独立な三つを選んでも、単位にできるとは限らない

— 量の次元は整数の格子の点で、掛け算は足し算になる。独立な三つ組 106 通りのうち、指数を整数に保ったまま基底にできるのは 52 通りで、残りは半整数を生む — 分離子は、独立であることを問うか、整数のまま基底にできるかを問うか — [論文1054]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

量の次元は、三つの指数の組である。論文1049 は、単位の枠の数がその組の張る次元であり、独立な定数を固定すると枠が一つずつ減ることを数えた。本稿が問うのは、独立でありさえすれば単位にできるのかである。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。独立であることと、単位にできることは別である——10 個の量から三つ選ぶ 120 通りのうち、独立なのは 106 通りだが、指数を整数に保ったまま基底にできるのは 52 通りしかない。残る 54 通りは半整数を生む。割合は 0.490566 で、ほぼ半々である（第4節）。 第二に、分けているのは行列式である——質量と長さと時間の組は行列式 1、エネルギーと速度と時間の組も 1 だが、質量と長さとエネルギーの組は −2 である。後者を基底に取ると、時間の座標が 2 分の 1 と 1 と 2 分の 1 の符号違いになる（第4節）。 第三に、次元は本当に格子である——力学の量 30 個の指数はすべて整数で、掛け算は足し算になり（力と長さを足すとエネルギー）、冪は定数倍になる（長さを 3 倍すると体積）。張る次元は 3 で、長さと時間だけなら 2、長さの冪だけなら 1 である（第2節）。 第四に、物理はその格子に偏って住んでいる——相異なる点は 24 個で、105 ますの箱に占める割合は 0.228571 である。質量の指数が 0 か 1 の量は 30 個中 29 個（0.966667）で、長さの指数の偏り 0.433333 よりはるかに強い。作用と角運動量とプランク定数は同じ一点に重なる（第3節）。 第五に、線形の構造は本物だが、長さも角度も直交も無い——軸を質量と長さと時間から質量と長さとエネルギーに替えると、力とエネルギーのなす角は 17.715472 度から 45.000000 度に動き、質量と時間の内積は 0.000000 から 0.500000 に動いて直交が消える。一方で力と長さを足すとエネルギーになることも、次元が 3 であることも動かない（第5節）。 第六に、定数を 1 と置くことは、一方向でつぶすことである——光速を 1 と置くと長さから時間を引いた向きが 0 になり、3 次元が 2 次元に落ちる。分離子は、独立であることを問うか、整数のまま基底にできるかを問うかである（第6節）。 キーワード：次元行列、格子、基底、行列式、単位系、規約と事実。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——量の次元が指数のベクトルであること、次元行列とその階数、単位の取り替えが基底の取り替えであること、整数の格子の基底が行列式 1 か −1 の変換で移り合うこと（スミスの標準形・エルミートの標準形）は、いずれも既知である（ブリッジマン 1922、バッキンガム 1914、スミス 1861）。どの基底を使えとも言わない——行列式が 1 でない組を誤りとは呼ばない。整数のまま書きたいなら 1 が要る、というだけである。半整数の指数が誤りだとは言わない——プランク長の指数は半整数であり、それは格子の点ではないというだけで、量として正しくないわけではない。量の一覧は例である——力学の 30 個を並べ、三つ組は 10 個から選んだ。一覧を替えれば数は動く。代表性を主張しない。次元空間の軸を、時空の次元と同一視しない——時空の方向は長さの次元を持ち計量を備えるが、ここでの軸は指数を数える帳簿の向きであり、長さも角度も持たない。第5節がそれを数で示す。直交する軸を足すという言い方をしない——直交そのものが基底に依る。質量と時間は一つの軸の取り方では直交し、別の取り方では直交しない。温度の枠と、球の体積が最大になる次元を同じ数として扱わない——どちらも 5 という値を持つが、片方は独立な量の種類の数、片方は単位球の体積が最大になる空間の次元であり、数値の一致にすぎない。既刊との関係：論文1049 は、単位の枠の数が量の種類の張る階数であり、独立な定数を一つ固定するたびに枠が一つ減ることを数えた——ここでは同じ空間を格子として見る。階数は独立かどうかしか見ないが、格子は整数のまま書けるかどうかまで見る。論文306 は、基本単位の個数が約束であることを示した——ここでは、その約束が完全に自由ではないことを数える。論文116 は、c の冪が何を数えているかを示した——あちらは指数の中身、こちらは指数が整数であること自体である。論文95 は、規約と事実を分けた——ここでは同じ空間の中で、線形の構造が事実の側、長さと角度が規約の側に落ちることを示す。論文300 は、同根か別根かは判定できると示した——その規律に従い、5 という値の一致を根の一致とは見なさない。論文1052 は、似た形の二つが位相と次元に分かれることを示した——ここでも、同じ空間に見える構造のうち、どこまでが本物かを分ける。加えたのは、量の次元が整数の格子であることを 30 個の量で確かめたこと、独立な三つ組 106 通りのうち整数のまま基底にできるのが 52 通りだと数えたこと、分けているのが行列式であることを反例つきで示したこと、物理がその格子に偏って住んでいることを占有率と指数の偏りで測ったこと、長さと角度と直交が基底に依ることを数で示し、線形の構造と分けたことである。

1. 記法と問い

設定：力学の量は、質量と長さと時間の三つの指数で書ける。速度は $(0, 1, -1)$、力は $(1, 1, -2)$、エネルギーは $(1, 2, -2)$ である。論文1049 はこの組の張る次元を数え、単位の枠の数がその階数であることを示した。

問い：独立な三つを選べば、それを基本単位にできるのか。階数の言葉では「独立なら足りる」で話が終わる。だが指数が整数であることまで求めると、話は終わらない。

2. 次元は、本当に格子である

まず、比喩ではないことを確かめる。力学の量 30 個を並べ、掛け算と冪がどうなるかを見る。

力 $(1,1,-2)$ と長さ $(0,1,0)$ を足すと $(1,2,-2)$ で、これはエネルギーである。エネルギーから時間を引くと仕事率、質量から体積を引くと密度、長さを 3 倍すると体積になる。掛け算は足し算、割り算は引き算、冪は定数倍である——対照に、力と時間を足してもエネルギーにはならない。

張る次元は 3 である。対照：長さと時間と速度と加速度だけなら 2、長さと面積と体積と波数だけなら 1 になる。つまりこれは平面でも直線でもなく、立体である。

そして 30 個の指数はすべて整数である。したがってこれは連続な空間ではなく格子である。⚠ 格子の外に出る量もある——プランク長の指数は $1/2 \cdot -3/2 \cdot 1/2$ で、半整数である。

3. 物理は、その格子のどこに住んでいるか

30 個の量が占める点は 24 個である（作用と角運動量とプランク定数は同じ一点に重なる）。箱は質量が -1 から 1、長さが -3 から 3、時間が -3 から 1 で 105 ます、占める割合は 0.228571 である。

質量の指数	量の数
-1	1
0	12
+1	17

質量の指数が 0 か 1 の量は 30 個中 29 個、割合 0.966667 である。長さの指数が 0 か 1 の割合は 0.433333 しかない。立体ではあるが、質量の向きには薄い板のように住んでいる。

一枚の平面に全部が乗るわけでもない——係数を -3 から 3 まで全部試しても、最も多い平面で 17 個までで、30 個には届かない。立体のままである。

4. 独立であることと、単位にできることは別である

ここが本稿の芯である。単位を選ぶことは、この格子の基底を取り替えることである。三つの量を選んで基底に取れるかどうかは、行列式が 0 でないかで決まる——これが論文1049 の「独立」である。

ところが、整数のまま書けるかどうかは、別の条件である。

基底に取る三つ	行列式	結果
質量・長さ・時間	+1	整数のまま
エネルギー・速度・時間	+1	整数のまま
質量・長さ・エネルギー	-2	時間が半整数になる
質量・面積・時間	+2	長さが半整数になる

質量と長さとエネルギーは、たしかに独立である（行列式が 0 でない）。しかし行列式は −2 で、この三つを基本単位に取ると時間の座標が 1/2・1・−1/2 になる。整数の帳簿が壊れる。

どれくらい起きるのかを数える。長さ・時間・質量・速度・力・エネルギー・運動量・圧力・密度・作用の 10 個から三つ選ぶ 120 通りを全部試した。

	通り数
三つ選ぶ全部	120
独立（行列式が 0 でない）	106
そのうち整数のまま基底にできる（行列式が 1 か -1）	52
独立なのに基底にできない	54

割合は 0.490566 で、ほぼ半々である。できない組の例は、長さと質量と力、長さと質量とエネルギー、長さと質量と圧力（いずれも行列式 +2）、長さと力と密度、長さとエネルギーと密度（−2）である。どの組でも、基本の三つ（長さ・時間・質量）のどれかが分母を持つ座標になる。

⇒ 独立であることは、単位にできることを意味しない。階数だけを見ていると、この半分が見えない。

5. 長さも角度も直交も、この空間には無い

格子だと分かると、次に「形」を見たくなる。そこで止める必要がある。

同じ点の集まりでも、どの三つを軸に選ぶかで「角度」が変わる。軸を質量と長さと時間から、質量と長さとエネルギーに取り替えて測り直す。

二つの量	質量・長さ・時間を軸に	質量・長さ・エネルギーを軸に
力とエネルギーのなす角	17.715472 度	45.000000 度
速度と加速度のなす角	18.434949 度	35.264390 度
質量と時間の内積	0.000000	0.500000

角は **27.284528** 度と **16.829441** 度も動く。そして質量と時間は、一つの軸の取り方では直交し、別の取り方では直交しない——内積が **0.000000** から **0.500000** に動く。

一方、基底を替えても動かないものがある：力と長さを足すとエネルギーになるという関係は、新しい軸でも成り立つ。張る次元が **3** であることも変わらない。

⇒ 点・足し算・次元は本物である。長さ・角度・直交は、軸の選び方が作る影である。だから「直交する新しい軸を一本足す」という言い方は、この空間では立たない。⚠ 同じ理由で、この軸を時空の方向と同一視することもできない——時空の方向は長さの次元を持ち計量を備えるが、ここでの軸は指数を数える帳簿の向きである。

⚠ もう一つ、問えないことがある——「この格子に五回対称はあるか」とは問えない。回転を語るには長さと角度が要るが、いま見たとおりどちらもこの空間には無い。結晶の格子で五回対称が禁じられるという話は、計量を備えた格子の話である——ここの格子は点と足し算しか持たない。

6. 定数を 1 と置くことは、一方向でつぶすことである

最後に、論文**1049** の「引き算」をこの空間の言葉で書く。

光速の次元は $(0, 1, -1)$ であり、これは長さから時間を引いた向きである。光速を **1** と置くことは、この向きを **0** と見なすこと——つまりその方向でつぶすことである。張る次元は **3** から **2** に落ちる。

対照：もともと同じ向きを二度つぶしても、減るのは一度ぶんである（質量を二つ固定しても枠は一つしか減らない）。論文**1049** が「独立な三つ」と書いた理由が、ここでは向きの言葉になる。

7. 点呼と結び

結び：独立な三つを選んでも、単位にできるとは限らない。**10** 個の量から三つ選ぶ **120** 通りのうち独立なのは **106** 通りだが、指数を整数に保ったまま基底にできるのは **52** 通りで、残る **54** 通りは半整数を生む——割合は **0.490566** で、ほぼ半々である。分けているのは行列式である——質量と長さと時間なら **1**、エネルギーと速度と時間も **1** だが、質量と長さとエネルギーは -2 で、時間の座標が半整数になる。次元は本当に格子である——力学の量 **30** 個の指数はすべて整数で、掛け算は足し算、冪は定数倍になり、張る次元は **3** である。物理は

その格子に偏って住んでいる——相異なる点は 24 個で箱に占める割合は **0.228571**、質量の指数が 0 か 1 の量は **0.966667** で、長さの **0.433333** よりはるかに偏っている。ただし長さも角度も直交も無い——軸を替えると力とエネルギーのなす角は **17.715472** 度から **45.000000** 度へ動き、質量と時間の内積は **0.000000** から **0.500000** へ動いて直交が消えるのに、力と長さを足すとエネルギーになることも次元が 3 であることも動かない。分離子は、独立であることを問うか、整数のまま基底にできるかを問うかである——同じ三つ組を見ても、前者は 106 通りと答え、後者は 52 通りと答える。正直に書けば——量の一覧は例であり、並べ替えれば数は動く。また、行列式が 1 でない組を誤りとは呼んでいない。整数のまま書きたいなら 1 が要る、というだけである。加えたのは——次元が整数の格子であることを 30 個の量で確かめたこと、独立な三つ組のうち整数のまま基底にできるのが半分ほどだと数えたこと、分けているのが行列式だと反例つきで示したこと、物理がその格子に偏って住んでいることを測ったこと、長さと角度と直交が基底に依ることを数で示して線形の構造と分けたことである。

参考文献

1. Bridgman, P. W. (1922). *Dimensional Analysis*. Yale University Press.
2. Buckingham, E. (1914). On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*.
3. Smith, H. J. S. (1861). On systems of linear indeterminate equations and congruences. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*.
4. 山岸勇輝 (2026).『規約と事実を分ける』[論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
5. 山岸勇輝 (2026).『c の冪は、何を数えているか』[論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
6. 山岸勇輝 (2026).『三百本目の点呼 —— 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
7. 山岸勇輝 (2026).『「基本」単位の個数は、約束である』[論文306]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22172149
8. 山岸勇輝 (2026).『単位の枠が三つなのは、力学が三種類の量しか使わないからである』[論文1049]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22902445
9. 山岸勇輝 (2026).『「一つ減る」は二つあり、片方は穴を数え、片方は次元を数える』[論文1052]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22903834

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)