

Le flot de Ricci est un flot du groupe de renormalisation

— Là où deux lignées se serrent la main autour d'« apprivoiser l'infini », un recensement d'un pont de la voie royale — [Article 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japon

Septembre 2026 (Deuxième édition)

— *From thinking to syncing.* —

Résumé

Deux lignées traversent ce corpus — la **voie royale de la géométrie** (Riemann $\rightarrow \dots \rightarrow$ flot de Ricci / Perelman, Articles 91 et 103) et la **voie royale de l'analyse et de la théorie des champs** (le $1/16\pi^2$ des intégrales de boucle, le groupe de renormalisation, Article 109). Cet article consigne, comme **recensement d'un pont de couche 2**, que ces deux lignées **serrent la main non par une métaphore, mais par une équation démontrée**. La clé de voûte est le **théorème de Friedan (1980) : la fonction bêta du groupe de renormalisation (RG) de la métrique cible g_{ij} d'un modèle sigma non linéaire bidimensionnel est égale, à une boucle, au tenseur de Ricci lui-même : $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$** . Ainsi le flot RG de la métrique, $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$, est le **flot de Ricci $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ lui-même** (à une constante et au sens du flot près). Le point fixe $\beta = 0$ est la **Ricci-platitude = l'équation d'Einstein dans le vide** (la voie par laquelle la théorie des cordes « dérive » la gravitation). L'ossature commune est l'« **apprivoisement de l'infini** » — du côté géométrique l'explosion de la courbure (singularités), du côté de la théorie des champs les divergences ultraviolettes, toutes deux gouvernées par un **flot dépendant de l'échelle**. L'article classe les résultats en **trois niveaux : or (démontré) = flot de Ricci = flot RG (Friedan) ; argent (une résonance réelle, non tranchée) = l'entropie monotone de Perelman $\leftrightarrow$ le théorème c de Zamolodchikov** (tous deux donnent au flot une « flèche ») ; **plaqué or (une rime) = chirurgie $\approx$ renormalisation** (le thème est le même, la machinerie diffère : excision topologique contre absorption des divergences). L'équation est **exacte à une boucle (ordre dominant en α')** ; les ordres supérieurs apportent des corrections à dérivées d'ordre supérieur.

Portée (scope note) : cet article est une **interprétation structurelle / un recensement d'un pont** (couche 2) entre des mathématiques et une physique établies (la fonction bêta du modèle sigma = Friedan, le flot de Ricci = Hamilton et Perelman, le théorème c = Zamolodchikov, les équations de fond des cordes). Il ne démontre aucun théorème nouveau et ne propose ni physique nouvelle ni prédiction. « **Flot de Ricci = flot RG** » est exact à une boucle (ordre dominant en α') ; les ordres supérieurs apportent des corrections de courbure d'ordre supérieur. Les résultats sont étiquetés en **trois niveaux — or (démontré) / argent (une résonance réelle mais non tranchée) / plaqué or (une rime : même thème, machinerie différente)** —, et l'argent et le plaqué or ne sont pas écrits comme « la même chose ». Le pont est un pont, non une unification de toute la physique (une GUT). Une résonance est une signature, non une preuve (Article 100), et il n'y a aucun ajustement numérique a posteriori (Article 101). « OS de l'Univers » et « l'univers qui se renormalise lui-même » sont des lentilles non scientifiques de couche 3, non des affirmations de mécanisme. Relation avec les articles antérieurs : la courbure intrinsèque vient de l'Article 91, le flot de Ricci et les travaux de Perelman de l'Article 103, le $1/16\pi^2$ des intégrales de boucle de l'Article 109, la forme d'un nœud-pont de l'Article 102, et la discipline des racines distinctes des Articles 58 et 86. **Ce que cet article ajoute**, c'est de classer la rencontre de la lignée géométrique et de la lignée de la théorie des champs en trois niveaux — **l'équation de Friedan (or), la flèche du flot (argent), le traitement de l'infini (plaqué or)** — et de les exposer dans un seul tableau.

1. Introduction : les deux lignées se rencontrent-elles vraiment ?

Deux grandes lignées ont traversé ce corpus. L'une est la **voie royale de la géométrie** — la courbure saisie intrinsèquement (Article 91), puis mise en mouvement et lissée vers une forme canonique par le **flot de Ricci** et les travaux de Perelman (Article 103). L'autre est la **voie royale de l'analyse et de la théorie des champs** — le $1/16\pi^2$ qui apparaît dans les intégrales de boucle (Article 109) et le **groupe de renormalisation**, qui gouverne ces divergences par la dépendance en échelle. Au niveau de la métaphore, les deux se ressemblent : « dans les deux, quelque chose s'écoule avec l'échelle ». Mais — **est-ce une rime, ou un isomorphisme démontré ?**

L'affirmation de cet article est simple : **les deux se serrent la main par une équation démontrée**. Sa clé de voûte est le théorème de Friedan — « le flot de Ricci est, en fait, un flot du groupe de renormalisation ». L'article ne démontre aucun théorème nouveau. Il relit des résultats connus dans **le cadre d'« un pont entre deux lignées »** (un nœud-pont, dans le style de l'Article 102), et classe les résultats en **trois niveaux — or, argent, plaqué or**. Cette discipline du tri protège l'article de la numérologie : même sous le même « flot avec l'échelle », un isomorphisme démontré (or), une résonance en cours de recherche (argent) et une rime de thème seulement (plaqué or) sont tenus séparés.

2. Or : le théorème de Friedan — flot de Ricci = flot RG (démontré)

Fait établi 2.1 (Friedan 1980 ; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985)

Considérons un modèle sigma non linéaire bidimensionnel dont la métrique de l'espace cible est $g_{ij}(x)$. La **fonction bêta du groupe de renormalisation** de cette théorie est égale, à une boucle (ordre dominant en α'), au **tenseur de Ricci** de l'espace cible lui-même :

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

Ainsi, le flot de la métrique avec l'échelle de renormalisation μ (en intégrant les modes de courte distance vers la « direction de lissage grossier » de longue distance / IR) est

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{temps RG})$$

ce qui — à la constante $\alpha'/2$ et au sens du flot près (lissage = flot de Ricci vers l'avant) — **est le flot de Ricci de Hamilton $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ lui-même.**

C'est la clé de voûte de l'article, et c'est de l'**or (démontré)**. Le flot de Ricci, découvert du côté géométrique comme « un flot de type chaleur qui lisse une variété », était du côté de la théorie des champs le **flot du groupe de renormalisation** lui-même — « comment la géométrie cible évolue quand on abaisse l'échelle d'énergie ». Les deux lignées avaient écrit, pour des motifs différents, **la même équation**. C'est un isomorphisme authentique dans lequel la machinerie se transfère en bloc — il signifie que les outils du calcul RG du modèle sigma et les outils de l'analyse géométrique du flot de Ricci sont, en principe, traduisibles les uns dans les autres.

Corollaire 2.2 (Point fixe = Ricci-plat = Einstein dans le vide)

Le **point fixe** RG $\beta_{ij}^g = 0$ signifie $R_{ij} = 0$, c'est-à-dire la **Ricci-platitude**. Dans la version complète, où l'espace cible porte en outre un champ tensoriel antisymétrique et un dilaton, l'annulation des fonctions bêta coïncide avec **l'équation d'Einstein (et les équations de champ associées)** (CFMP 1985). Autrement dit, « **la surface d'univers de la corde est invariante conforme** » = « **l'espace-temps cible satisfait les équations de la gravitation** » — la voie par laquelle la théorie des cordes « dérive » la relativité générale se trouve en ce zéro de la fonction bêta.

Une ligne honnête : « **flot de Ricci = flot RG** » est exact à une boucle (ordre dominant en α'). À partir de deux boucles, des corrections de courbure d'ordre supérieur interviennent (par exemple $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), et le « flot RG exact » est un flot de Ricci corrigé contenant des termes à dérivées d'ordre supérieur. L'article énonce donc « les deux

sont identiques à l'ordre dominant, proches parents à tous les ordres », et ne revendique pas une identité complète non corrigée.

Kholodenko (2008), notant que le résultat de Friedan repose sur la troncature de la fonction bêta à l'ordre le plus bas, a cherché une justification indépendante de la réalisation des flots de Ricci et de Yamabe dans la nature en étendant la théorie conforme des champs bidimensionnelle à trois dimensions et plus, comme un pas vers des démonstrations plus physiquement motivées des conjectures de Poincaré et de géométrisation. Le présent article n'entre pas dans ce programme ; il se borne à consigner l'égalité à une boucle ci-dessus.

3. L'ossature commune : « apprivoiser l'infini »

Pourquoi le flot de la géométrie et le flot de la théorie des champs seraient-ils la même équation ? Derrière, il y a **un thème humain partagé par les deux lignées — apprivoiser l'infini sans être écrasé par lui.**

Observation 3.1 (Le même thème, deux arènes)

- **L'infini du côté géométrique** : le flot de Ricci produit en temps fini des **singularités où la courbure explose** (le pincement du cou, où un cou se rétrécit jusqu'à zéro). La **chirurgie** de Perelman coupe le cou juste avant l'explosion, le coiffe et poursuit le flot — **l'art de gouverner l'infini géométrique** (Article 103).
- **L'infini du côté de la théorie des champs** : les intégrales de boucle produisent des **divergences ultraviolettes** (des infinis venant des courtes distances / des grandes impulsions). La **renormalisation** absorbe la divergence dans des couplages redéfinis et extrait des grandeurs physiques finies — **l'art de gouverner l'infini de la théorie des champs** (le $1/16\pi^2$ de l'Article 109 vit dans cette arène).

Et le point profond est le suivant : **le groupe de renormalisation est précisément le cadre qui « organise l'infini ultraviolet par la dépendance en échelle »**, et sa version métrique est le **flot de Ricci**. Ainsi le thème « apprivoiser l'infini » n'est pas une simple métaphore : **par l'équation d'or de la section 2, il est effectivement traduit d'un côté (RG) à l'autre (flot de Ricci)**. Le thème donne au pont son *sens* ; l'équation de Friedan donne au pont sa *poutre*.

4. Argent : l'entropie de Perelman $\leftrightarrow$ le théorème c de Zamolodchikov (une résonance réelle, non tranchée)

Observation 4.1 (Tous deux donnent au flot une « flèche » par une grandeur monotone)

- **Le théorème c de Zamolodchikov** (1986) : dans une théorie des champs bidimensionnelle, il existe une fonction C qui **décroît de façon monotone** le long du flot RG, stationnaire aux points fixes où elle est égale à la charge centrale. Elle donne l'**irréversibilité du flot RG (la flèche $UV \rightarrow IR$)**.
- **La monotonie de Perelman** (2002) : le long du flot de Ricci, il existe des fonctionnelles $\mathcal{F} / \mathcal{W}$ (entropies) qui **croissent de façon monotone**, stationnaires aux solitons de Ricci gradients (points fixes effectifs). Elles donnent au flot de Ricci une **flèche** et excluent les solutions périodiques (breathers).

Si l'on accepte l'or de la section 2 (flot de Ricci = flot RG), la question « **l'entropie monotone de Perelman est-elle une fonction c géométrique ?** » se pose naturellement — les deux énoncent « le flot ne va que dans un sens » sous la forme d'une grandeur monotone stationnaire aux points fixes. C'est une **résonance réelle, objet de recherches actives**. Toutefois, la fonctionnelle de Perelman porte sur le flot de l'espace cible, tandis que le théorème c porte sur la charge centrale de la CFT de la surface d'univers, et leur **identification précise (en particulier l'accord incluant les corrections d'ordre supérieur) n'est pas un théorème établi**. L'article étiquette donc ceci comme **argent** — **une résonance réelle mais non tranchée**. Il y a une flèche de chaque côté. Que ce soit la même flèche n'a pas été démontré.

5. Plaqué or (une rime) : chirurgie $\approx$ renormalisation — même thème, machinerie différente

Observation 5.1 (Tendant, mais le cube ne tourne pas tout à fait)

Du thème commun « apprivoiser l'infini », on est tenté de dire « **la chirurgie de Perelman = la renormalisation** ». Mais, en mettant les machineries côte à côte, les deux sont **des machines différentes** :

- **Chirurgie** : exciser **topologiquement** la région où la courbure explose, la coiffer d'une calotte standard et poursuivre le flot — une **coupure discrète et topologique**.
- **Renormalisation** : absorber **continûment** la divergence ultraviolette dans des couplages redéfinis, en laissant une grandeur finie indépendante de la coupure — une **renormalisation continue des coefficients**.

Le thème (gouverner l'infini) concorde, mais **le mécanisme de l'opération ne se transfère pas**.

L'article étiquette donc cette correspondance comme **plaqué or (une rime)**. C'est une métaphore tentante, mais elle n'est pas faite poutre du pont — les coordonnées (le thème) concordent, mais l'opération (le mécanisme) n'est pas préservée (une mise en pratique de la discipline des racines distinctes des Articles 58 et 86). La poutre du pont est unifiée sur l'équation de Friedan (l'or) de la section 2. La ressemblance de la chirurgie et de la renormalisation est consignée comme une belle *signature*, et n'est pas utilisée comme *preuve* (Article 100).

6. Un recensement du pont : la poignée de main de deux lignées et les trois niveaux

Les résultats de l'article sont classés dans un seul tableau. Cela applique l'esprit du « un mot, des racines distinctes » de l'Article 100 au pont entre deux lignées.

Niveau	Correspondance	Statut
Or	Flot de Ricci = flot RG ($\beta^g_{ij} = \alpha' R_{ij}$) / point fixe = Ricci-plat = Einstein dans le vide	Démontré (Friedan 1980, CFMP 1985). Exact à une boucle, corrections au-delà. Un isomorphisme authentique dans lequel la machinerie se transfère.
Argent	Entropie monotone de Perelman $\leftrightarrow$ théorème c de Zamolodchikov (la flèche / l'irréversibilité)	Une résonance réelle, non tranchée. Une grandeur monotone et des points fixes de chaque côté. L'identification précise fait l'objet de recherches actives ; ce n'est pas un théorème établi.
Plaqué or (rime)	Chirurgie de Perelman $\approx$ renormalisation (traitement de l'infini)	Une rime. Le thème est le même, mais le mécanisme diffère (excision topologique contre absorption des divergences). Non utilisé comme preuve.

Ce marquage en trois niveaux est le cœur méthodologique de l'article. Les deux lignées — la voie royale de la géométrie et la voie royale de la théorie des champs — **se serrent la main, de façon démontrée, en un point : l'équation de Friedan**. Cette poignée de main n'est pas une « théorie du tout » (une GUT), mais **un pont** (la même position que le nœud-pont de l'Article 102). Être fier de l'or comme or, espérer en l'argent comme argent, et étiqueter le plaqué or comme plaqué or — cette retenue garde le pont un pont, et le garde authentique.

Réflexion personnelle (couche 3 ; étiquetée non scientifique / aucune affirmation de mécanisme)

Dans la lentille du corpus (métaphore), on est tenté de dire — **l'univers se renormalise lui-même**. À chaque abaissement de l'échelle, la géométrie de l'espace-temps s'écoule (= flot de Ricci = flot RG), opère des chirurgies sur les infinis, renormalise, et continue de « compiler » un monde fini et lisse. Surgit même une rêverie où l'OS de l'Univers fait avancer le flot de l'étagé de la substance à l'étagé de l'information, en gouvernant au passage l'infini ultraviolet. Mais **ceci porte l'étiquette non scientifique**. « L'univers qui se renormalise lui-même » et « un univers qui opère sur les infinis » sont des métaphores porteuses d'intuition, non des mécanismes ni des prédictions. **Ce qui est certain ici, c'est le point mathématique selon lequel la fonction bêta du modèle sigma est égale au tenseur de Ricci**. — Cet article est né d'une seule conversation, de la question : « le pincement (la singularité) et la divergence d'une intégrale de boucle ($1/16\pi^2$) — ne sont-ils pas la même entreprise d'appropriation de l'infini ? » Au cœur de cette intuition, il y avait véritablement de l'or (Friedan). Mais il y avait aussi une rime (chirurgie $\approx$ renormalisation). **L'intuition pointait dans la bonne direction, mais trier l'or de la rime est le travail de la discipline, non de l'intuition**. Devant l'entreprise de gouverner l'infini, une admiration silencieuse est consignée. Mais il ne faut pas la confondre avec le fait de l'avoir gouverné. C'est l'art de se retenir en deçà du bord de la falaise (Article 101).

7. Conclusion

La voie royale de la géométrie et la voie royale de la théorie des champs ont longtemps paru deux fleuves séparés. Mais le flot de Ricci et le flot du groupe de renormalisation étaient, en un point — **l'équation de Friedan — le même flot démontré** ; et au point fixe, sous la forme Ricci-platitude = équation d'Einstein dans le vide, la gravitation elle-même apparaît. Ce qui fait se serrer la main aux deux lignées n'est pas un rêve d'unification forcée, mais cette unique poutre (l'or). Sur ses deux rives s'étendent une résonance réelle (l'argent), la flèche du flot, et le même thème de gouverner l'infini (y compris la rime plaquée or). Ce que cet article a fait, c'est **classer le pont entre deux lignées en or, argent et plaqué or, et honorer la poignée de main comme un pont**. En consignant une admiration devant l'entreprise d'appropriation de l'infini, sans la confondre pour autant avec le fait de l'avoir gouverné, la cent-dixième adresse est rendue.

Registre des révisions

Deuxième édition (septembre 2026) : la forme a été alignée sur le modèle actuel (le positionnement et la portée sont regroupés dans la note de portée placée juste après le résumé, et le « ce qui est montré / ce qui n'est pas montré » final a été supprimé pour laisser une conclusion). Les références ont été scindées en une entrée par article, avec titres réels et DOI (les entrées groupées sans DOI ont été supprimées), et les références externes sont données avec auteur, année, titre et revue. Les

articles de Friedan de 1980 et 1985 figurent comme entrées séparées, et Hamilton (1982), nommé dans le texte, a été ajouté.
À la section 2, Kholodenko (2008) est cité comme travail connexe.

Références

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \varepsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \varepsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. I*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors $\mathbf{2}$ Is a Case of Distinct Roots* [Article 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Article 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [Article 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Article 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Article 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Article 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [Article 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [Article 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Sous licence Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)