順序だけに切り詰めても、対の割合から次元が読め、最長の鎖が固有時になる

— 因果ダイヤモンドの割合は次元だけで決まり、逆に解くと 2・3・4 次元が誤差 0.01 以内で戻る。割合はブーストで一桁も動かず、時間方向の引き伸ばしでは動く — 分離子は、順序か、個数か — [論文1041]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

時空から長さも時間も取り去り、「どちらが先か」という順序だけを残す。本稿は、そこから何が読めて何が読めないかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。順序だけで次元が読める——因果ダイヤモンドに 1200 点を撒き、前後関係にある対の割合を数えると、2・3・4 次元で **0.499642479844**・**0.227827587805**・**0.099355852099** となった（標準誤差は **0.001391357911**・**0.001105522973**・**0.000783958515**）。式の値 **0.500000000000**・**0.228571428571**・**0.100000000000** と 4σ 以内で合い、隣の次元の式とは 10σ より離れる（第3節）。 第二に、割合を逆に解けば次元が出てくる——読んだ次元は **2.000953678**・**3.004029042**・**4.007677109** で、真の値と 0.01 以内であった。撒く点の数を 300 から 2400 まで変えても割合は動かない（2400 点で **0.226927157149**）（第3節）。 第三に、割合はブーストで動かず、引き伸ばしで動く——同じ点の集まりをローレンツ変換にかけると、β＝0.3 でも 0.8 でも割合は一桁も変わらなかった（差は厳密に 0）。時間方向に 2 倍引き伸ばすと **0.480535043805** から **0.719702753442** へ動く。順序が測っているのは、伸び縮みを許す構造である（第4節）。 第四に、最長の鎖が固有時の物差しになる——2 次元で点 10000 個のとき最長の鎖は **192.750000** で、有限の大きさの補正を入れた見込み **191.779282** と比 **1.005061642**、2 の平方根の法則に乗る。これは乱数の並びの最長増加部分列（ウラムの問題）と同じ法則である（第5節）。 第五に、まっすぐな道がいちばん長い——光円錐座標 (0.8, 0.2) を経由する折れた道では鎖は **150.700000** で、まっすぐの **0.781841764** 倍であった。その道の固有時の比は 0.8 で、補正つきの見込み **0.770871072** とも合う。双子の逆理が、点の個数だけで出てくる（第5節）。 第六に、分離子は、順序か、個数かである——順序だけでは尺度が決まらない。点の密度を 4 倍にすれば 2 次元の鎖は 2 倍になり、d 次元では点の数の d 分の 1 乗で伸びる（d＝3 で 16 倍にすると **2.519842100** 倍）。論文111 が「残るのはスケール」と書いた場所に、個数が入る（第6節）。 キーワード：因果集合、半順序、次元、固有時、最長増加部分列、共形構造。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——前後関係にある対の割合が次元だけで決まること、その式がガンマ関数で書けること、最長の鎖が点の数の d 分の 1 乗で伸びること、2 次元でその係数が 2 になること、最長増加部分列の長さが 2 の平方根の法則に従うことは、いずれも既知である（マイルハイム 1978、ボンベッリら 1987、ブライトウェルとグレゴリー 1991、バイクら 1999）。量子重力を論じない——因果集合という枠組みが正しいとも、時空が離散だとも主張しない。順序という構造から何が読めるかだけを数える。次元が整数でなければならないとは言わない——式は連続で、読んだ値も整数にはならない。2.000953678 のような値が出るだけである。有限の大きさの補正の係数は導かない——既知の補正を使って比べるだけで、その係数がなぜその値かは述べない。論文111 の二つの道を作り直さない——微分幾何の道（エーレルス＝ピラーニ＝シルト）と順序論の道（マラメント）は、あちらで数え終えている。値は例である——点は 300 から 40000 個、次元は 2・3・4、繰り返しは 60 回である。既刊との関係：論文111 は、光が決めるのは共形構造までであり、残るスケールを一語で束ねてはならないことを示した——本稿は順序の側からその続きを数える。順序はブーストで動かず引き伸ばしで動く量であり、残った尺度には点の個数が入る。論文122 は、四つの時計が自分の居る次元をどれだけ知っているかを数えた——ここでは時計を持たない順序が、次元だけは知っていることを数える。論文123 は、双子で違うのは時計の遅れではなく世界線の長さであることを示した——ここではその長さが、点の個数として現れる。論文234 は、距離が六つあり、そのうち一つは三角不等式を逆に満たすことを示した——最長の鎖もその型で、折れた道はまっすぐな道より短い。論文1039 は、物質の無い膨張宇宙が平らな時空を固有時で切り直したものであることを示した——あちらは連続の幾何で固有時を測り、こちらは点を数えて測る。加えたのは、割合から次元を逆に読んで誤差つきで出したこと、ブーストと引き伸ばしの対照を置いたこと、折れた道の鎖を固有時の比と突き合わせたこと、尺度が個数から入ることを密度の変化で示したことである。

1. 記法と問い

設定：d 次元の因果ダイヤモンド（原点とその未来の一点を結ぶひし形）に、点を一様に撒く。$c = 1$ と置く。二点のあいだに「どちらが先か」という関係だけを残し、長さも時間も捨てる。二点が時間的に前後するとき、その対を「関係がある」と数える。点は 1200 個、繰り返しは 60 回である。

問い：順序だけから何が読めて、何が読めないか。

2. 割合の式

事実 2.1：一様に撒いた点のうち、関係がある対の割合は次元だけで決まり、$\Gamma(d+1)\Gamma(d/2)/(2\Gamma(3d/2))$ に等しい（マイルハイム 1978）。

d	2	3	4	5	6
式の値	0.500000000000	0.228571428571	0.100000000000	0.042624042624	0.017857142857

$d = 2$ でちょうど $1/2$、$d = 3$ で $8/35$、$d = 4$ でちょうど $1/10$ である。次元が上がるほど割合は下がる——光円錐が細くなるからである。

3. 順序だけから次元が読める

計算 3.1：点を撒いて割合を数え、式と比べた。

d	割合（実測）	標準誤差	式の値	逆に読んだ次元
2	0.499642479844	0.001391357911	0.500000000000	2.000953678
3	0.227827587805	0.001105522973	0.228571428571	3.004029042
4	0.099355852099	0.000783958515	0.100000000000	4.007677109

ずれはそれぞれ -0.256958・-0.672841・-0.821661 標準偏差で、隣の次元の式とは 10 標準偏差より離れている。

計算 3.2：$d = 3$ で撒く点を 300・600・2400 個と変えても、割合は 0.228179487179・0.234262659989・0.226927157149 で、式の 0.228571428571 のまわりに散らばるだけであった。

> **観察 3.3**
>
> 長さを一つも測っていないのに、次元が出てくる。数えたのは「関係がある対がいくつあるか」だけである——それでも 2.000953678 という値が返る。次元は、順序という構造の中に入っている。

4. ブーストでは動かず、引き伸ばしでは動く

計算 4.1：同じ点の集まりにローレンツ変換をかけた。$\beta = 0.3$ でも 0.8 でも、割合は 0.484202127660 のままで、差は厳密に 0 であった。

計算 4.2：比べ役として、時間方向に 2 倍引き伸ばすと、割合は 0.480535043805 から 0.719702753442 へ動いた。

観察 4.3

順序が覚えているのは、伸び縮みを許す構造である。ブーストは光円錐を動かさないので、どの対が前後するかも変わらない——時間方向の引き伸ばしは光円錐を開くので、関係が増える。論文111 の語でいえば、順序が握っているのは共形構造までである。

5. 最長の鎖は、固有時の物差しになる

計算 5.1：2 次元で、点を一つずつ辿って作れる最長の鎖の長さを数えた。

点の数	最長の鎖	$2\sqrt{N}$	補正つきの見込み	比
2500	93.450000	100.000000	93.475212	0.999730283
10000	192.750000	200.000000	191.779282	1.005061642
40000	389.500000	400.000000	389.642544	0.999634166

補正つきの見込みは $2\sqrt{N} - 1.7711 N^{1/6}$ である（バイクら 1999）。この $2\sqrt{N}$ は、乱数の並びの最長増加部分列の長さを与える法則と同じものである。

計算 5.2：道を折ってみる。光円錐座標 $(0.5, 0.5)$ を経由する道の固有時はまっすぐと同じ 1 で、鎖は 188.350000（まっすぐとの比 0.977172503、補正つきの見込み 0.974820750）であった。$(0.8, 0.2)$ を経由する道の固有時の比は 0.800000000000 で、鎖は 150.700000（比 0.781841764、見込み 0.770871072）であった。

観察 5.3

まっすぐな道がいちばん長い。固有時の比が 1 の折れ方では鎖もほぼ同じ、0.8 の折れ方では鎖も 0.78 倍になる——双子の逆理が、時計を持たずに点の個数だけで出てくる。論文123 が「違うのは世界線の長さである」と書いた長さが、ここでは個数である。

6. 分離子：順序か、個数か

> **観察 6.1**
>
> 順序だけでは尺度が決まらない。同じ順序の型を保ったまま点の密度を 4 倍にすると、2 次元の鎖は 2.000000000 倍になる——d 次元では点の数の d 分の 1 乗で伸び、16 倍にすると $d = 2$ で 4.000000000 倍、$d = 3$ で 2.519842100 倍、$d = 4$ で 2.000000000 倍である。

> **観察 6.2**
>
> 論文111 が空けた場所に、個数が入る。あちらは、光が決めるのは共形構造までで、残るのはスケールだと書いた——順序の側から見ると、その残りは「どれだけの点が入っているか」という一つの数である。次元は順序が知っており、尺度は個数が知っている。

7. 言っていないこと

> **観察 7.1**
>
> 量子重力を論じない。因果集合という枠組みが正しいとも、時空が離散だとも主張しない——順序という構造から何が読めるかだけを数えた。次元が整数でなければならないとも言わない——式は連続で、読んだ値も整数にはならない。補正の係数も導かない——既知の値を借りて比べただけである。

8. 点呼と結び

1. 割合 **0.499642479844 · 0.227827587805 · 0.099355852099**（計算 3.1）：式と 4σ 以内。
2. 読んだ次元 **2.000953678 · 3.004029042 · 4.007677109**（計算 3.1）：順序が知っている。
3. 点を 300 から 2400 に変えても **0.226927157149**（計算 3.2）：個数によらない。
4. ブーストで差 **0**（計算 4.1）：共形構造の量。
5. 引き伸ばしで **0.480535043805** から **0.719702753442**（計算 4.2）：対照。
6. 鎖 **192.750000** · 見込み **191.779282**（計算 5.1）：2 の平方根の法則。
7. 折れた道 **150.700000** · 比 **0.781841764**（計算 5.2）：まっすぐが最長。
8. 密度 16 倍で **2.519842100** 倍（$d = 3$）（観察 6.1）：尺度は個数が入れる。

9. **順序か個数か（観察 6.2）：分離子。論文111・122・123・234・1039。**

結び：順序だけに切り詰めても、対の割合から次元が読め、最長の鎖が固有時になる。因果ダイヤモンドの割合は 2・3・4 次元で 0.499642479844・0.227827587805・0.099355852099 で、式と 4σ 以内、隣の次元とは 10σ より離れる。逆に読んだ次元は 2.000953678・3.004029042・4.007677109 であった。割合はローレンツ変換で一桁も動かず、時間方向に 2 倍引き伸ばすと 0.480535043805 から 0.719702753442 へ動く——最長の鎖は点 10000 個で 192.750000 となり、2 の平方根の法則に乗る。折れた道では 150.700000（まっすぐの 0.781841764 倍）で、その道の固有時の比 0.8 に近い。分離子は、順序か、個数かである——次元は順序が知っており、尺度は個数が知っている。既刊の中に置けば——論文111 は光が決めるのは共形構造までで残るのはスケールだと書き、論文122 は時計が自分の次元をどれだけ知っているかを数えた。ここでは時計を持たない順序が次元を知っており、論文123 の「世界線の長さ」が点の個数として現れた。正直に書けば——式も法則も 1978 年から 1999 年のあいだに出ている。加えたのは、次元を逆に読み、ブーストと引き伸ばしを並べ、折れた道の鎖を固有時と突き合わせたことである。

参考文献

1. Baik, J., Deift, P., & Johansson, K. (1999). On the Distribution of the Length of the Longest Increasing Subsequence of Random Permutations. *Journal of the American Mathematical Society*.
2. Bombelli, L., Lee, J., Meyer, D., & Sorkin, R. D. (1987). Space-Time as a Causal Set. *Physical Review Letters*.
3. Brightwell, G., & Gregory, R. (1991). Structure of Random Discrete Spacetime. *Physical Review Letters*.
4. Myrheim, J. (1978). *Statistical Geometry*. CERN preprint.
5. 山岸勇輝 (2026). 『光はどこまで幾何を決めるか』[論文111]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21961685
6. 山岸勇輝 (2026). 『四つの時計は、自分が何次元にいるかをどれだけ知っているか』[論文122]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22054748
7. 山岸勇輝 (2026). 『双子が違うのは時計の遅れではなく、世界線の長さである』[論文123]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22055231
8. 山岸勇輝 (2026). 『「距離」は六つあり、そのうち一つは三角不等式を逆に満たす』[論文234]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22128226
9. 山岸勇輝 (2026). 『物質の無い膨張宇宙は、平らな時空を固有時で切り直しただけのものである』[論文1039]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860855

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)