

「厳密」は二種類あり、片方は単位が決め、片方は連続変形が動かさない

— 量子ホールの抵抗はその二つの積で、微細構造定数はどちらにもなれないから走る — 分離子は、次元を持つか、整数か、どちらでもないか — [論文1058]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第2版)

— *From thinking to syncing.* —

要旨

論文1056 と論文1057 は、微細構造定数が単位では動かずエネルギーで動くこと、そして低いエネルギーで止まる理由を測った。では、同じ電荷とプランク定数からできていながら、まったく動かない量があるのはなぜか。本稿はその問いに答える。新しい定理も法則も主張しない。

第一に、これが本稿の芯である。「厳密」という語が二つの別のことを指している——片方は単位の定義が値を決めたことであり、片方は連続変形で動かないことである。前者は次元を持つ量にしかできず、後者は整数にしか起きない（第2節・第5節）。

第二に、次元を持つ量は、定義で厳密にできる——フォン・クリッツィング定数は **25812.807459** オーム、その逆数は **$3.874045865 \times 10^{-5}$** ジーメンス、磁束量子は **$2.067833848 \times 10^{-15}$** ウェーバで、どれも定義値だけから出る。微細構造定数を相対 1×10^{-6} 動かしても、変化は **0.000×10^0** である（第2節）。

第三に、2019 年の改定は取引だった——真空の透磁率は微細構造定数から相対 **5.718×10^{-12}** で再現し、微細構造定数を相対 1×10^{-6} 動かすと **1.000×10^{-6}** だけ動く。 $4\pi \times 10^{-7}$ からのずれは、CODATA 2018 の推奨値で **5.444×10^{-10}** 、CODATA 2022 で **1.320×10^{-10}** （不確かさの **0.825** 倍）と、推奨値が改められるたびに向きまで変えて動く——それがその代金である（第3節）。

第四に、無次元量は、定義では厳密にできない——目盛りを五通り替えても微細構造定数の逆数の散らばりは **0.000×10^0** で、対照のフォン・クリッツィング定数の数値は比の散らばりが **1.000×10^{14}** になる（第4節）。

第五に、位相の「厳密」は、値が定まっていることではない——二本バンドの格子模型のチャーン数を素の積分で出すと **-0.999891028** などとなり、整数からの隔たりは刻みを **200・400・800** と細かくすると **$4.358 \times 10^{-4} \cdot 1.090 \times 10^{-4} \cdot 2.724 \times 10^{-5}$** と縮む。刻みを 4 倍細かくすると **15.996** 倍縮むので、これは数値誤差である。一方、変数を連続に動かしても整数は動かない（第5節）。

第六に、微細構造定数は、どちらの意味でも厳密になれない——無次元だから定義で固定できず、整数でもないから位相に守られない。整数からの隔たり **0.035999178** は自分の測定の不確かさの **1.6419×10^6** 倍あり、細かく計算しても縮まない（第7節）。

キーワード：微細構造定数、チャーン数、量子ホール効果、単位の定義、位相不変量、無次元量、真空の透磁率。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——量子ホール効果の量子化、磁束の量子化、チャーン数が整数であること、2019年の単位の改定は、いずれも標準的である。トポロジーが値を凍らせたとは書かない——フォン・クリッツィング定数の値を凍らせたのは2019年の決定であって、位相ではない。位相が凍らせているのは整数のほうである。指数定理を導かない——チャーン数が整数になることの証明はしない。ここでは素の積分が整数に寄ることを数で見るだけである。量子ホールの機構を導かない——なぜ量子化するのか、端状態や不純物がどう効くかは主題ではない。分数の場合を扱わない——整数の場合だけを見る。実験の精度を論じない——実際の測定でどこまで一致するかは主題ではなく、式に何が入っているかだけを問う。なぜ137なのかには答えない——論文101と論文1056の戒めに従い、値の説明には入らない。既刊との関係：論文514の射程注記は、指数定理を導かないと書き、整数が位相不変量であることは番号70の編が扱う領域であり本稿は借りるにとどめるとした——本稿はその席に座る（先客なし）。借りるにとどめられた整数の側を実際に計算し、単位の側の厳密とは別種であることを示す。論文514は、量子化された抵抗の式に試料の量が一つも入らないことを示し、整数で割った列も出した——本稿はその列を新しく出さず、二つの厳密の積として読み直す。論文270は、磁束量子の2が担い手の個数であり、2019年の改定でその値が厳密になったことを示した——ここでは、同じ改定が何を手放したかを足す。論文10は、調整を語れるのが無次元量だけであることを確立した——本稿はその裏を使う。定義で固定できるのは次元を持つ量だけである。論文1057は、2019年に一つの 4π が厳密をやめたことを測った——ここではそれが取引の代金であったことを書く。論文1056は、微細構造定数が単位では動かずエネルギーで動くことを示した——本稿は「単位では動かない」の側に、動かせない理由を足す。論文1055は、数字が単位を替えて動くかで二つに分けた——ここでは「動かない」側がさらに二つに割れることを示す。論文1049は、独立な定数を固定するたびに単位の枠が一つ減ることを示した——2019年の改定はその引き算の実例である。論文300は、同根か別根かは判定できると示した——その規律に従い、二つの厳密を同根とは呼ばない。加えたのは、「厳密」が二つの別のことを指していると分けたこと、2019年の改定を取引として数で書いたこと、位相の側の厳密が連続変形に対するものであることを実際に動かして確かめたこと、整数からの隔たりが数値誤差であることを刻みの収束で示したこと、微細構造定数がどちらの意味でも厳密になれないと分離子を書いたことである。

1. 設定と問い

設定：微細構造定数 α は単位を替えても動かないが、エネルギーを替えると動く。論文1056がそれを測り、論文1057が低いエネルギーで止まる仕組みを測った。

問い：同じ電荷 e とプランク定数 h からできていながら、まったく動かない量がある。フォン・クリッツィング定数 $R_K = h/e^2$ と磁束量子 $\Phi_0 = h/2e$ である。なぜ片方は走り、片方は動かないのか。

この問いは、外から寄せられたものである。寄せられた形では「量子ホールの量子化がトポロジカルに厳密だから」と説明されていた。良い問いだが、その説明は順序が違う——本稿はまずそこを直す。

2. 単位の側：次元を持つ量は、定義で厳密にできる

2019 年から、 e と h は定義値である。だから e と h だけでできた量は、計算で厳密に出る。

量	式	値
フォン・クリッツィング定数	h/e^2	25812.807459 オーム
コンダクタンス量子	e^2/h	$3.874045865 \times 10^{-5}$ ジーメンズ
磁束量子	$h/2e$	$2.067833848 \times 10^{-15}$ ウェーバ

三つとも、 α を一度も使わずに出ている。対照： α を相対 1×10^{-6} だけ動かしても、 R_K の変化は 0.000×10^0 である——当然で、 α は式に入っていない。

ここで効いているのは、この三つが次元を持つことである。オーム、ジーメンズ、ウェーバはどれも組立単位で、目盛りの取り方で数値が動く。動く量は、動かし先を決めてしまえば厳密にできる。

3. 2019 年の改定は取引だった

厳密さは、ただで増えたのではない。 e と h が厳密の席に座った代わりに、そこを降りた量がある。

量	2019 年より前	いま
素電荷 e ・プランク定数 h	測定量	定義値（厳密）
$h/e^2 \cdot h/2e$	測定量	厳密
真空の透磁率 μ_0	定義値 $4\pi \times 10^{-7}$	測定量
微細構造定数 α	測定量	測定量

取引であることは、式で見える。

$$\mu_0 = \frac{2\alpha h}{e^2 c}$$

右辺で測定量なのは α だけである。計算すると $1.2566370612628 \times 10^{-6}$ となり、文献値との相対差は 5.718×10^{-12} である。そして α を相対 1×10^{-6} 動かすと、 μ_0 はちょうど 1.000×10^{-6} 動く——同じ相対量である。

⇒ いまの μ_0 は、 α の不確かさをそのまま背負っている。論文1057 は $4\pi \times 10^{-7}$ からのずれを測った。ひとつ前の推奨値（CODATA 2018）では 5.444×10^{-10} ・測定の不確かさの **3.629** 倍、いまの推奨値（CODATA 2022）では **1.320** $\times 10^{-10}$ ・不確かさの **0.825** 倍で、ずれの符号も入れ替わった——ここでは、その数が推奨値の改定のために動くことが、取引の代金だと言う。論文1049 は独立な定数を固定するたびに単位の枠が一つ減ることを示した——2019 年の改定はその引き算が実際に動いた場面である。

4. 無次元量は、定義では厳密にできない

では α にも同じことをすればよいではないか、と思える。できない理由を数で見る。目盛りを五通り替えて、 $1/\alpha$ と R_K の数値を並べた。

目盛り（質量・長さ・時間）	$1/\alpha$ の数値	R_K の数値の比
1、1、1	137.035999178	1.000000×10^0
12.6、1、1	137.035999178	7.957747×10^{-2}
1、12.6、1	137.035999178	6.332574×10^{-3}
1、1、0.0796	137.035999178	7.957747×10^{-2}
10^7 、 10^{-9} 、 10^3	137.035999178	1.000000×10^{14}

$1/\alpha$ の散らばりは 0.000×10^0 、 R_K の比の散らばりは 1.000×10^{14} である。

⇒ 目盛りで動く量は、目盛りを選んで厳密にできる。動かない量はできない。論文10 は、調整を語れるのが無次元量だけであることを確立した——ここで使っているのはその裏側で、定義で固定できるのは次元を持つ量だけである。

5. 位相の側の「厳密」は、別の意味である

ここまでに、トポロジジーは一度も出てきていない。では位相は何をしているのか。二本バンドの格子模型で、実際に計算する。

$$\mathbf{d}(k) = (\sin k_x, \sin k_y, m + \cos k_x + \cos k_y)$$

チャーン数は、単位ベクトル $\hat{\mathbf{d}}$ が球面を何重に覆うかである。整数が出る格子の公式ではなく、素の積分で出した——整数に寄ること自体が結果だからである。

m	チャーン数	整数からの隔たり
3.00	-0.000003809	3.809×10^{-6}
1.00	-0.999891028	1.090×10^{-4}
-1.00	0.999891028	1.090×10^{-4}
-3.00	0.000003809	3.809×10^{-6}

整数に丸めると 0、-1、+1、0 である。 $|m| > 2$ では 0 になり、 m の符号を反転すると符号も反転する。
次に、連続に動かしてみる。これが位相の「厳密」の中身である。

m	チャーン数
0.40	-0.999739219
0.80	-0.999882515
1.20	-0.999884102
1.60	-0.999776813
1.90	-0.998002354

m を 0.4 から 1.9 まで歩いても、散らばりは 1.882×10^{-3} しかなく、丸めた整数はずっと -1 のままである。値がどこかで定義されているのではない——連続に変えても動かない、というのが位相の厳密である。
残る隔たりは何か。格子の刻みを細かくして確かめた。

刻み	整数からの隔たり
200	4.358×10^{-4}
400	1.090×10^{-4}
800	2.724×10^{-5}

刻みを4倍細かくすると隔たりは **15.996** 倍縮む——二次で収束しており、これは数値誤差であって物理の隔たりではない。

6. 二つの厳密は、掛け算で並ぶ

論文514は、量子化された抵抗の式に試料の量が一つも入らないことを示し、整数で割った列を出した—— $\nu = 1$ で25812.807459、 $\nu = 2$ で12906.403730、 $\nu = 3$ で8604.269153、 $\nu = 4$ で6453.201865 オームである。ここではその列を新しく出さず、読み直す。

$$R = \frac{R_K}{\nu}, \quad R_K = \frac{h}{e^2}$$

この式には、出どころの違う二つの厳密が並んでいる。 R_K は単位の定義で厳密であり、 ν は位相で厳密である。前者は2019年に人が決めた。後者は連続変形で動かない。

論文300は、同根か別根かは判定できると示した——この二つは別根である。分離子は、年号を持つかどうかでよい—— R_K の厳密さには2019年という日付が付くが、 ν の厳密さには付かない。論文70は 4π と $32\pi^2$ が指数定理の規格化であることを示した—— ν が整数になることの証明はその側にあり、本稿は借りるにとどめる。

7. 微細構造定数は、どちらの意味でも厳密になれない

ここまでで、厳密になる道は二本しかないことが分かった。 α は、そのどちらにも乗れない。

(a) 定義の道： α は無次元なので、目盛りを選んでも数値が動かない（第4節）。動かない数は、動かし先を決めることができない。

(b) 位相の道： α は整数ではない。 $1/\alpha = 137.035999178$ で、いちばん近い整数からの隔たりは **0.035999178** である。

この隔たりが「ほとんど整数」ではないことを、数値誤差と比べて確かめる。チャーン数の隔たりは刻みを細かくすると縮んだが、 α の隔たりは自分の測定の不確かさ 2.193×10^{-8} の 1.6419×10^6 倍あり、計算を細かくしても縮まない。

量	次元	厳密か	厳密さの出どころ
h/e^2	あり	厳密	単位の定義（2019 年）
$h/2e$	あり	厳密	単位の定義（2019 年）
チャーン数	無し（整数）	厳密	位相（連続変形で動かない）
μ_0	あり	測定量	2019 年に厳密をやめた
$1/\alpha$	無し（整数でない）	測定量	どちらの道にも乗れない
陽子と電子の質量比	無し（整数でない）	測定量	同上

最後の行は対照である。質量比 **1836.15267343** も無次元で整数でもないので定義では固定できないが、走りはしない。論文1056 は α が単位では動かずエネルギーで動くことを示した——だから「厳密になれない」ことと「走る」ことは、同じではない。

寄せられた案は「トポロジーが凍らせている」と言った。測った結果は逆で、 R_K を凍らせたのは 2019 年の決定であり、位相が凍らせているのは整数のほうだった。それでも案は良い問いだった——二つの厳密が一つの式に同居していることに気づかせたのは、この案である。

結び

結び：「厳密」は二種類あり、片方は単位が決め、片方は連続変形が動かさない。次元を持つ量は定義で厳密にできる——フォン・クリッツィング定数は **25812.807459** オーム、磁束量子は **2.067833848**×10⁻¹⁵ ウェーバで、どちらも定義値だけから出る。2019 年の改定は取引だった——真空の透磁率は微細構造定数から相対 **5.718**×10⁻¹² で再現し、微細構造定数を相対 1×10⁻⁶ 動かすと **1.000**×10⁻⁶ 動く。4π×10⁻⁷ からのずれは CODATA 2018 の **5.444**×10⁻¹⁰ から CODATA 2022 の **1.320**×10⁻¹⁰（不確かさの **0.825** 倍）へ、推奨値の改定で動いた——それがその代金である。無次元量は定義で厳密にできない——目盛りを五通り替えても微細構造定数の逆数の散らばりは **0.000**×10⁰、対照の比の散らばりは **1.000**×10⁻¹⁴ である。位相の厳密は、値が定まっていることではない——チャーン数は **-0.999891028** などと出るが、隔たりは刻みを細かくすると **4.358**×10⁻⁴ から **2.724**×10⁻⁵ へ **15.996** 倍縮む数値誤差であり、変数を連続に動かしても整数は動かない（散らばり **1.882**×10⁻³）。量子ホールで測る抵抗は、その二つの積である——論文514 が出した整数で割った列を、単位の定義による厳密と位相による厳密の積として読み直した。微細構造定数は、どちらにもなれない——無次元だから定義できず、整数からの隔たり **0.035999178** は自分の不確かさの **1.6419**×10⁶ 倍あって位相にも守られない。正直に書く——寄せられた案は「トポロジーが凍らせている」としていたが、順序が逆だった。それでも、二つの厳密が一つの式に同居していることに気づかせたのはその案である。分離子——その量は次元を持つか、整数か、

どちらでもないか。次元を持てば定義で、整数なら位相で厳密にできる。どちらでもない量は、どちらの道にも乗れない。

改訂記録

第2版（2026年9月）：微細構造定数を CODATA 2018 の推奨値 $7.2973525693 \times 10^{-3}$ から CODATA 2022 の推奨値 $7.2973525643 \times 10^{-3}$ に替えた（計算した逆数は **137.035999178** で、推奨値の逆数 **137.035999177** と末尾が違うのは推奨値の丸めによる。相対不確かさは 1.6×10^{-10} ）。これに伴い、真空の透磁率を微細構造定数から再現する相対差は 5.718×10^{-12} 、整数からの隔たりは自分の不確かさの 1.6419×10^6 倍になった（初版は 1.7513×10^6 倍）。 $4\pi \times 10^{-7}$ からのずれとして、初版は論文1057の数（CODATA 2018 で 5.444×10^{-10} ・不確かさの **3.629** 倍）を引いていたが、CODATA 2022 では 1.320×10^{-10} ・不確かさの **0.825** 倍で範囲の中に入り、符号も入れ替わる。そこで第3節と結びの読みを「ずれの大きさが代金である」から「定義をやめたので、推奨値が改められるたびに動くことが代金である」に改め、二つの値を並べた。ほかの節の数と結論は変わらない。

参考文献

1. Bernevig, B. A., & Hughes, T. L. (2013). *Topological Insulators and Topological Superconductors*. Princeton University Press.
2. Bureau International des Poids et Mesures (2019). 国際単位系 (SI) . BIPM.
3. Klitzing, K. von, Dorda, G., & Pepper, M. (1980). New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. *Physical Review Letters*.
4. National Institute of Standards and Technology (2019). *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2018*. NIST.
5. National Institute of Standards and Technology (2024). *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2022*. NIST.
6. Thouless, D. J., Kohmoto, M., Nightingale, M. P., & den Nijs, M. (1982). Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential. *Physical Review Letters*.
7. 山岸勇輝 (2026). 『ファインチューニングできるのは無次元量だけである』[論文10]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404556
8. 山岸勇輝 (2026). 『定数の実家』[論文70]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21650347
9. 山岸勇輝 (2026). 『憧れと戒め』[論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
10. 山岸勇輝 (2026). 『磁束量子の「2」は、次元でも指数でもなく、担い手の個数である』[論文270]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169893
11. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
12. 山岸勇輝 (2026). 『試料の性質が一つも入っていない抵抗が、実際に測れる』[論文514]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22862259

13. 山岸勇輝 (2026). 『単位の枠が三つなのは、力学が三種類の量しか使わないからである』 [論文1049]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22902445
14. 山岸勇輝 (2026). 『光速の数字が三億に近いのは、長さが十進で時間が六十進だからである』 [論文1055]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22905177
15. 山岸勇輝 (2026). 『微細構造定数は単位では動かず、エネルギーで動く』 [論文1056]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22905436
16. 山岸勇輝 (2026). 『137 を凍らせているのは数ではなく、一つの質量である』 [論文1057]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22905687

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)