

Zwei Arten, eins abzuziehen: Die eine zählt Löcher, die andere zählt Dimensionen

— Die Trennwände in einer Reihe sind um eins weniger als die Zellen wegen der Euler-Charakteristik, die für einen Ring auf 0 und für eine Acht auf -1 fällt; der Exponent einer Schale ist um eins kleiner als die Dimension wegen der Kodimension und bleibt für Kugel, Torus und Doppeltorus gleichermaßen bei 2.000000000.

Kodimension eins gilt in beiden Fällen und legt doch keine der beiden Zählungen fest — der Trenner ist, ob es sich bewegt, wenn man die Topologie ändert — [Aufsatz 1052]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan

September 2026

— *From thinking to syncing.* —

Zusammenfassung

Eine tridiagonale Matrix hat $n - 1$ Einträge außerhalb der Diagonale, und in d Dimensionen ist der Dichteexponent, für den die Masse einer Schale nicht vom Radius abhängt, $d - 1$. Beides sieht aus wie „eins weniger“. Dieser Aufsatz fragt, ob die beiden eine Wurzel teilen. Es wird kein neuer Satz und kein neues Gesetz beansprucht.

Erstens, und das ist der Kern. Die beiden haben verschiedene Quellen——die eine der Einsen ist die Euler-Charakteristik, also eine Zählung von Löchern, und die andere ist die Kodimension, also die Tatsache, dass eine Fläche um eine Dimension niedriger ist als das, was sie begrenzt (Abschnitt 5).

Zweitens, Kodimension allein erzeugt kein „eins weniger“——in einem Gitter beliebiger Dimension haben die Trennwände Kodimension eins, doch die Anzahl ist nur in einer Dimension Zellen minus eins. Ein Gitter drei mal drei hat 9 Zellen und 12 Trennwände, nicht 8; ein Gitter drei mal drei mal drei hat 27 Zellen und 54 Trennwände (Abschnitt 2).

Drittens, die Eins in einer Reihe ist die Euler-Charakteristik——die Kanten sind gleich den Ecken minus der Euler-Charakteristik, die für einen Baum 1 ist, für einen Ring 0, für eine Acht -1 und für drei Ringe -2. Die abgezogene Zahl selbst bewegt sich. In der Sprache der Matrix ist der Fehlbetrag gleich der Zahl der Kanten, 5 für eine Reihe und 6 für einen Ring (Abschnitt 3).

Viertens, der Exponent einer Schale reagiert überhaupt nicht auf die Topologie——für eine Kugel (Euler-Charakteristik 2), einen Würfel, einen Quader, einen Torus (0) und einen Doppeltorus (-2) bleibt der Exponent der Fläche bei **2.000000000**. Nur die Dimension bewegt ihn: von 2 bis 6 durchläuft der Exponent 1, 2, 3, 4, 5 (Abschnitt 4).

Fünftens, die beiden sind in entgegengesetzte Richtungen blind——die Eins in einer Reihe sieht die Topologie und nicht die Dimension, die Eins in einer Schale sieht die Dimension und nicht die Topologie. In den Bezeichnungen von Aufsatz 86 ist die erste topologische Notwendigkeit und die zweite dimensionale Eindeutigkeit, zwei verschiedene Wurzeln unter den vier (Abschnitt 5).

Sechstens, die Übereinstimmung der Zahlen ist ein Zufall—— $n - 1$ und $d - 1$ nehmen denselben Wert nur an, wenn die Zahl der Punkte gleich der Dimension ist, und die zwei, die in diesem Werk tatsächlich auftreten, sind 5 und 2. Der Trenner ist, ob es sich bewegt, wenn man die Topologie ändert (Abschnitt 6).

Schlüsselwörter: Euler-Charakteristik, Kodimension, verschiedene Wurzeln, Dimensionsanalyse, Graphen, Kugelschalen.

Tragweite (scope note): Es wird kein neuer Satz und kein neues Gesetz beansprucht——die Beziehung zwischen Kanten, Ecken und Euler-Charakteristik eines Graphen, das Zählen der Flächen in einem Gitter, die Tatsache, dass die Fläche einer selbstähnlichen Oberfläche mit der $d - 1$ -ten Potenz einer Länge wächst, und die Bedingung, dass die Masse einer kugelsymmetrischen Schale nicht vom Radius abhängt, sind alle Standard. Die Lesart als Rand der Kodimension eins wird nicht falsch genannt——die Trennwände in einer Reihe und die Oberfläche einer Kugel haben beide Kodimension eins. Gesagt wird hier nur, dass dies für sich keine Zählung festlegt. Keine Vereinheitlichung über allgemeine Komplexe wird versucht——behandelt werden nur Graphen, Gitter und selbstähnliche Oberflächen, ohne Verallgemeinerung auf Komplexe beliebiger Dimension. Es wird keine dauerhafte Trennung behauptet——das Kriterium von Aufsatz 300 bedeutet, dass die Reaktionen unter den jetzt verfügbaren Messungen verschieden sind. Dass die beiden auf einer tieferen Ebene zusammenhängen könnten, wird nicht bestritten. Die Fläche des Doppeltorus wurde von Hand gesetzt——gegeben wurde nur ein Koeffizient, als selbstähnlich wachsende Familie, statt die Fläche einer tatsächlichen Oberfläche zu berechnen. Sie dient dazu zu zeigen, dass sich der Exponent nicht bewegt, wenn sich die Topologie ändert. Es wird keine physikalische Behauptung aufgestellt——die Massenschale ist eine Rechnung der Geometrie und handelt von keinem Stern und keinem Material. Beziehung zu früheren Aufsätzen: Aufsatz 300 zeigte, dass entscheidbar ist, ob zwei Dinge eine Wurzel teilen——dieses Kriterium wird hier verwendet: ein Zusammentreffen von Zahlen wird nicht als gemeinsame Wurzel genommen, und untersucht wird, was jede bewegt. Aufsatz 1051 zählte die Unbekannten einer tridiagonalen Matrix als $2n - 1$ ——woher dieses $n - 1$ kommt, wird hier untersucht. Aufsatz 01 zeigte, dass in drei Dimensionen der Exponent, für den die Masse einer Schale nicht vom Radius abhängt, 2 ist und nur 2——woher diese 2, als $d - 1$, kommt, wird hier untersucht. Aufsatz 116 zeigte, dass der im Nenner sitzende Exponent $d - 1$ ist——hier wird gezählt, dass dieses $d - 1$ nicht auf die Topologie reagiert. Aufsatz 224 zeigte, dass sich die Winkeldefekte eines Polyeders zu 4π summieren, und auf einem Torus zu 0——er wird als Fall zitiert, in dem die Euler-Charakteristik den Wert festlegt. Aufsatz 86 ordnete die Gründe, warum etwas festgelegt ist, in vier——die beiden hier gefundenen fallen unter verschiedene Bezeichnungen dieser vier. Aufsatz 1050 zählte, dass die vier Bezeichnungen nicht genügen——dieser Aufsatz handelt nicht von der fehlenden Seite, sondern gibt einen Fall, in dem die Bezeichnungen ihre Arbeit tun. Hinzugefügt wird durch eine Zählung von Gittern zu zeigen, dass die beiden gemeinsame Kodimension eins keine der beiden Zählungen festlegt, zu zeigen, dass die Eins in einer Reihe die Euler-Charakteristik ist, indem man sie mit einem Ring und einer Acht auf 0 und auf -1 bewegt, zu zeigen, dass der Exponent einer Schale mit Euler-Charakteristiken 2, 0 und -2 überhaupt nicht auf die Topologie reagiert, und in einer Tabelle nebeneinanderzustellen, dass die beiden in entgegengesetzte Richtungen blind sind.

1. Bezeichnungen und die Frage

Aufbau: es gibt in diesem Werk zwei Stellen, an denen etwas „eins weniger“ ist.

A: eine symmetrische tridiagonale Matrix hat n Unbekannte auf der Diagonale und $n - 1$ außerhalb, weil n Punkte in einer Reihe durch $n - 1$ Glieder verbunden sind.

B: in d Dimensionen ist der Dichteexponent, für den die Masse einer Kugelschale nicht vom Radius abhängt, $d - 1$. In drei Dimensionen ist er **2**, und das ist die Eindeutigkeit von Aufsatz 01.

Die Frage: teilen die beiden eine Quelle? Die angebotene Lesart war, dass beide Ränder der Kodimension eins sind und deshalb dasselbe——dass dort, wo n Dinge innen sind, die Häute zwischen ihnen immer eine weniger sind.

Das Kriterium ist das von Aufsatz 300: ein Zusammentreffen von Zahlen wird nicht als gemeinsame Wurzel genommen. Untersucht wird, was jede bewegt, und wenn die Reaktionen verschieden sind, gelten die Wurzeln als verschieden. Drei Dinge wurden zum Bewegen vorbereitet: Topologie, Gestalt und Dimension.

2. Kodimension allein erzeugt kein „eins weniger“

Die Lesart wird direkt geprüft. Man nehme ein Gitter in d Dimensionen mit m Zellen entlang jeder Seite. Es gibt m^d Zellen und $d m^{d-1}(m - 1)$ innere Trennwände. Jede Trennwand ist eine Fläche, die um eine Dimension niedriger ist als eine Zelle——das heißt, jede von ihnen hat Kodimension eins.

Dimension	Seite	Zellen	Trennwände	Gegenüber Zellen minus eins
1	3	3	2	genau
1	10	10	9	genau
2	3	9	12	4 mehr
2	4	16	24	9 mehr
3	3	27	54	28 mehr
3	4	64	144	81 mehr

In zwei Dimensionen mit drei Zellen pro Seite gibt es **9** Zellen und **12** Trennwände, nicht die 8, die „Zellen minus eins“ ergäbe. In drei Dimensionen mit drei pro Seite stehen **27** Zellen **54** Trennwänden gegenüber.

Kodimension eins gilt in jeder Dimension, und doch gilt „eins weniger“ nur in einer Dimension. Also ist es nicht die Kodimension, die „eins weniger“ erzeugt.

3. Die Eins in einer Reihe ist die Euler-Charakteristik

Was erzeugt es dann? Man messe an Graphen. Mit V Ecken und E Kanten ist die Euler-Charakteristik $\chi = V - E$, sodass $E = V - \chi$.

Gestalt	Ecken	Kanten	Euler-Charakteristik
Eine Reihe (Pfad)	6	5	1
Ein verzweigter Baum	7	6	1
Ein sternförmiger Baum	5	4	1
Ein Ring	6	6	0
Zwei Ringe (Acht)	5	6	-1
Drei Ringe	4	6	-2

Die abgezogene Zahl selbst bewegt sich durch 1, 0, -1 und -2 . Sie ist 1 nur für einen Baum, und sie ist 1 für einen verzweigten Baum und einen Stern gleichermaßen. Also kommt es nicht darauf an, in einer Reihe zu sein — es kommt darauf an, keinen Ring zu haben.

In der Sprache der Matrix: die Unbekannten sind V auf der Diagonale und E außerhalb, während es nur V Eigenwerte gibt, also ist der Fehlbetrag gleich E . Er ist 5 für eine Reihe und 6 für einen Ring. Auf einem Ring verschwindet „eins weniger“.

4. Der Exponent einer Schale reagiert nicht auf die Topologie

Nun bewege man die andere Seite auf dieselbe Weise. Man stelle selbstähnlich wachsende Oberflächen nebeneinander und lese den Exponenten daraus ab, wie die Fläche wächst, wenn eine Länge mit zehn multipliziert wird.

Gestalt	Euler-Charakteristik	Exponent der Fläche
Kugel	2	2.000000000
Würfel	2	2.000000000
Quader (1 zu 2 zu 3)	2	2.000000000
Torus	0	2.000000000
Doppeltorus	-2	2.000000000

Die Euler-Charakteristik durchläuft 2, 2, 2, 0, −2, und doch bleibt der Exponent bei **2.000000000** und bewegt sich überhaupt nicht. Die Fläche des Doppeltorus wurde von Hand als selbstständig wachsende Familie gesetzt——keine tatsächliche Oberfläche wurde berechnet; sie dient nur dazu zu zeigen, dass sich der Exponent nicht bewegt, wenn sich die Topologie ändert.

Nur die Dimension bewegt ihn. Führt man *d* von 2 bis 6, durchläuft der Exponent der Fläche 1, 2, 3, 4, 5, und der Exponent des Volumens ist immer um eins größer. Diese Eins ist genau die Kodimension——eine Fläche ist um eine Dimension niedriger als das, was sie begrenzt.

5. Die beiden nebeneinander

Was bewegt wird	A (die Eins in der Kantenzahl)	B (die Eins im Exponenten)
Topologie	1 zu 0, -1, -2 (bewegt sich)	bleibt bei 2 (bewegt sich nicht)
Gestalt	1 für jeden Baum (bewegt sich nicht)	2 auch für einen Würfel (bewegt sich nicht)
Dimension	Trennwände hören auf, Zellen minus eins zu sein	1, 2, 3, 4, 5 (bewegt sich)

Die Reaktionen sind völlig verschieden. A sieht die Topologie und nicht die Dimension; B sieht die Dimension und nicht die Topologie——die beiden sind in entgegengesetzte Richtungen blind. Nach dem Kriterium von Aufsatz 300 sind das verschiedene Wurzeln.

Gegen die Bezeichnungen von Aufsatz 86 gestellt, ist A topologische Notwendigkeit und B dimensionale Eindeutigkeit, zwei verschiedene unter den vier. Die in Aufsatz 224 gezeigte Tatsache, dass sich die Winkeldefekte

eines Polyeders zu 4π summieren und auf einem Torus zu 0, steht auf derselben Seite wie A——auch dort wird der Wert durch die Euler-Charakteristik festgelegt.

Die angebotene Lesart war nicht falsch. Die Trennwände in einer Reihe und die Oberfläche einer Kugel haben tatsächlich beide Kodimension eins. Aber Kodimension eins zu haben legt die Zählung nicht fest——in einem zweidimensionalen Gitter haben die Trennwände ebenfalls Kodimension eins, und doch ist die Anzahl nicht Zellen minus eins.

6. Wann die Zahlen übereinstimmen

Schließlich: wie weit stimmen die beiden Zahlen überhaupt überein. $n - 1$ und $d - 1$ nehmen denselben Wert nur an, wenn die Zahl der Punkte n gleich der Dimension d ist.

Stellt man die zwei nebeneinander, die in diesem Werk tatsächlich auftreten: die tridiagonale Matrix von Aufsatz 1051 hat $n = 6$ und einen Fehlbetrag von 5, während die Schale von Aufsatz 01 $d = 3$ und einen Exponenten von 2 hat. Die Werte selbst sind verschieden. Was sich ähnlich sah, war nicht der Wert, sondern die Art, ihn zu schreiben, als „eins abziehen“.

7. Zählung und Schluss

Schluss: „eins weniger“ gibt es in zwei Arten, die eine zählt Löcher und die andere zählt Dimensionen. Kodimension eins ist beiden gemeinsam und legt doch keine der beiden Zählungen fest——in einem Gitter beliebiger Dimension haben die Trennwände Kodimension eins, doch die Anzahl ist nur in einer Dimension Zellen minus eins, und ein Gitter drei mal drei hat 9 Zellen gegenüber 12 Trennwänden. Die Eins in einer Reihe ist die Euler-Charakteristik——die Kanten sind gleich den Ecken minus der Euler-Charakteristik, die für einen Baum 1, für einen Ring 0, für eine Acht -1 und für drei Ringe -2 ist, sodass sich die abgezogene Zahl selbst bewegt; der Fehlbetrag der Matrix ist 5 für eine Reihe und 6 für einen Ring. Der Exponent einer Schale reagiert überhaupt nicht auf die Topologie——während die Euler-Charakteristik 2, 0 und -2 durchläuft, bleibt der Exponent bei 2.000000000, und nur die Dimension bewegt ihn, der 1, 2, 3, 4, 5 durchläuft, während d von 2 bis 6 geht. Die beiden sind in entgegengesetzte Richtungen blind——die Eins in einer Reihe sieht die Topologie und nicht die Dimension, die Eins in einer Schale sieht die Dimension und nicht die Topologie; in den Bezeichnungen von Aufsatz 86 fallen sie unter topologische Notwendigkeit und dimensionale Eindeutigkeit, zwei verschiedene Wurzeln unter den vier. Der Trenner ist, ob es sich bewegt, wenn man die Topologie ändert——unter ein und derselben Schreibweise bewegt sich die eine, wenn ein Ring gebildet wird, und die andere bewegt sich nicht einmal mit zwei Löchern. Offen gesagt——dass beide Kodimension eins haben, ist richtig, und gesagt wird hier nur, dass dies keine Zählung festlegt; und behauptet wird, dass die Reaktionen unter den jetzt verfügbaren Messungen verschieden sind, nicht, dass die Trennung dauerhaft ist. Was hinzugefügt wird——durch eine Zählung von Gittern zu zeigen, dass Kodimension eins keine der beiden Zählungen festlegt, mit einem Ring und einer Acht zu zeigen, dass die Eins in einer Reihe die Euler-Charakteristik

ist, mit Euler-Charakteristiken 2, 0 und -2 zu zeigen, dass der Exponent einer Schale nicht auf die Topologie reagiert, und in einer Tabelle nebeneinanderzustellen, dass die beiden in entgegengesetzte Richtungen blind sind.

Literatur

1. Euler, L. (1758). *Elementa doctrinae solidorum. Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae.*
2. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $\mathbf{n} = \mathbf{2}$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Aufsatz 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
3. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Aufsatz 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
4. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of $\mathbf{c}$ Count?* [Aufsatz 116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
5. Yamagishi, Y. (2026). *Flat Wherever You Touch It, and Four Pi in Total* [Aufsatz 224]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22120836
6. Yamagishi, Y. (2026). *The Three Hundredth Census: Whether Two Things Share a Root Is Decidable* [Aufsatz 300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. Yamagishi, Y. (2026). *Four Roots of Necessity Are Not Enough, and Neither Are Six* [Aufsatz 1050]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22903463
8. Yamagishi, Y. (2026). *Whether the Boundary Determines the Interior Depends on What Is Measured and How Much* [Aufsatz 1051]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22903544

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)