動く光源の明るさに現れる 4 乗は、立体角の d−1 とエネルギーの 1 と間隔の 1 の和である

— 立体角の冪は光行差の写像の微分そのもので、空間が d 次元なら明るさの冪は d+1 になる。半分の光子が入る角は sin θ＝1/γ の角である — 分離子は、何あたりで数えるか — [論文1040]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

動く光源は、前方で明るく見える。その明るさはドップラー因子の 4 乗で効くと言われる。本稿は、その 4 を三つに割る。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。4 は一つの数ではなく、三つの数え上げの和である——立体角の変換で d−1、光子ごとのエネルギーで 1、届く間隔で 1。空間が d 次元なら明るさの冪は d+1 で、d＝3 のとき 4 になる（第2節から第4節）。 第二に、立体角の冪 d−1 は、光行差の写像の微分そのものである——cosθ＝(cosθ'+β)/(1+βcosθ') を微分すると 1/D²、正弦の比は 1/D、二つを組むと立体角の比は 1/D^(d−1) になる。d＝2・3・4 の五つの向きで、数値微分との差は 10 の −10 乗以下であった（第2節）。 第三に、乱数もそう答える——β＝0.5 で等方に出した光子 40 万個のうち前方（cosθ>0）に入る割合は、d＝2・3・4 で 0.666237500・0.750195000・0.804135000 であった。冪 d−1 の式（0.666666667・0.750000000・0.804498891）と 4σ 以内で合い、冪を一つ違えた式とは 10σ より離れる（第2節）。 第四に、半分の光子が入る角は、sin θ＝1/γ の角である——arccos β と arcsin(1/γ) は同じ角で、β＝0.5 で 60.000000000 度、β＝0.9 で 25.841932763 度、β＝0.99 で 8.109614456 度になる。どの次元でもこの角の内側に光子の半分が入る（第3節）。 第五に、d＝3 の全天平均は閉じた形を持つ——∫D⁴dΩ/4π は 1.444444444452 で、γ²(1+β²/3) と 10 の −11 乗で一致した（β＝0.5）。単位振動数あたりなら冪は 3 で平均 1.154700538383、単位波長あたりなら 5 で 1.924500897314 である（第5節）。 第六に、分離子は、何あたりで数えるかである——同じ一つの現象が、単位立体角あたりなら 2 乗、エネルギーを入れて 3 乗、間隔を入れて 4 乗、単位振動数あたりなら 3 乗、単位波長あたりなら 5 乗になる。冪は現象の持ち物ではなく、数え方の持ち物である（第6節）。 キーワード：相対論的ビーミング、光行差、ドップラー因子、立体角、次元、宇宙背景放射の双極。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——相対論的ビーミング、光行差、明るさがドップラー因子の 4 乗で効くこと、輝度を振動数の 3 乗で割った量が不変であること、宇宙背景放射の双極が太陽系の運動で説明されることは、いずれも既知である（リブキとライトマン 1979、リンドとブランドフォード 1985）。放射の機構を扱わない——何がどうして光るのかには入らない。等方に出した光子を数えるだけである。実在の天体を主張しない——背景放射の双極に使う太陽系の速さと温度は代表値で、観測の精度は論じない。光行差の観測の歴史に入らない——ブラッドリーの発見や年周光行差は論文328・論文524・論文909 の側である。論文116 の指数公式を作り直さない——c の冪を数える仕事はあちらで済んでおり、本稿が数えるのは D の冪である。値は例である——β は 0.5 を主に使い、0.9 と 0.99 を添える。空間の次元は 2・3・4 である。既刊との関係：論文901 の射程注記は、色と明るさを入れないと書いた——ドップラー効果による色の変化、光行差による明るさの変化、有限の露光時間は入れない、と——本稿はその明るさの席に座り、冪の内訳を数える（先客なし）。論文116 は c の冪が何を数えているかを、論文902 は黒体放射の c^3 の 3 が次元を数えることを、論文905 はラーモアの 2/3 と c^3 の 3 がどちらも空間次元であることを示した——ここでも冪の一部は空間次元だが、残りの 2 はエネルギーと間隔であり、次元を数えていない。論文1026 は、離れる時計台の像の進みが $(1-\beta)\gamma$ であることを示した——その量がここでは「届く間隔」の因子 1/D として、冪の 1 を担う。論文1036 は、光の球の切り口の動径が各方向のドップラー因子そのものであることを示した——同じ D が、あちらでは長さ、ここでは明るさの冪として現れる。加えたのは、冪 4 を立体角・エネルギー・間隔の三つに割ったこと、立体角の冪 d−1 を光行差の写像の微分から出したこと、乱数と角度の積分で突き合わせたこと、半分の角が $\sin\theta = 1/\gamma$ の角であることを出したことである。

1. 記法と問い

設定：静止した光源が等方に光子を出す。この光源が観測者に対して速さ β で動く。$c = 1$ と置く。源の静止系での向きを θ'、観測者の系での向きを θ とし、ドップラー因子を $D = \gamma(1 + \beta\cos\theta') = 1/(\gamma(1 - \beta\cos\theta))$ と書く。以下、主に $\beta = 0.5$（$\gamma = 1.154700538379$）を使う。真横（観測者の系で $\cos\theta = 0$）では $D = 1/\gamma = 0.866025403784$、前方では $k = 1.732050807569$、後方では $1/k = 0.577350269190$ である。

問い：明るさに現れる D の 4 乗の 4 は、何を数えているか。

2. 立体角の冪は $d-1$ である

計算 2.1：光行差の写像 $\cos\theta = (\cos\theta' + \beta)/(1 + \beta\cos\theta')$ を数値微分した。$d = 3$、源の系で $\cos\theta' = -0.3$ のとき $d\cos\theta/d\cos\theta' = 1.038062283715$（$1/D^2 = 1.038062283737$）、$\sin\theta/\sin\theta' = 1.018853416217$（$1/D = 1.018853416217$）で、立体角の比 $d\Omega/d\Omega'$ は 1.038062283715（$1/D^{d-1} = 1.038062283737$）であった。$\cos\theta' = 0.4$ では 0.520833333351（$1/D^2 = 0.520833333333$）である。五つの向きで、$d = 2$・3・4 のいずれも差は 10^{-10} 以下であった。

> **観察 2.2**
>
> 立体角の冪は、幾何だけから出る。正弦の比が $1/D$、角の比が $1/D$ で、d 次元の立体角要素は $\sin^{d-2}\theta d\theta$ だから $1/D^{d-1}$ になる——乱数も統計も使わずに、写像の微分で決まる。

計算 2.3：$\int D^{p} d\Omega$ を全立体角で割ると、$p = d-1$ のときだけ 1 になる。

d	$p=d-2$	$p=d-1$	$p=d$	$p=d+1$
2	1.000000000000	1.000000000000	1.154700538379	1.500000000000
3	0.951426150897	1.000000000002	1.154700538383	1.444444444452
4	0.928203230276	1.000000000000	1.154700538379	1.416666666667

$d=2$ の $p=d-2=0$ は D の 0 乗なので自明に 1 になる。そこは次の計算で見分ける。

計算 2.4：$\beta = 0.5$ で等方に 40 万個の光子を出し、観測者の系で前方に入る割合を数えた。

d	範囲	乱数	冪 $d-1$	冪 d
2	$\cos\theta > 0$	0.666237500	0.666666667	0.804498891
3	$\cos\theta > 0$	0.750195000	0.750000000	0.843750000
4	$\cos\theta > 0$	0.804135000	0.804498891	0.873415002
3	$\cos\theta > 0.8$	0.250492500	0.249999480	0.343749350

標準誤差は 0.000627359 から 0.000745859 のあいだであり、どの場合も冪 $d-1$ とは 4σ 以内、冪を一つ違えた式とは 10σ より離れた。

3. 半分の光子が入る角

計算 3.1：$\cos\theta > \beta$ に入る光子の割合は、$d=2$ で 0.500970000、$d=3$ で 0.498927500、$d=4$ で 0.501140000 であった（標準誤差 0.000790569）。その角 $\arccos\beta$ は $\arcsin(1/\gamma)$ と 10^{-12} 以内で同じで、$\beta=0.5$ で 60.000000000 度、0.9 で 25.841932763 度、0.99 で 8.109614456 度である。

> **観察 3.2**
>
> 「$1/\gamma$ の角」という言い方と「$\arccos\beta$」という言い方は、同じ角を指している。$\cos\theta=\beta$ なら $\sin\theta=1/\gamma$ だからである——そしてこの角は次元を見ない。$d=2$ でも 4 でも、半分はこの内側に入る。

4. エネルギーと、届く間隔

計算 4.1：光子ごとのエネルギーは D 倍になるので、エネルギーの割合は冪 d で数える。$d=3$・$\cos\theta>0$ で乱数は 0.843362752、冪 d の式は 0.843750000（差 0.000387248）であった。

計算 4.2：届く間隔を幾何で出した。源の固有時 1 の間隔は座標時間 γ で、その間に源が進むぶん道のりが変わるので、観測者に届く間隔は $\gamma(1-\beta\cos\theta)=1/D$ になる。$\cos\theta=0.3$ で 0.981495457622、0 で 1.154700538379、-0.5 で 1.443375672974 であり、いずれも $1/D$ と 10^{-12} 以内で一致した。

> **観察 4.3**
>
> 三つを掛けると D^{d+1} になる。立体角で $d-1$、エネルギーで 1、間隔で 1——$d=3$ ならこれが 4 である。4 という数のうち、空間次元を数えているのは 2 だけで、残りの 2 はエネルギーと時間から来ている。

5. 全天平均と閉じた形

計算 5.1：$d=3$・$\beta=0.5$ で $\int D^4\,d\Omega/4\pi$ は 1.444444444452 であり、閉じた式 $\gamma^2(1+\beta^2/3)$ の 1.444444444444 と 7.994×10^{-12} で一致した。$\int D^3\,d\Omega/4\pi=1.154700538383$、$\int D^5\,d\Omega/4\pi=1.924500897314$ である。

> **観察 5.2**
>
> 全天で集めても 1 には戻らない。立体角の冪 $d-1$ で数えたときだけ 1 に戻り、エネルギーや間隔を入れた冪では 1 を超える——増えた分は、源の側のエネルギーと時計から来ている。

6. 分離子：何あたりで数えるか

> **観察 6.1**
>
> 冪は現象の持ち物ではなく、数え方の持ち物である。$d = 3$ で、単位立体角あたりなら 2 乗、そこにエネルギーを入れて 3 乗、届く間隔を入れて 4 乗——単位振動数あたりで測れば 3 乗、単位波長あたりなら 5 乗になる。どれも同じ一つの現象である。

計算 6.2：宇宙背景放射の双極を見積もる。太陽系の運動 $369.82\ \mathrm{km/s}$（代表値）、温度 $2.7255\ \mathrm{K}$（代表値）から $\beta = 1.233586736862 \times 10^{-3}$、$\gamma - 1 = 7.608690 \times 10^{-7}$ で、前方と後方の温度の比は 1.002470220705 である。一次の振幅は $3.362140651\ \mathrm{mK}$、二次の項は $0.004147492\ \mathrm{mK}$ で、比は β そのものである。

> **観察 6.3**
>
> 遅い運動では、冪の内訳は見えない。一次では $D \approx 1 + \beta \cos\theta$ なので、どの冪を取っても振幅は同じ形になる——内訳が見えるのは二次から先で、その項は一次の β 倍しかない。

7. 言っていないこと

> **観察 7.1**
>
> 放射の機構を扱わない。何がどうして光るのかには入らず、等方に出した光子を数えるだけである——実在の天体も主張しない。光行差の観測の歴史にも入らない——それは論文328・論文524・論文909 の側である。論文116 の指数公式も作り直さない——あちらが数えるのは c の冪、本稿が数えるのは D の冪である。

8. 点呼と結び

1. 立体角の比 $= 1/D^{d-1}$（計算 2.1）：写像の微分から。
2. 乱数 $0.666237500 \cdot 0.750195000 \cdot 0.804135000$（計算 2.4）：冪 $d - 1$ と 4σ 以内。
3. 半分の角 60.000000000 度・8.109614456 度（計算 3.1）：$\sin\theta = 1/\gamma$。
4. 届く間隔 $0.981495457622 \cdot 1.443375672974$（計算 4.2）：幾何で $1/D$。
5. 三つの積が D^{d+1}（観察 4.3）：$d = 3$ で 4。

6. $\int D^4 d\Omega/4\pi = \mathbf{1.444444444452}$（計算 5.1）：閉じた式と一致。

7. **3 乗 1.154700538383・5 乗 1.924500897314**（計算 5.1）：数え方で動く。

8. 双極 **3.362140651 mK**・二次 **0.004147492 mK**（計算 6.2）：一次では内訳が見えない。

9. 何あたりで数えるか（観察 6.1）：分離子。論文116・901・902・905・1026・1036。

結び：動く光源の明るさに現れる 4 乗は、立体角の d−1 とエネルギーの 1 と間隔の 1 の和である。立体角の冪は光行差の写像の微分そのもので、五つの向き・三つの次元で差は 10 の −10 乗以下だった。乱数でも、β＝0.5 で前方に入る光子の割合は d＝2・3・4 で 0.666237500・0.750195000・0.804135000 となり、冪 d−1 の式と 4σ 以内で合う。半分の光子が入る角は arccos β であり、それは sin θ＝1/γ の角でもある——d＝3 の全天平均 1.444444444452 は γ²(1+β²/3) に一致し、単位振動数あたりなら 3 乗、単位波長あたりなら 5 乗になる。分離子は、何あたりで数えるかである——冪は現象の持ち物ではなく、数え方の持ち物である。既刊の中に置けば——論文901 の射程注記は明るさを外した。本稿はその席に座る。論文116・902・905 は c の冪のうち何が次元を数えるかを分けたが、ここでは D の冪 4 のうち次元を数えているのは 2 だけで、残りはエネルギーと時間である。正直に書けば——式は 1979 年の教科書にある。加えたのは、4 を三つに割り、そのうち一つだけが次元であることを数えたことである。

参考文献

1. Lind, K. R., & Blandford, R. D. (1985). Semidynamical Models of Radio Jets: Relativistic Beaming and Source Counts. *Astrophysical Journal*.

2. Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. (1979). *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley.

3. 山岸勇輝 (2026).『c の冪は、何を数えているか』[論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794

4. 山岸勇輝 (2026).『同じ楕円が三ヶ月ずれていたことが、原因が別だという証拠になった』[論文328]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22210340

5. 山岸勇輝 (2026).『帆に当たる風と、星の見かけの位置は、同じ一つの式である』[論文524]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22805190

6. 山岸勇輝 (2026).『動く球は縮んで見えない——光の遅れと収縮は、積ではなく二乗和で打ち消す』[論文901]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22798673

7. 山岸勇輝 (2026).『同じ c^3 でも、黒体放射の 3 は次元を数え、プランク長の 3 は数えない』[論文902]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22800314

8. 山岸勇輝 (2026).『ラーモアの公式の 2/3 と c^3 の 3 は、どちらも空間次元である』[論文905]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22803759

9. 山岸勇輝 (2026).『重力の向きが光の速さで遅れるだけなら、地球の軌道の長半径は 663.55 周で倍になる』[論文909]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22804842

10. 山岸勇輝 (2026). 『離れる時計台の針が止まって見えるのは光の遅れで、相対論はむしろ像を γ 倍だけ速めている』[論文1026]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860181

11. 山岸勇輝 (2026). 『光の球をよその系の同時で切ると、発光点を焦点とする離心率 β の楕円になる』[論文1036]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860709

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)