

Il flusso di Ricci è un flusso del gruppo di rinormalizzazione

— Dove due lignaggi si stringono la mano su «domare l'infinito», un censimento di un ponte della via maestra

— [Articolo 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Settembre 2026 (Seconda edizione)

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

Due lignaggi attraversano questo corpus — la **via maestra della geometria** (Riemann $\rightarrow \dots \rightarrow$ flusso di Ricci / Perelman, articoli 91 e 103) e la **via maestra dell'analisi e della teoria dei campi** (l' $1/16\pi^2$ degli integrali di loop, il gruppo di rinormalizzazione, articolo 109). Questo articolo registra, come **censimento di un ponte di strato 2**, che i due **si stringono la mano non per metafora, ma per un'equazione dimostrata**. La chiave di volta è il **teorema di Friedan (1980): la funzione beta del gruppo di rinormalizzazione (RG) della metrica bersaglio g_{ij} di un modello sigma non lineare bidimensionale è uguale, a un loop, al tensore di Ricci stesso: $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$** . Pertanto il flusso RG della metrica, $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$, è il **flusso di Ricci** $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ stesso (a meno di una costante e del verso del flusso). Il punto fisso $\beta = 0$ è la **Ricci-piattezza = l'equazione di Einstein nel vuoto** (la via per cui la teoria delle stringhe «deriva» la gravità). L'ossatura comune è il «**domare l'infinito**» — dal lato della geometria l'esplosione della curvatura (singolarità), dal lato della teoria dei campi le divergenze ultraviolette, entrambe governate da un **flusso dipendente dalla scala**. L'articolo ordina i risultati in **tre livelli: oro (dimostrato)** = flusso di Ricci = flusso RG (Friedan); **argento (una risonanza reale, irrisolta)** = l'entropia monotona di Perelman $\leftrightarrow$ il teorema c di Zamolodchikov (entrambi danno al flusso una «freccia»); **placcato oro (una rima)** = chirurgia $\approx$ rinormalizzazione (il tema è lo stesso, il macchinario è diverso: escissione topologica contro assorbimento delle divergenze). L'equazione è **esatta a un loop (ordine dominante in α')**; gli ordini superiori portano correzioni con derivate di ordine superiore.

Portata (scope note): questo articolo è un'interpretazione strutturale / censimento di un ponte (strato 2) tra matematica e fisica consolidate (la funzione beta del modello sigma = Friedan, il flusso di Ricci = Hamilton e Perelman, il teorema $c =$ Zamolodchikov, le equazioni di campo di fondo delle stringhe). Non dimostra alcun nuovo teorema e non propone né nuova fisica né previsioni. «Flusso di Ricci = flusso RG» è esatto a un loop (ordine dominante in α'); gli ordini superiori portano correzioni di curvatura di ordine superiore. I risultati sono etichettati in tre livelli — oro (dimostrato) / argento (una risonanza reale ma irrisolta) / placcato oro (una rima: stesso tema, macchinario diverso) —, e argento e placcato oro non vengono scritti come «la stessa cosa». Il ponte è un ponte, non un'unificazione di tutta la fisica (una GUT). La risonanza è una firma, non una prova (articolo 100), e non c'è alcun aggiustamento numerico a posteriori (articolo 101). «OS dell'Universo» e «l'universo che rinormalizza se stesso» sono lenti non scientifiche di strato 3, non affermazioni di meccanismo. Relazione con gli articoli precedenti: la curvatura intrinseca viene dall'articolo 91, il flusso di Ricci e il lavoro di Perelman dall'articolo 103, $1/16\pi^2$ degli integrali di loop dall'articolo 109, la forma di un nodo-ponte dall'articolo 102, e la disciplina delle radici distinte dagli articoli 58 e 86. Ciò che questo articolo aggiunge è ordinare l'incontro tra il lignaggio della geometria e quello della teoria dei campi in tre livelli — l'equazione di Friedan (oro), la freccia del flusso (argento), il trattamento dell'infinito (placcato oro) — e disporli in un'unica tabella.

1. Introduzione: i due lignaggi si incontrano davvero?

Due grandi lignaggi hanno attraversato questo corpus. Uno è la **via maestra della geometria** — la curvatura colta intrinsecamente (articolo 91) e poi messa in moto, levigata verso una forma canonica, dal **flusso di Ricci** e dal lavoro di Perelman (articolo 103). L'altro è la **via maestra dell'analisi e della teoria dei campi** — $1/16\pi^2$ che compare negli integrali di loop (articolo 109) e il **gruppo di rinormalizzazione**, che governa quelle divergenze mediante la dipendenza dalla scala. Al livello della metafora i due si somigliano: «in entrambi qualcosa scorre con la scala». Ma — **è una rima o un isomorfismo dimostrato?**

L'affermazione di questo articolo è semplice: **i due si stringono la mano per un'equazione dimostrata**. La sua chiave di volta è il teorema di Friedan — «il flusso di Ricci è, di fatto, un flusso del gruppo di rinormalizzazione». L'articolo non dimostra alcun nuovo teorema. Rilegge risultati noti nel **quadro di «un ponte tra due lignaggi»** (un nodo-ponte, nello stile dell'articolo 102), e ordina i risultati in **tre livelli — oro, argento, placcato oro**. Questa disciplina dell'ordinare protegge l'articolo dalla numerologia: anche sotto lo stesso «flusso con la scala», un isomorfismo dimostrato (oro), una risonanza oggetto di ricerca attiva (argento) e una rima di solo tema (placcato oro) vengono tenuti distinti.

2. Oro: il teorema di Friedan — flusso di Ricci = flusso RG (dimostrato)

Fatto stabilito 2.1 (Friedan 1980; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985)

Si consideri un modello sigma non lineare bidimensionale la cui metrica dello spazio bersaglio è $g_{ij}(x)$. La **funzione beta del gruppo di rinormalizzazione** di questa teoria è uguale, a un loop (ordine dominante in α'), al **tensore di Ricci** dello spazio bersaglio stesso:

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

Pertanto il flusso della metrica con la scala di rinormalizzazione μ (integrando i modi a breve distanza verso la «direzione di coarse-graining» a lunga distanza / IR) è

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{tempo RG})$$

che — a meno della costante $\alpha'/2$ e del verso del flusso (levigatura = flusso di Ricci in avanti) — è il **flusso di Ricci di Hamilton** $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ stesso.

Questa è la chiave di volta dell'articolo, ed è **oro (dimostrato)**. Il flusso di Ricci, scoperto dal lato della geometria come «un flusso di tipo calore che leviga una varietà», era dal lato della teoria dei campi proprio il **flusso del gruppo di rinormalizzazione** — «come scorre la geometria bersaglio quando si abbassa la scala di energia». I due lignaggi avevano scritto, per motivi diversi, **la stessa equazione**. È un isomorfismo genuino in cui il macchinario si trasferisce in blocco — significa che gli strumenti del calcolo RG del modello sigma e gli strumenti dell'analisi geometrica del flusso di Ricci sono, in linea di principio, traducibili gli uni negli altri.

Corollario 2.2 (Punto fisso = Ricci-piatto = Einstein nel vuoto)

Il **punto fisso** RG $\beta_{ij}^g = 0$ significa $R_{ij} = 0$, cioè **Ricci-piattezza**. Nella versione completa, in cui lo spazio bersaglio porta anche un campo tensoriale antisimmetrico e un dilatone, l'annullarsi delle funzioni beta coincide con l'**equazione di Einstein (e le equazioni di campo associate)** (CFMP 1985). Cioè, «il **worldsheet della stringa è invariante conforme**» = «lo **spaziotempo bersaglio soddisfa le equazioni della gravità**» — la via per cui la teoria delle stringhe «deriva» la relatività generale sta in questo zero della funzione beta.

Una linea onesta: «**flusso di Ricci = flusso RG**» è **esatto a un loop (ordine dominante in α')**. Da due loop in poi entrano correzioni di curvatura di ordine superiore (ad esempio $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), e il «flusso RG esatto» è un

flusso di Ricci corretto contenente termini con derivate di ordine superiore. L'articolo afferma quindi «i due sono identici all'ordine dominante, parenti stretti a tutti gli ordini», e non rivendica un'identità completa non corretta.

Kholodenko (2008), osservando che il risultato di Friedan si basa sul troncamento della funzione beta all'ordine più basso, ha cercato una giustificazione indipendente della realizzazione in natura dei flussi di Ricci e di Yamabe estendendo la teoria conforme dei campi bidimensionale a tre e più dimensioni, come passo verso dimostrazioni più motivate fisicamente delle congetture di Poincaré e di geometrizzazione. Il presente articolo non entra in quel programma; si limita a registrare l'uguaglianza a un loop qui sopra.

3. L'ossatura comune: «domare l'infinito»

Perché il flusso della geometria e il flusso della teoria dei campi dovrebbero essere la stessa equazione? Dietro c'è **un tema umano condiviso da entrambi i lignaggi — domare l'infinito senza esserne schiacciati.**

Osservazione 3.1 (Lo stesso tema, due arene)

- **L'infinito dal lato della geometria:** il flusso di Ricci produce in tempo finito **singolarità in cui la curvatura esplode** (il neckpinch, in cui un collo si restringe fino a zero). La **chirurgia** di Perelman taglia il collo poco prima dell'esplosione, lo chiude con un cappuccio e prosegue il flusso — **l'arte di governare l'infinito geometrico** (articolo 103).
- **L'infinito dal lato della teoria dei campi:** gli integrali di loop producono **divergenze ultraviolette** (infiniti provenienti dalle brevi distanze / dagli alti impulsi). La **rinormalizzazione** assorbe la divergenza in accoppiamenti ridefiniti ed estrae grandezze fisiche finite — **l'arte di governare l'infinito della teoria dei campi** (l' $1/16\pi^2$ dell'articolo 109 vive in questa arena).

E il punto profondo è questo: **il gruppo di rinormalizzazione è precisamente il quadro che «organizza l'infinito ultravioletto mediante la dipendenza dalla scala»**, e la sua versione metrica è il **flusso di Ricci**. Così il tema «domare l'infinito» non è una semplice metafora: **per l'equazione d'oro della sezione 2 esso viene effettivamente tradotto da un lato (RG) all'altro (flusso di Ricci)**. Il tema dà al ponte il suo *significato*; l'equazione di Friedan dà al ponte la sua *trave*.

4. Argento: l'entropia di Perelman $\leftrightarrow$ il teorema c di Zamolodchikov (una risonanza reale, irrisolta)

Osservazione 4.1 (Entrambi danno al flusso una «freccia» tramite una grandezza monotona)

- **Il teorema c di Zamolodchikov** (1986): in una teoria dei campi bidimensionale esiste una funzione C che **decresce monotonamente** lungo il flusso RG, stazionaria nei punti fissi, dove è uguale alla carica centrale. Essa dà l'**irreversibilità del flusso RG (la freccia $UV \rightarrow IR$)**.
- **La monotonia di Perelman** (2002): lungo il flusso di Ricci esistono funzionali $\mathcal{F} / \mathcal{W}$ (entropie) che **crescono monotonamente**, stazionari nei solitoni di Ricci gradiente (punti fissi efficaci). Essi danno al flusso di Ricci una **freccia** ed escludono soluzioni periodiche (breather).

Se si accetta l'oro della sezione 2 (flusso di Ricci = flusso RG), la domanda «**l'entropia monotona di Perelman è una funzione c geometrica?**» sorge naturalmente — entrambi affermano «il flusso va in un solo verso» come una grandezza monotona stazionaria nei punti fissi. Questa è una **risonanza reale, oggetto di ricerca attiva**. Tuttavia il funzionale di Perelman riguarda il flusso dello spazio bersaglio, mentre il teorema c riguarda la carica centrale della CFT del worldsheet, e la loro **identificazione precisa (in particolare l'accordo comprese le correzioni di ordine superiore) non è un teorema consolidato**. L'articolo etichetta quindi questo come **argento — una risonanza reale ma irrisolta**. C'è una freccia da ciascun lato. Che sia la stessa freccia non è stato dimostrato.

5. Placcato oro (una rima): chirurgia $\approx$ rinormalizzazione — stesso tema, macchinario diverso

Osservazione 5.1 (Allettante, ma il cubo non gira del tutto)

Dal tema comune «domare l'infinito» si è tentati di dire «**la chirurgia di Perelman = la rinormalizzazione**». Ma, affiancando i macchinari, i due sono **macchine diverse**:

- **Chirurgia**: **asportare topologicamente** la regione in cui la curvatura esplode, chiuderla con un cappuccio standard e proseguire il flusso — un **taglio discreto e topologico**.
- **Rinormalizzazione**: **assorbire con continuità** la divergenza ultravioletta in accoppiamenti ridefiniti, lasciando una grandezza finita indipendente dal cutoff — una **rinormalizzazione continua dei coefficienti**.

Il tema (governare l'infinito) coincide, ma **il meccanismo dell'operazione non si trasferisce**.

L’articolo etichetta quindi questa corrispondenza come **placcato oro (una rima)**. È una metafora allettante, ma non ne viene fatta una trave del ponte — le coordinate (il tema) coincidono, ma l’operazione (il meccanismo) non si conserva (una pratica della disciplina delle radici distinte degli articoli 58 e 86). La trave del ponte è unificata sull’equazione di Friedan (l’oro) della sezione 2. La somiglianza tra chirurgia e rinormalizzazione è registrata come una bella *firma*, e non usata come *prova* (articolo 100).

6. Un censimento del ponte: la stretta di mano di due lignaggi e i tre livelli

I risultati dell’articolo sono ordinati in un’unica tabella. Ciò applica lo spirito del «una parola, radici distinte» dell’articolo 100 al ponte tra due lignaggi.

Livello	Corrispondenza	Stato
Oro	Flusso di Ricci = flusso RG ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / punto fisso = Ricci-piatto = Einstein nel vuoto	Dimostrato (Friedan 1980, CFMP 1985). Esatto a un loop, correzioni oltre. Un isomorfismo genuino in cui il macchinario si trasferisce.
Argento	Entropia monotona di Perelman $\leftrightarrow$ teorema c di Zamolodchikov (la freccia / l’irreversibilità)	Una risonanza reale, irrisolta . Una grandezza monotona e punti fissi da ciascun lato. L’identificazione precisa è oggetto di ricerca attiva, non un teorema consolidato.
Placcato oro (rima)	Chirurgia di Perelman $\approx$ rinormalizzazione (trattamento dell’infinito)	Una rima . Il tema è lo stesso, ma il meccanismo differisce (escissione topologica contro assorbimento delle divergenze). Non usato come prova.

Questa etichettatura a tre livelli è il nucleo metodologico dell’articolo. I due lignaggi — la via maestra della geometria e la via maestra della teoria dei campi — **si stringono la mano, in modo dimostrato, in un punto: l’equazione di Friedan**. Quella stretta di mano non è una «teoria del tutto» (una GUT), ma **un ponte** (la stessa posizione del nodo-ponte dell’articolo 102). Andare fieri dell’oro come oro, sperare nell’argento come argento, ed etichettare il placcato oro come placcato oro — questo riserbo mantiene il ponte un ponte, e lo mantiene genuino.

Riflessione personale (strato 3; etichettata come non scientifica / nessuna affermazione di meccanismo)

Nella lente del corpus (metafora) si è tentati di dire — **l'universo sta rinormalizzando se stesso**. A ogni abbassamento della scala la geometria dello spaziotempo scorre (= flusso di Ricci = flusso RG), opera chirurgie sugli infiniti, rinormalizza e continua a «compilare» un mondo finito e liscio. Sorge perfino un sogno a occhi aperti in cui l'OS dell'Universo fa avanzare il flusso dal piano della sostanza al piano dell'informazione, governando strada facendo l'infinito ultravioletto. Ma **questo porta l'etichetta non scientifica**. «L'universo che rinormalizza se stesso» e «un universo che opera sugli infiniti» sono metafore che portano intuizione, non meccanismi né previsioni. **Ciò che qui è certo è il punto matematico che la funzione beta del modello sigma è uguale al tensore di Ricci.** — Questo articolo è nato da una sola conversazione, dalla domanda: «il pinch (la singolarità) e la divergenza di un integrale di loop ($1/16\pi^2$) — non sono la stessa impresa di domare l'infinito?» Al cuore di quell'intuizione c'era davvero oro (Friedan). Ma c'era anche una rima (chirurgia $\approx$ rinormalizzazione). **L'intuizione puntava nella direzione giusta, ma separare l'oro dalla rima è il lavoro della disciplina, non dell'intuizione.** Davanti all'impresa di governare l'infinito si registra una quieta ammirazione. Ma non la si scambi per averlo governato. È l'arte di trattenersi al di qua del ciglio della scogliera (articolo 101).

7. Conclusione

La via maestra della geometria e la via maestra della teoria dei campi sono a lungo sembrate fiumi separati. Ma il flusso di Ricci e il flusso del gruppo di rinormalizzazione erano, in un punto — **l'equazione di Friedan — lo stesso flusso dimostrato**; e nel punto fisso, come Ricci-piattezza = equazione di Einstein nel vuoto, appare la gravità stessa. Ciò che fa stringere la mano ai due lignaggi non è un sogno di unificazione forzata, ma quest'unica trave (l'oro). Sulle sue due rive si estendono una risonanza reale (l'argento), la freccia del flusso, e lo stesso tema del governare l'infinito (compresa la rima placcata oro). Ciò che questo articolo ha fatto è **ordinare il ponte tra due lignaggi in oro, argento e placcato oro, e onorare la stretta di mano come un ponte**. Registrando un'ammirazione davanti all'impresa di domare l'infinito, senza scambiarla per averlo governato, il centodecimo indirizzo viene restituito.

Registro delle revisioni

Seconda edizione (settembre 2026): la forma è stata allineata al modello attuale (il posizionamento e la portata sono raccolti nella nota di portata subito dopo il riassunto, e il «che cosa si mostra / che cosa non si mostra» finale è stato rimosso, lasciando una conclusione). I riferimenti sono stati suddivisi in una voce per articolo con titoli effettivi e DOI (le voci raggruppate senza DOI sono state rimosse), e i riferimenti esterni sono dati con autore, anno, titolo e rivista. I lavori di Friedan del 1980 e del 1985 sono dati come voci separate, e Hamilton (1982), nominato nel testo, è stato aggiunto. Nella sezione 2 si cita Kholodenko (2008) come lavoro correlato.

Bibliografia

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. 1*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [Articolo 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Articolo 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [Articolo 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Articolo 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Articolo 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Articolo 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [Articolo 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [Articolo 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Rilasciato sotto licenza Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)