. (2010). Optical Clocks and Relativity. *Science*.

3. Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*.

4. National Imagery and Mapping Agency (2000). *Department of Defense World Geodetic System 1984*. NIMA Technical Report.

5. Takamoto, M., Ushijima, I., Ohmae, N., Yahagi, T., Kokado, K., Shinkai, H., & Katori, H. (2020). Test of General Relativity by a Pair of Transportable Optical Lattice Clocks. *Nature Photonics*.

6. 山岸勇輝 (2026).『速度空間の曲率と重力赤方偏移』[論文66]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616607

7. 山岸勇輝 (2026).『双子が違うのは時計の遅れではなく、世界線の長さである』[論文123]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22055231

8. 山岸勇輝 (2026).『四つ目の衛星は、位置のためではなく時計のためである』[論文402]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699392

9. 山岸勇輝 (2026).『チンボラソはエベレストより **2585.39** m 低いのに、中心から **2079.524** m 遠い』[論文787]. Zenodo.

10. 山岸勇輝 (2026).『緯度 **1** 度の長さは極のほうが長く、二つの弧から扁平率を出すと誤りが百倍余りに効く』[論文915]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22922428

11. 山岸勇輝 (2026).『落ちる箱の中で重力が見分けられない大きさは、物理ではなく計器の精度が決める』[論文1029]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860336

12. 山岸勇輝 (2026).『回る輪を光が一周する時間の差は、周の長さによらず、囲んだ面積だけで決まる』[論文1037]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860751

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)