ブラックホールの影の縁は地平線ではなく、光が回れる円の像である

— 捕まるか逃げるかの境は地平線の 2.598076211 倍のところにあり、曲がりの角は対数で伸び、像の輪は半周ごとに e の π 乗（23.140692633）分の 1 に細くなって無限に重なる — 分離子は、名指すのが戻れない面か、回れる円か — [論文1046]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

ブラックホールの写真の暗い部分は、しばしば事象の地平線と呼ばれる。だが遠くから見て縁になるのは、地平線ではない。本稿はその縁が何であるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。縁は、光が回れる円の像である——捕まるか逃げるかを分ける衝突径数は **5.196152422707**（質量を長さに直した値を 1 とする単位）で、地平線の **2.598076211** 倍である。数値で最小をとる半径は **3.000003445**、すなわち光が円を描ける半径であった（第2節）。 第二に、境に近づくと曲がりの角は対数で伸びる——境からの隔たりを 10 分の 1 にするごとに、曲がりの角は一定量ずつ増える。その増分は下から ln 10 に近づき、**2.280983015**・**2.299841528**・**2.302253070**・**2.302546134**・**2.302580628**・**2.302584710** で、最後は ln 10（**2.302585092994**）と **3.832**×10 の −7 乗しか違わない（第4節）。 第三に、輪は半周ごとに e の π 乗分の 1 に細くなる——曲がりの角が π 増えるたびに、境からの隔たりは一定の比で縮む。その比は上から **23.140692633**（e の π 乗）に近づき、**24.633379005**・**23.224766203**・**23.145353940**・**23.140938988**・**23.140700273** であった。一周ぶんは **535.497533146** で、e の 2π 乗（**535.491655525**）と相対 **1.098**×10 の −5 乗で一致する（第5節）。 第四に、だから縁は線ではなく、無限の輪の重なりである——曲がりの角が π から 6π までの輪は、境からの隔たりが **3.094716916590**×10 の −2 乗から **4.364397399037**×10 の −9 乗までの帯に入る。見えている「縁」の内側には、同じ円の像が等比で細くなりながら無限に畳まれている（第5節）。 第五に、遠くでは 4 分の 1 乗ではなく、$4m/b$ に戻る——同じ積分を遠方で使うと曲がりの角は $4m/b$ に近づき、超過に b を掛けた値は **3.056349394**・**2.955954567**・**2.946518561** と $15\pi/16$（**2.945243113**）に近づいた。$b/m=1000$ の値は論文1044 が別の積分の形で出した値と相対 **2.080**×10 の −9 乗で一致する（第3節）。 第六に、天体に当てはめると桁が合う——質量と距離を与えた数として入れると、影の直径は M87* で **39.688144662** マイクロ秒角、いて座 A* で **53.290797862** マイクロ秒角になる。後者は観測された輪の直径 51.8 プラスマイナス 2.3 マイクロ秒角の中に入り、地平線の直径をそのまま見たとすれば **20.511637661** マイクロ秒角にしかならない（第6節）。 キーワード：光子球、衝突径数、ブラックホールの影、強い重力レンズ、シュワルツシルト時空、事象の地平線。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——光子球が 3GM/c² にあること、捕まるか逃げるかの境の衝突径数が 27 の平方根倍の GM/c² であること、境の近くで曲がりの角が対数で発散すること、像が e の 2π 乗ごとに重なることは、いずれも既知である（シング 1966、ダーウィン 1959、ボッツァ 2002）。回るもの・電荷を持つものを扱わない——カー解やライスナー＝ノルドシュトロム解では影の形が円でなくなるが、ここでは球対称だけを見る。降着円盤の明るさを扱わない——輪の明るさ、ドップラーによる片側の増光、放射の機構は主題ではない。観測の手続きに入らない——干渉計の較正や像の再構成は扱わず、影の大きさを幾何だけから出す。内部解と因果構造に入らない——論文485 の射程注記の席には論文1006 が座っている。観測値は与えた数である——質量と距離、観測された輪の直径は報告された値を入力として使い、ここで測り直したのではない。既刊との関係：論文1044 の射程注記は、強い場を扱わず光子球も多重像も入らないと書いた——本稿はその席に座り、光子球と多重像を数える（先客なし）。論文1044 は、重力レンズの曲がりが道の外側に積もった負の曲率であることを示した——ここでは同じ曲がりの角を、折り返し点の根号を割り切る別の積分で出し、$b/m = 1000$ で相対 2.080×10 の −9 乗まで一致させた。論文485 は、ミッチェルの半径が当たっていたが理由は違うことを示した——その半径 2GM/c² が地平線であり、本稿はそれが縁ではないことを数える。論文1006 は、橋の喉が開いて閉じ、光も渡れないことを示した——あちらは地平線の内側の一生、こちらは外側から見える縁である。加えたのは、境の衝突径数を数値の最小と閉じた式の二通りで出したこと、対数の増分が下から ln 10 に近づく様子を六段で数えたこと、半周ごとの比が上から e の π 乗に近づく様子を五段で数えたこと、輪が重なる帯の幅を出したこと、同じ積分が遠方で論文1044 の値を再現することを確かめたこと、影の大きさと光子球を一周する時間を二つの天体で出したことである。

1. 記法と問い

設定：球対称で回らないブラックホール（シュワルツシルト時空）を考え、質量を長さに直した値 $m = GM/c^2$ を 1 とする単位を使う。事象の地平線は $r = 2$ にある。遠くから来る光は、まっすぐ進んだときに中心からどれだけ外れるかという量（衝突径数 b）で分類できる。曲がりの角は、折り返し点で根号が零になる形を先に割り切ってから数値で積んだ（200001 点の台形）。

問い：遠くから見たとき、影の縁になっているのは何か。

2. 捕まるか逃げるかの境は $\sqrt{27}$ である

計算 2.1：光が円を描ける半径で衝突径数が最小になる。$b(r) = r/\sqrt{1 - 2/r}$ を r について数値で最小化すると、$r = \mathbf{3.000003445}$ で $b = \mathbf{5.196152422717}$ であった。閉じた式では光子球 $r = 3$、境の衝突径数 $\sqrt{27} = \mathbf{5.196152422707}$ で、差は 1.028×10^{-11} である。

事実 2.2：$b < \sqrt{27}$ の光は中に落ち、$b > \sqrt{27}$ の光は折り返して出ていく。遠くの空を背景にすると、前者の向きからは光が来ないので暗く見える。その暗い部分の縁が $b = \sqrt{27}$ である。

> **観察 2.3**
>
> 縁は面ではなく円の像である。地平線の半径は 2 だが、縁は $\sqrt{27}$ のところにあり、比は $\mathbf{2.598076211}$ である——縁を決めているのは「戻れない面」ではなく、「光が回れる円」がどこにあるかである。その円の半径 3 が、遠くの見かけでは $\sqrt{27}$ に写っている。

3. 同じ積分は、遠くでは $4m/b$ に戻る

計算 3.1：遠方での曲がりの角を、同じ積分で出した。

b	曲がりの角	$4/b$ との比	超過に b を掛けた値
100	$4.122253975769 \times 10^{-2}$	1.030563493942	3.056349394
1000	$4.011823818267 \times 10^{-3}$	1.002955954567	2.955954567
10000	$4.001178607425 \times 10^{-4}$	1.000294651856	2.946518561

超過に b を掛けた値は $15\pi/16 = \mathbf{2.945243113}$ に近づく（二次の項）。

計算 3.2：$b = 1000$ の値 $\mathbf{4.011823818267} \times 10^{-3}$ は、論文1044 が別の積分の形で出した $\mathbf{4.011823809924} \times 10^{-3}$ と、相対 $\mathbf{2.080} \times 10^{-9}$ で一致した。

> **観察 3.3**
>
> 弱い場と強い場は一つの式の両端である。同じ積分が、遠くでは $4m/b$ を、近くでは対数の発散を与える——別の現象ではなく、一つの曲線の二つの端を別々の名前で呼んでいるだけである。

4. 境に近づくと、曲がりの角は対数で伸びる

計算 4.1：境からの隔たり $x = b/\sqrt{27} - 1$ を 10 分の 1 ずつ小さくした。

x	曲がりの角	近似式	差
10^{-2}	4.229661811851	4.204940146233	2.472×10^{-2}
10^{-3}	6.510644826616	6.507525239227	3.120×10^{-3}
10^{-4}	8.810486355018	8.810110332221	3.760×10^{-4}
10^{-5}	11.112739424920	11.112695425215	4.400×10^{-5}
10^{-6}	13.415285559010	13.415280518209	5.041×10^{-6}
10^{-7}	15.717866187336	15.717865611203	5.761×10^{-7}

近似式は $-\ln x + \ln[216(7-4\sqrt{3})] - \pi$（定数部 -0.400230039755）で、差は一桁ごとに 7.925・8.296・8.546・8.729・8.749 倍に縮む。

計算 4.2：10 分の 1 にするごとの増分は **2.280983015**・**2.299841528**・**2.302253070**・**2.302546134**・**2.302580628**・**2.302584710** で、下から $\ln 10 = \mathbf{2.302585092994}$ に近づく（最後の差 $\mathbf{3.832} \times 10^{-7}$）。比べ役に $\ln 2 = 0.693147181$ を置くと合わない。

> **観察 4.3**
>
> 対数の係数は 1 である。増分がちょうど $\ln 10$ だということは、角が $-\ln x$ に係数 1 で従うということである——境に向かって角はいくらでも大きくなるが、その伸び方は最も遅い伸び方である。何周でも回れるが、回るためには境に指数的に近づかねばならない。

5. 輪は半周ごとに e の π 乗分の 1 に細くなる

計算 5.1：曲がりの角がちょうど $n\pi$ になる x を二分法で探した。

曲がりの角	$x = b/\sqrt{27} - 1$	一つ前との比
π	$3.094716916590 \times 10^{-2}$	（最初の輪）
2π	$1.256310356754 \times 10^{-3}$	24.633379005
3π	$5.409356312780 \times 10^{-5}$	23.224766203
4π	$2.337124040852 \times 10^{-6}$	23.145353940
5π	$1.009952120823 \times 10^{-7}$	23.140938988
6π	$4.364397399037 \times 10^{-9}$	23.140700273

比は上から e の π 乗（**23.140692633**）に近づき、最後の比との相対差は 3.302×10^{-7} である。一周ぶん（4π から 6π）の比は **535.497533146** で、e の 2π 乗（**535.491655525**）と相対 1.098×10^{-5} で一致した。

> **観察 5.2**
>
> 二つの法則は一つである。角が $-\ln x$ に従うのだから、角が π 増えることと x が e の π 乗分の 1 になることは、同じ一つの式の読み替えである——第4節の $\ln 10$ と本節の e の π 乗は、別の発見ではなく、同じ傾き 1 を底を変えて書いたものである。

> **観察 5.3**
>
> 縁は線ではない。角が π から 6π までの輪は、x が $3.094716916590 \times 10^{-2}$ から $4.364397399037 \times 10^{-9}$ までの帯に入る（幅の比 $7.090822933 \times 10^{6}$）——同じ円の像が等比で細くなりながら無限に畳まれており、見えている「縁」はその重なりの外側の一枚にすぎない。

6. 天体に当てはめる

計算 6.1：質量と距離を与えた数として入れた。

天体	与えた質量と距離	影の直径	光子球を一周する時間
M87*	6.5×10^{9} 太陽質量・16.8 Mpc	39.688144662	12.097925843 日
いて座 A*	4.3×10^{6} 太陽質量・8.277 kpc	53.290797862	11.524670280 分

影の直径はマイクロ秒角である。いて座 A* の計算値 **53.290797862** は、報告された輪の直径 51.8 プラスマイナス 2.3 マイクロ秒角の中に入る（差 **1.490797862**）。同じ天体で地平線の直径をそのまま見たとすれば **20.511637661** マイクロ秒角にしかならず、報告された輪の **0.395977561** 倍である。

> **観察 6.2**
>
> 取り違えは 2.598076211 倍になる。影の縁を地平線と読むと、半径をその倍率だけ大きく見積もることになる——質量を角の大きさから逆算する場面では、この一つの係数が効く。

7. 言っていないこと

> **観察 7.1**
>
> 回るものを扱わない。カー解では影は円でなくなり、境の衝突径数も向きによって変わるが、ここでは球対称だけを見た——降着円盤の明るさ、片側の増光、放射の機構も主題ではない。観測の手続きにも入らない——質量、距離、輪の直径は報告された値を入力として使っただけで、ここで測り直したのではない。内部解と因果構造にも入らない——論文485 の射程注記の席には論文1006 が座っている。

8. 点呼と結び

1. 境は **5.196152422707**・地平線の **2.598076211** 倍（計算 2.1）：縁は円の像。
2. 数値の最小は **3.000003445**（計算 2.1）：光子球。
3. 増分 **2.280983015** から **2.302584710**（計算 4.2）：下から $\ln 10$ へ。
4. $\ln 10$ との差 $\mathbf{3.832} \times 10^{-7}$（計算 4.2）：係数は 1。
5. 比 **24.633379005** から **23.140700273**（計算 5.1）：上から e の π 乗へ。
6. 一周ぶん **535.497533146**（計算 5.1）：e の 2π 乗。
7. 帯は $\mathbf{3.094716916590} \times 10^{-2}$ から $\mathbf{4.364397399037} \times 10^{-9}$（観察 5.3）：無限に畳まれる。
8. 遠方で **2.946518561**（計算 3.1）：$15\pi/16$ へ。
9. 論文1044 と相対 $\mathbf{2.080} \times 10^{-9}$（計算 3.2）：別の積分で一致。
10. **39.688144662** と **53.290797862** マイクロ秒角（計算 6.1）：桁が合う。
11. 地平線なら **20.511637661**（計算 6.1）：足りない。
12. 面か、円か（観察 2.3）：分離子。論文485・1006・1044。

結び：ブラックホールの影の縁は地平線ではなく、光が回れる円の像である。捕まるか逃げるかを分ける衝突径数は 5.196152422707（質量を長さに直した値を 1 とする単位）で、地平線の 2.598076211 倍のところにある。それは半径 3 の円、すなわち光が回れる円の、遠くから見た像である——その境に近づくと曲がりの角は対数で伸び、隔たりを 10 分の 1 にするごとの増分は下から 2.302585092994 に近づく。言い換えれば、角が π 増えるごとに隔たりは上から 23.140692633 分の 1 になり、同じ円の像が等比で細くなりながら無限に重なる。分離子は、名指すのが戻れない面か、回れる円かである——いて座 A* では、円の像として 53.290797862 マイクロ秒角、地平線として 20.511637661 マイクロ秒角になる。報告された輪は 51.8 プラスマイナス 2.3 である。既刊の中に置けば——論文1044 の射程注記が「光子球も多重像も入らない」と空けた席に座り、同じ曲がりの角を別の積分で出して遠方で一致させた。正直に書けば——光子球も、対数の発散も、e の 2π 乗の重なりも既知である。加えたのは、極限の法則に近づく様子を段ごとに数え、対数の係数と e の π 乗が同じ一つの傾きであることを並べ、地平線と読んだ場合の差を角の大きさで出したことである。

参考文献

1. Bozza, V. (2002). Gravitational lensing in the strong field limit. *Physical Review D*.
2. Darwin, C. (1959). The gravity field of a particle. *Proceedings of the Royal Society A*.
3. Event Horizon Telescope Collaboration (2019). First M87 Event Horizon Telescope Results. VI. The Shadow and Mass of the Central Black Hole. *The Astrophysical Journal Letters*.
4. Event Horizon Telescope Collaboration (2022). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way. *The Astrophysical Journal Letters*.
5. Synge, J. L. (1966). The escape of photons from gravitationally intense stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*.
6. 山岸勇輝 (2026).『ミッチェルの半径は当たっていたが、当たっていた理由は違う』[論文485]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759928
7. 山岸勇輝 (2026).『アインシュタイン＝ローゼン橋の喉は周 4πGM/c² まで開いて 2πGM/c³ で閉じ、光も向こう側へ渡れない』[論文1006]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22823763
8. 山岸勇輝 (2026).『重力レンズで光は集まるのに、その光の幾何の曲率は負である』[論文1044]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861082

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)