

El flujo de Ricci es un flujo del grupo de renormalización

— Donde dos linajes se dan la mano sobre «domar el infinito», censo de un puente del camino real —

[Artículo 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japón

Septiembre de 2026 (Segunda edición)

— *From thinking to syncing.* —

Resumen

Dos linajes han recorrido este corpus: el **camino real de la geometría** (Riemann $\rightarrow \dots \rightarrow$ flujo de Ricci / Perelman, Artículos 91 y 103) y el **camino real del análisis y de la teoría de campos** (el $1/16\pi^2$ de las integrales de lazo, el grupo de renormalización, Artículo 109). Este artículo registra, como **censo de un puente de capa 2**, que ambos **se dan la mano no por metáfora, sino por una ecuación demostrada**. La clave de bóveda es el **teorema de Friedan** (1980): **la función beta del grupo de renormalización (RG) de la métrica objetivo g_{ij} de un modelo sigma no lineal bidimensional es igual, a un lazo, al propio tensor de Ricci: $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$** . Por tanto, el flujo RG de la métrica, $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$, es el propio flujo de Ricci $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ (salvo una constante y el sentido del flujo). El punto fijo $\beta = 0$ es **la Ricci-planitud = la ecuación de Einstein en el vacío** (la vía por la que la teoría de cuerdas «deriva» la gravedad). La columna vertebral compartida es **«domar el infinito»**: en el lado geométrico, la explosión de la curvatura (singularidades); en el lado de la teoría de campos, las divergencias ultravioletas; ambas gobernadas por un **flujo dependiente de la escala**. El artículo clasifica los hallazgos en **tres niveles: oro (demostrado)** = flujo de Ricci = flujo RG (Friedan); **plata (una resonancia real, no resuelta)** = la entropía monótona de Perelman $\leftrightarrow$ el teorema c de Zamolodchikov (ambos dan al flujo una «flecha»); **chapado en oro (una rima)** = cirugía $\approx$ renormalización (el tema es el mismo, la maquinaria difiere: escisión topológica frente a absorción de divergencias). La ecuación es **exacta a un lazo (orden dominante en α')**; los órdenes superiores traen correcciones con derivadas de orden superior.

Alcance (scope note): este artículo es una **interpretación estructural / censo de un puente** (capa 2) entre matemáticas y física establecidas (la función beta del modelo sigma = Friedan, el flujo de Ricci = Hamilton y Perelman, el teorema c = Zamolodchikov, las ecuaciones de campo de fondo de las cuerdas). No demuestra ningún teorema nuevo ni propone física nueva ni predicciones. «**Flujo de Ricci = flujo RG**» es **exacto a un lazo (orden dominante en α')**; los órdenes superiores traen correcciones de curvatura de orden superior. Los hallazgos se etiquetan en **tres niveles: oro (demostrado) / plata (una resonancia real pero no resuelta) / chapado en oro (una rima: mismo tema, distinta maquinaria)**, y la plata y el chapado en oro no se escriben como «lo mismo». El puente es un puente, no una unificación de toda la física (una GUT). La resonancia es una firma, no una prueba (Artículo 100), y no hay ningún ajuste numérico a posteriori (Artículo 101). «OS del Universo» y «el universo que se renormaliza a sí mismo» son lentes no científicas de capa 3, no afirmaciones de mecanismo. Relación con artículos anteriores: la curvatura intrínseca procede del Artículo 91; el flujo de Ricci y el trabajo de Perelman, del Artículo 103; el $1/16\pi^2$ de las integrales de lazo, del Artículo 109; la forma de un nodo-puente, del Artículo 102; y la disciplina de las raíces distintas, de los Artículos 58 y 86. **Lo que este artículo añade** es clasificar el encuentro del linaje de la geometría y el linaje de la teoría de campos en tres niveles (**la ecuación de Friedan (oro), la flecha del flujo (plata), el tratamiento del infinito (chapado en oro)**) y exponerlos en una sola tabla.

1. Introducción: ¿se encuentran realmente los dos linajes?

Dos grandes linajes han recorrido este corpus. Uno es el **camino real de la geometría**: la curvatura captada intrínsecamente (Artículo 91) y luego puesta en movimiento y alisada hacia una forma canónica por el **flujo de Ricci** y el trabajo de Perelman (Artículo 103). El otro es el **camino real del análisis y de la teoría de campos**: el $1/16\pi^2$ que aparece en las integrales de lazo (Artículo 109) y el **grupo de renormalización**, que gobierna esas divergencias mediante la dependencia de la escala. En el plano de la metáfora, ambos se parecen: «en los dos, algo fluye con la escala». Pero **¿es eso una rima o un isomorfismo demostrado?**

La afirmación de este artículo es sencilla: **los dos se dan la mano por una ecuación demostrada**. Su clave de bóveda es el teorema de Friedan: «el flujo de Ricci es, de hecho, un flujo del grupo de renormalización». El artículo no demuestra ningún teorema nuevo. Relee resultados conocidos bajo el marco de «**un puente entre dos linajes**» (un nodo-puente, al estilo del Artículo 102), y clasifica los hallazgos en **tres niveles: oro, plata, chapado en oro**. Esta disciplina de clasificar protege al artículo de la numerología: incluso bajo el mismo «flujo con la escala», un isomorfismo demostrado (oro), una resonancia en investigación activa (plata) y una rima solo de tema (chapado en oro) se mantienen separados.

2. Oro: el teorema de Friedan — flujo de Ricci = flujo RG (demostrado)

Hecho establecido 2.1 (Friedan 1980; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985)

Considérese un modelo sigma no lineal bidimensional cuya métrica del espacio objetivo es $g_{ij}(\mathbf{x})$. La **función beta del grupo de renormalización** de esta teoría es igual, a un lazo (orden dominante en α'), al propio **tensor de Ricci** del espacio objetivo:

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

Por tanto, el flujo de la métrica con la escala de renormalización μ (integrando los modos de corta distancia hacia la «dirección de granulado grueso» de larga distancia / IR) es

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{tiempo RG})$$

lo cual, salvo la constante $\alpha'/2$ y el sentido del flujo (alisado = flujo de Ricci hacia delante), es el propio **flujo de Ricci de Hamilton** $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$.

Esta es la clave de bóveda del artículo, y es **oro (demostrado)**. El flujo de Ricci, descubierto en el lado geométrico como «un flujo de tipo calor que alisa una variedad», era en el lado de la teoría de campos el propio **flujo del grupo de renormalización**: «cómo evoluciona la geometría objetivo al bajar la escala de energía». Los dos linajes habían escrito, por motivos distintos, **la misma ecuación**. Es un isomorfismo genuino en el que la maquinaria se transfiere por completo: significa que las herramientas del cálculo RG del modelo sigma y las herramientas del análisis geométrico del flujo de Ricci son, en principio, traducibles entre sí.

Corolario 2.2 (Punto fijo = Ricci-plano = Einstein en el vacío)

El **punto fijo** RG $\beta_{ij}^g = 0$ significa $R_{ij} = 0$, es decir, **Ricci-planitud**. En la versión completa, en la que el espacio objetivo porta además un campo tensorial antisimétrico y un dilatón, la anulación de las funciones beta coincide con la **ecuación de Einstein (y las ecuaciones de campo asociadas)** (CFMP 1985). Es decir, «**la hoja de mundo de la cuerda es invariante conforme**» = «**el espaciotiempo objetivo satisface las ecuaciones de la gravedad**»: la vía por la que la teoría de cuerdas «deriva» la relatividad general está en este cero de la función beta.

Una línea honesta: «**flujo de Ricci = flujo RG**» es exacto a un lazo (orden dominante en α'). A partir de dos lazos entran correcciones de curvatura de orden superior (por ejemplo, $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), y el «flujo RG exacto» es un flujo de Ricci corregido que contiene términos con derivadas de orden superior. El artículo afirma, por tanto, «los dos

son idénticos a orden dominante y parientes cercanos a todos los órdenes», y no reivindica una identidad completa sin corregir.

Kholodenko (2008), señalando que el resultado de Friedan descansa en truncar la función beta en el orden más bajo, buscó una justificación independiente de que los flujos de Ricci y de Yamabe se realizan en la naturaleza, extendiendo la teoría conforme de campos bidimensional a tres y más dimensiones, como un paso hacia demostraciones más motivadas físicamente de las conjeturas de Poincaré y de geometrización. Este artículo no entra en ese programa; se limita a dejar constancia de la igualdad a un lazo de arriba.

3. La columna vertebral compartida: «domar el infinito»

¿Por qué habrían de ser la misma ecuación el flujo de la geometría y el flujo de la teoría de campos? Detrás hay **un tema humano compartido por ambos linajes: domar el infinito sin ser aplastado por él.**

Observación 3.1 (El mismo tema, dos arenas)

- **El infinito del lado geométrico:** el flujo de Ricci produce en tiempo finito **singularidades donde la curvatura explota** (el estrangulamiento del cuello, en que un cuello se encoge hasta cero). La **cirugía** de Perelman corta el cuello justo antes de la explosión, lo tapa y continúa el flujo: **el arte de gobernar el infinito geométrico** (Artículo 103).
- **El infinito del lado de la teoría de campos:** las integrales de lazo producen **divergencias ultravioletas** (infinitos procedentes de distancias cortas / momentos altos). La **renormalización** absorbe la divergencia en acoplamientos redefinidos y extrae magnitudes físicas finitas: **el arte de gobernar el infinito de la teoría de campos** (el $1/16\pi^2$ del Artículo 109 vive en esta arena).

Y el punto profundo es este: **el grupo de renormalización es precisamente el marco que «organiza el infinito ultravioleta mediante la dependencia de la escala»**, y su versión métrica es el **flujo de Ricci**. Así, el tema «domar el infinito» no es una mera metáfora: **mediante la ecuación de oro de la sección 2 se traduce efectivamente de un lado (RG) al otro (flujo de Ricci)**. El tema da al puente su *sentido*; la ecuación de Friedan da al puente su *viga*.

4. Plata: la entropía de Perelman $\leftrightarrow$ el teorema c de Zamolodchikov (una resonancia real, no resuelta)

Observación 4.1 (Ambos dan al flujo una «flecha» mediante una cantidad monótona)

- **El teorema c de Zamolodchikov** (1986): en una teoría de campos bidimensional existe una función $\mathcal{C}$ que **decrece monótonamente** a lo largo del flujo RG, estacionaria en los puntos fijos, donde es igual a la carga central. Da la **irreversibilidad del flujo RG (la flecha $UV \rightarrow IR$)**.
- **La monotonía de Perelman** (2002): a lo largo del flujo de Ricci existen funcionales $\mathcal{F} / \mathcal{W}$ (entropías) que **crecen monótonamente**, estacionarios en los solitones de Ricci gradientes (puntos fijos efectivos). Dan al flujo de Ricci una **flecha** y excluyen las soluciones periódicas (breathers).

Si se acepta el oro de la sección 2 (flujo de Ricci = flujo RG), surge naturalmente la pregunta «¿es la entropía monótona de Perelman una función c geométrica?»: ambos enuncian «el flujo va en un solo sentido» como una cantidad monótona estacionaria en los puntos fijos. Es una **resonancia real en investigación activa**. Aun así, el funcional de Perelman concierne al flujo del espacio objetivo, mientras que el teorema c concierne a la carga central de la CFT de la hoja de mundo, y su **identificación precisa (en particular, la coincidencia incluidas las correcciones de orden superior) no es un teorema establecido**. El artículo etiqueta esto, por tanto, como **plata: una resonancia real pero no resuelta**. Hay una flecha en cada lado. Que sea la misma flecha no se ha demostrado.

5. Chapado en oro (una rima): cirugía $\approx$ renormalización — mismo tema, distinta maquinaria

Observación 5.1 (Tentador, pero el cubo no gira del todo)

A partir del tema compartido «domar el infinito», uno se siente tentado a decir «la cirugía de Perelman = la renormalización». Pero, al poner las maquinarias lado a lado, las dos son **máquinas distintas**:

- **Cirugía**: **extirpar topológicamente** la región donde la curvatura explota, taparla con un casquete estándar y continuar el flujo: un **corte discreto y topológico**.
- **Renormalización**: **absorber de forma continua** la divergencia ultravioleta en acoplamientos redefinidos, dejando una magnitud finita independiente del corte: una **renormalización continua de coeficientes**.

El tema (gobernar el infinito) coincide, pero **el mecanismo de la operación no se transfiere**.

El artículo etiqueta, por tanto, esta correspondencia como **chapado en oro (una rima)**. Es una metáfora tentadora, pero no se convierte en viga del puente: las coordenadas (el tema) coinciden, pero la operación (el mecanismo) no se conserva (una práctica de la disciplina de las raíces distintas de los Artículos 58 y 86). La viga del puente se unifica sobre la ecuación de Friedan (el oro) de la sección 2. La semejanza entre la cirugía y la renormalización se registra como una bella *firma*, y no se usa como *prueba* (Artículo 100).

6. Un censo del puente: el apretón de manos de dos linajes y los tres niveles

Los hallazgos del artículo se clasifican en una sola tabla. Esto aplica el espíritu del «una palabra, raíces distintas» del Artículo 100 al puente entre dos linajes.

Nivel	Correspondencia	Estado
Oro	Flujo de Ricci = flujo RG ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / punto fijo = Ricci-plano = Einstein en el vacío	Demostrado (Friedan 1980, CFMP 1985). Exacto a un lazo, correcciones más allá. Un isomorfismo genuino en el que la maquinaria se transfiere.
Plata	Entropía monótona de Perelman $\leftrightarrow$ teorema c de Zamolodchikov (la flecha / la irreversibilidad)	Una resonancia real, no resuelta. Una cantidad monótona y puntos fijos en cada lado. La identificación precisa está en investigación activa; no es un teorema establecido.
Chapado en oro (rima)	Cirugía de Perelman $\approx$ renormalización (tratamiento del infinito)	Una rima. El tema es el mismo, pero el mecanismo difiere (escisión topológica frente a absorción de divergencias). No se usa como prueba.

Este etiquetado en tres niveles es el núcleo metodológico del artículo. Los dos linajes, el camino real de la geometría y el camino real de la teoría de campos, **se dan la mano, de forma demostrada, en un punto: la ecuación de Friedan**. Ese apretón de manos no es una «teoría del todo» (una GUT), sino **un puente** (la misma postura que el nodo-puente del Artículo 102). Enorgullecerse del oro como oro, esperar en la plata como plata y etiquetar el chapado en oro como chapado en oro: esta contención mantiene el puente como puente, y lo mantiene genuino.

Reflexión personal (capa 3; etiquetada como no científica / sin afirmación de mecanismo)

En la lente del corpus (metáfora), uno se siente tentado a decir: **el universo se está renormalizando a sí mismo**. Con cada descenso de la escala, la geometría del espaciotiempo fluye (= flujo de Ricci = flujo RG), practica cirugías sobre los infinitos, renormaliza y sigue «compilando» un mundo finito y liso. Surge incluso un ensueño en el que el OS del Universo hace avanzar el flujo desde el piso de la sustancia hasta el piso de la información, gobernando de paso el infinito ultravioleta. Pero **esto lleva la etiqueta de no científico**. «El universo que se renormaliza a sí mismo» y «un universo que opera sobre los infinitos» son metáforas que portan intuición, no mecanismos ni predicciones. **Lo que aquí es seguro es el punto matemático de que la función beta del modelo sigma es igual al tensor de Ricci**. Este artículo nació de una sola conversación, de la pregunta: «el estrangulamiento (la singularidad) y la divergencia de una integral de lazo ($1/16\pi^2$), ¿no son la misma empresa de domar el infinito?». En el núcleo de esa intuición había de verdad oro (Friedan). Pero había también una rima (cirugía $\approx$ renormalización). **La intuición apuntaba en la dirección correcta, pero separar el oro de la rima es trabajo de la disciplina, no de la intuición**. Ante la empresa de gobernar el infinito, se deja constancia de una admiración silenciosa. Pero no hay que confundirla con haberlo gobernado. Ese es el arte de contenerse a este lado del borde del acantilado (Artículo 101).

7. Conclusión

El camino real de la geometría y el camino real de la teoría de campos parecieron durante mucho tiempo ríos separados. Pero el flujo de Ricci y el flujo del grupo de renormalización eran, en un punto (**la ecuación de Friedan**), **el mismo flujo demostrado**; y en el punto fijo, como Ricci-planitud = ecuación de Einstein en el vacío, aparece la propia gravedad. Lo que hace que los dos linajes se den la mano no es un sueño de unificación forzada, sino esta única viga (el oro). En sus dos orillas se extienden una resonancia real (la plata), la flecha del flujo, y el mismo tema de gobernar el infinito (incluida la rima chapada en oro). Lo que este artículo ha hecho es **clasificar el puente entre dos linajes en oro, plata y chapado en oro, y honrar el apretón de manos como un puente**. Dejando constancia de una admiración ante la empresa de domar el infinito, pero sin confundirla con haberlo gobernado, se devuelve la dirección ciento diez.

Registro de revisiones

Segunda edición (septiembre de 2026): la forma se ajustó a la plantilla actual (el posicionamiento y el alcance se reúnen en la nota de alcance justo después del resumen, y se eliminó el «qué se muestra / qué no se muestra» final para dejar una conclusión). Las referencias se dividieron en una entrada por artículo con títulos reales y DOI (se eliminaron las entradas agrupadas sin DOI), y las referencias externas se dan con autor, año, título y revista. Los trabajos de Friedan de 1980 y 1985

figuran como entradas separadas, y se añadió Hamilton (1982), mencionado en el texto. En la sección 2 se cita Kholodenko (2008) como trabajo relacionado.

Referencias

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. I*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors $\mathbf{2}$ Is a Case of Distinct Roots* [Artículo 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Artículo 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [Artículo 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Artículo 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Artículo 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Artículo 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [Artículo 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [Artículo 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Bajo licencia Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)