重力レンズで光は集まるのに、その光の幾何の曲率は負である

— 曲がりの角はガウス＝ボネで道の外側の曲率を積んだ値で、光線を追った 4.011823809924e−3 と外側の積分 4.000000000000e−3 が一致する。内側で積むと発散する — 分離子は、積む領域が道の内側か外側か — [論文1044]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

重力で光は曲がり、レンズのように集まる。ところが、その光が進む幾何そのものの曲率を測ると、負である。本稿はその食い違いを、積む領域の違いとして数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。光の幾何は負に曲がっている——静的な重力場の中の光は、屈折率 1+2m/r（m は質量を長さに直した値）の媒質と同じ幾何（光学計量）の中を進む。そのガウス曲率は、m＝0.05・点 (1, 0.3) で差分 **−0.060948481913**・式 **−0.060948441945** と一致し、どの点でも負である（第2節）。 第二に、それでも光は内へ曲がる——曲がりの角はガウス＝ボネの定理で、光の道の「外側」の領域に曲率を積んだ値になる。m/b＝10 の −3 乗で、光線を追って出した角 **4.011823809924**×10 の −3 乗と、外側の曲率を積んだ角 **4.000000000000**×10 の −3 乗が、4m/b と 1 パーセント以内で一致した（第3節）。 第三に、ずれは m の一次で消える——4m/b からのずれは、m を 10 分の 1 にすると **10.032726651** 分の 1 になった。弱い場でだけ成り立つ話であることが、この比で見える（第3節）。 第四に、太陽では 1.75 秒角になる——太陽の縁をかすめる光で、光線を追うと **1.751201387** 秒角、4m/b では **1.751190439** 秒角であった。ニュートン流の見積もりはちょうど半分の **0.875595220** 秒角である（第4節）。 第五に、曲率の寄与は近いところに集まるが、尾を引く——最接近の 5 倍の距離までで全体の **0.705908430**、20 倍までで **0.922710482**、100 倍までで **0.984342001** である（第3節）。 第六に、分離子は、積む領域が道の内側か外側かである——外側で積めば切らずに収束して 4m/b になるが、内側で積むと発散する。切る半径を 0.5 から 0.05 に下げると、値は外側の **2.141593** 倍から **30.415927** 倍へ増え続けた（第5節）。 キーワード：重力レンズ、光学計量、ガウス＝ボネの定理、ガウス曲率、フェルマーの原理、光の曲がり。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——静的な重力場での光の道がフェルマーの原理で光学計量の測地線になること、その計量のガウス曲率が負であること、曲がりの角がガウス＝ボネの定理で道の外側の曲率の積分として書けること、弱い場で 4m/b になることは、いずれも既知である（ギボンズとウェルナー 2008）。強い場を扱わない——光子球や多重像には入らず、弱い場の一次だけを見る。レンズ方程式を作らない——像の位置、増光率、臨界曲線は主題ではない。時間の遅れに入らない——光学計量は空間の幾何として使い、シャピロの遅延は扱わない。曲がりの 4 の内訳を繰り返さない——4 が 2 かける 2 に割れることは論文134 が数えた。値は例である——m/b は 10 の −3 乗から −5 乗、太陽は代表値である。既刊との関係：論文134 は、光の曲がりの 4 が 2 かける 2 に割れ、後半が測定量であることを示した——ここでは同じ 4m/b を、光線を追う道と、道の外側の曲率を積む道の二通りで出す。論文485 は、ミッチェルの半径が当たっていたが理由は違い、ニュートン流の曲がりが一般相対論のちょうど半分になることを示した——本稿の 0.875595220 秒角と 1.751190439 秒角がその半分と全体である。論文487 は、停留点が最小・最大・どこでも同じの三通りあることを示した——フェルマーの原理で光が選ぶのはその停留点であり、本稿はその道が住む幾何を見る。論文1036 は、光の球の切り口の動径がドップラー因子であることを示した——あちらは平らな時空の切り方、こちらは曲がった時空の光の幾何である。論文1043 は、宇宙の果てが三つあることを示した——どちらも「どの領域で積むか」が答えを決める型である。加えたのは、曲率を差分と式の二通りで出して負であることを確かめたこと、曲がりの角を光線と曲率の積分の二通りで出して一致させたこと、ずれが m の一次で消えることを比で示したこと、寄与の距離ごとの内訳を出したこと、内側で積むと発散することを対照に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：質量 M の静的な重力場を考え、$m = GM/c^2$ と置く（太陽なら 1476.625134072 m）。弱い場では、光の道は屈折率 $n(r) = 1 + 2m/r$ の媒質の中の道と同じであり、その媒質の幾何（光学計量 $n^2(dx^2 + dy^2)$）の測地線になる（フェルマーの原理）。最接近の距離を b と書く。

問い：光が集まるなら、その幾何は正に曲がっているのか。

2. 光学計量の曲率は負である

計算 2.1：ガウス曲率を、対数の屈折率のラプラシアンから差分で出し、閉じた式と比べた。

m	点（r）	差分	式
0.05	$(1, 0.3)$（1.044031）	-0.060948481913	-0.060948441945
0.05	$(2, -1)$（2.236068）	-0.007508319191	-0.007508325595
0.05	$(5, 0)$（5.000000）	-0.000739081571	-0.000739076341
0.20	$(1, 0.3)$（1.044031）	-0.096043399142	-0.096043414991
0.20	$(5, 0)$（5.000000）	-0.002352075629	-0.002352095529

どれも相対 10^{-4} 以内で合い、値はすべて負である。比べ役として屈折率を一定にすると曲率は 0、マクスウェルの魚眼の屈折率 $2/(1+r^2)$ にすると 1.000000022（正）になる。

> **観察 2.2**
>
> 光の幾何は双曲的である。質量の近くほど屈折率が大きく、そこを通る道は他より遅い——その幾何は、近くの二本の道を引き離す向きに曲がっている。

3. 曲がりの角は、外側に積もった曲率である

事実 3.1：ガウス＝ボネの定理により、漸近的に直線に戻る光の道について、曲がりの角は道の「外側」の領域での曲率の積分 $-\iint K dA$ に等しい（ギボンズとウェルナー 2008）。

計算 3.2：光線を追う道（シュヴァルツシルトの光の道の積分）と、外側の曲率を積む道を比べた。

m/b	最接近	光線を追った角	外側の曲率の積分	$4m/b$
10^{-3}	0.998998495987	$4.011823809924 \times 10^{-3}$	$4.000000000000 \times 10^{-3}$	$4.000000000000 \times 10^{-3}$
10^{-4}	0.999899984996	$4.001178524078 \times 10^{-4}$	$4.000000000000 \times 10^{-4}$	$4.000000000000 \times 10^{-4}$
10^{-5}	0.999989999850	$4.000117813918 \times 10^{-5}$	$4.000000000000 \times 10^{-5}$	$4.000000000000 \times 10^{-5}$

比は光線の側で 1.002955952481・1.000294631019・1.000029453480、曲率の積分の側はどれも 1.000000000000 であった。$4m/b$ からのずれは m を 10 分の 1 にすると 10.032726651 分の 1 になり、一次で消える。

> **観察 3.3**
>
> 曲率は負で、曲がりは正である。道の上（$r = b$）の曲率は $-1.984079681116 \times 10^{-3}$、曲がりの角は $+4.011823809924 \times 10^{-3}$——負の量を積んで正の角が出るのは、積む向きと領域の取り方による。ガウス＝ボネの符号がそれを決めている。

計算 3.4：寄与がどこから来るかを、距離を切って数えた。

最接近の何倍まで	寄与	全体に占める割合
2	$1.369709426188 \times 10^{-3}$	0.342427357
5	$2.823633718693 \times 10^{-3}$	0.705908430
20	$3.690841926685 \times 10^{-3}$	0.922710482
100	$3.937368004203 \times 10^{-3}$	0.984342001

> **観察 3.5**
>
> 近いところに集まるが、尾を引く。最接近の 5 倍までで七割、100 倍まで行っても 1.6 パーセントが残る——曲率が距離の三乗で落ちるのに対し、面積が二乗で増えるからである。

4. 太陽の値

計算 4.1：太陽の $m = GM/c^2 = 1476.625134072$ m、半径 6.957×10^{8} m から $b/m = 471141.919467$ である。光線を追うと曲がりの角は $8.490063906130 \times 10^{-6}$ ラジアン、すなわち 1.751201387 秒角で、$4m/b$ の 1.751190439 秒角と 10^{-5} 秒角の桁で一致した。ニュートン流の見積もり（係数 2）は 0.875595220 秒角で、比はちょうど 2.000000000 である。

> **観察 4.2**
>
> 太陽でも弱い場である。b/m が 47 万もあるので、光線を追った値と一次の式の差は 10^{-5} 秒角の桁にしかならない——曲率の積分の側が一次で出す値で十分である。

5. 分離子：内側か、外側か

計算 5.1：同じ曲率を、道の内側（質量に近い側）で積むとどうなるかを見た。

内側を切る半径	積分の値	外側の値との比
0.5	$8.566370606359 \times 10^{-3}$	2.141593
0.2	$2.741592651590 \times 10^{-2}$	6.853982
0.05	$1.216637060636 \times 10^{-1}$	30.415927

外側は切らずに収束して $4.000000000000 \times 10^{-3}$（$4m/b$）になる。

> **観察 5.2**
>
> 分離子は、積む領域が道の内側か外側かである。曲率そのものはどちらでも同じなのに、外側で積めば有限の $4m/b$、内側で積めば切る半径とともに増え続ける——質量の場所で曲率が発散するからで、そこを含めない外側だけが答を返す。

6. 言っていないこと

> **観察 6.1**
>
> 強い場を扱わない。光子球も多重像も入らず、弱い場の一次だけを見た——レンズ方程式も作らない（像の位置・増光率・臨界曲線は主題ではない）。時間の遅れにも入らない——光学計量は空間の幾何として使った。曲がりの 4 の内訳も繰り返さない——それは論文134 の仕事である。

7. 点呼と結び

1. 曲率 **−0.060948481913**（差分）・**−0.060948441945**（式）（計算 2.1）：負である。
2. 光線 **4.011823809924**×10 の −3 乗・外側の積分 **4.000000000000**×10 の −3 乗（計算 3.2）：二つの道が一致。
3. ずれの比 **10.032726651**（計算 3.2）：一次で消える。
4. 道の上の曲率 **−1.984079681116**×10 の −3 乗（観察 3.3）：負なのに曲がりは正。

5. 距離 5 倍で **0.705908430**・100 倍で **0.984342001**（計算 3.4）：尾を引く。
6. 太陽で **1.751201387** 秒角・$4m/b$ で **1.751190439**（計算 4.1）：弱い場。
7. ニュートン流 **0.875595220** 秒角（計算 4.1）：ちょうど半分。
8. 内側は **2.141593** 倍から **30.415927** 倍へ（計算 5.1）：発散する。
9. 内側か外側か（観察 5.2）：分離子。論文**134**・**485**・**487**・**1036**・**1043**。

結び：重力レンズで光は集まるのに、その光の幾何の曲率は負である。屈折率 **1+2m/r** の光学計量のガウス曲率は、差分でも式でもどの点でも負であった（**m＝0.05**・点 **(1, 0.3)** で **−0.060948481913** と **−0.060948441945**）。それでも曲がりの角は正で、ガウス＝ボネで道の外側の曲率を積めば出る。**m/b＝10** の **−3** 乗で、光線を追った **4.011823809924e−3** と外側の積分 **4.000000000000e−3** が **4m/b** と一致し、ずれは **m** の一次で消える（**10** 分の **1** にして **10.032726651** 分の **1**）——太陽の縁では **1.751201387** 秒角で、ニュートン流のちょうど二倍である。分離子は、積む領域が道の内側か外側かである——外側なら切らずに収束し、内側なら切る半径とともに増え続ける。既刊の中に置けば——論文**134** は同じ **4** を **2** かける **2** に割り、論文**485** はニュートン流がちょうど半分になることを示した。ここでは同じ **4m/b** を、光線の側と曲率の側の二通りで出した。正直に書けば——この読み方は **2008** 年の論文にある。加えたのは、曲率と曲がりを二通りずつ数え、積む領域の違いを対照で見せたことである。

参考文献

1. Gibbons, G. W., & Werner, M. C. (2008). Applications of the Gauss–Bonnet Theorem to Gravitational Lensing. *Classical and Quantum Gravity*.
2. 山岸勇輝 (2026).『光の曲がりの **4** は、4π ではなく $2(1+\gamma)$ である』[論文134]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080727
3. 山岸勇輝 (2026).『ミッチェルの半径は当たっていたが、当たっていた理由は違う』[論文485]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759928
4. 山岸勇輝 (2026).『停留点は三通りある —— 最小と、最大と、どこでも同じ』[論文487]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759965
5. 山岸勇輝 (2026).『光の球をよその系の同時で切ると、発光点を焦点とする離心率 β の楕円になる』[論文1036]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22860709
6. 山岸勇輝 (2026).『宇宙の果ては三つあり、光速より速く遠ざかる銀河が見えている』[論文1043]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861038

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)