

リッチ・フローはくりこみ群フローである

— 二つの系譜が「無限を手なずける」で握手する、王道の橋のセンサス — [論文110]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第2版)

— From thinking to syncing. —

要旨

本体系には、二つの系譜が流れている——幾何の王道（リーマン $\rightarrow$... $\rightarrow$ リッチ・フロー／ペレルマン、論文91・103）と、解析・場の理論の王道（ループ積分の $1/16\pi^2$ ・くりこみ群、論文109）。本稿は、この二つが比喩ではなく、証明された一本の等式で握手することを、第2層の橋のセンサスとして記録する。要石はフリーダンの定理（1980）——2次元非線形シグマ模型の標的計量 g_{ij} のくりこみ群（RG）ベータ関数が、1ループでリッチ・テンソルそのものになる： $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$ 。ゆえに計量のRGフローは $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$ 、これはリッチ・フロー $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ そのもの（定数と時間の向きを除いて）。固定点 $\beta = 0$ はリッチ平坦＝真空アインシュタイン方程式（弦理論が重力を“導出”する筋）。共通の背骨は「無限を手なずける」——幾何側では曲率の発散（特異点）を、場の理論側では紫外発散を、どちらもスケール依存の流れで御する。本稿は発見を三層のラベルで選り分ける：金（証明済み）＝リッチ・フロー＝RGフロー（フリーダン）／銀（本物の共鳴・未決着）＝ペレルマンの単調エントロピー $\leftrightarrow$ ザモロドチコフのC定理（どちらも流れに“矢”を与える）／金メッキ（韻）＝手術 $\approx$ くりこみ（テーマは同じ「無限を手なずける」だが、機械が違う：位相的切除 vs 発散の吸収）。等式は1ループ（ α' 最低次）で厳密であり、高次では高階微分補正が入る。

本稿の射程 (scope note) : 本稿は確立された数学・物理 (シグマ模型のベータ関数=フリーダン、リッチ・フロー=ハミルトン・ペレルマン、C定理=ザモロドチコフ、弦理論の背景場方程式) の構造的解釈・橋のセンサス (第2層) である。新しい定理を証明せず、新しい物理も予言もしない。「リッチ・フロー=RGフロー」は1ループ (α' 最低次) で厳密であり、高次では高階曲率補正が入る。発見は金 (証明済み) / 銀 (本物の共鳴だが未決着) / 金メッキ (韻=テーマは同じだが機械が違う) の三層にラベルし、銀と金メッキを「同一」とは書かない。橋は一本の橋であって、全物理の統一 (GUT) ではない。共鳴は署名であって証明ではなく (論文100)、数値の後知恵調整をしない (論文101)。「宇宙OS」「宇宙が自らをくりこむ」は第3層の非科学レンズであり、機構の主張ではない。既刊との関係: 内在的な曲率は論文91、リッチ・フローとペレルマンの仕事は論文103、ループ積分の $1/16\pi^2$ は論文109、橋ノードの型は論文102、別根の規律は論文58・86から受け取る。本稿が加えたのは、幾何の系譜と場の理論の系譜の出会いを、フリーダンの等式 (金)・流れの矢 (銀)・無限の処理 (金メッキ) の三層に選り分けて一枚の表にしたことである。

1. 序: 二つの系譜は、本当に会えるのか

本体系には、二つの大きな系譜が流れてきた。ひとつは幾何の王道——曲率を intrinsic に捉え (論文91)、それを動かして正準形へ均すリッチ・フローとペレルマンの仕事 (論文103)。もうひとつは解析・場の理論の王道——ループ積分に現れる $1/16\pi^2$ (論文109) と、その発散をスケール依存で御するくりこみ群。この二つは、比喩のレベルでは「どちらもスケールで何かが流れる」と似ている。だが——それは韻なのか、それとも証明された同型なのか。

本稿の主張は明快である: この二つは、証明された一本の等式で握手する。その要石はフリーダンの定理であり、「リッチ・フローは、じつはくりこみ群フローそのものである」。本稿は新しい定理を証明しない。既知の結果を「二系譜の橋」というフレームで読み直し (論文102型の橋ノード)、しかも発見を金・銀・金メッキの三層に選り分ける。この選り分けの規律こそ、本稿を数合わせから守る——同じ「スケールの流れ」でも、証明された同型 (金) と、研究進行中の共鳴 (銀) と、テーマだけの韻 (金メッキ) は、分けて置く。

2. 金：フリーダンの定理 — リッチ・フロー=RGフロー（証明済み）

確立された事実 2.1（フリーダン 1980；Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985）

標的空間の計量を $g_{ij}(\mathbf{x})$ とする2次元非線形シグマ模型を考える。この理論のくりこみ群ベータ関数は、1ループ（ α' の最低次）で標的空間のリッチ・テンソルそのものになる：

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

ゆえに、くりこみのスケール μ に対する計量の流れ（短距離モードを積分して長距離=IRへ向かう「粗視化の向き」）は

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{RG時間})$$

であり、これは定数 $\alpha'/2$ と流れの向き（滑らかにする=前進リッチ・フロー）を除いて、ハミルトンのリッチ・フロー $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ そのものである。

これが本稿の要石であり、金（証明済み）である。幾何の側で「多様体を滑らかに均していく熱的な流れ」として発見されたリッチ・フローは、場の理論の側では「エネルギースケールを下げると標的空間の幾何がどう走るか」というくりこみ群フローそのものだった。二つの系譜は、比喻ではなく同じ方程式を、別の動機から書いていた。これは machinery が丸ごと移る本物の同型であり——シグマ模型のRG計算の道具と、リッチ・フローの幾何解析の道具が、原理的に翻訳可能であることを意味する。

系 2.2（固定点=リッチ平坦=真空アインシュタイン）

RGの固定点 $\beta_{ij}^g = 0$ は、 $R_{ij} = 0$ 、すなわちリッチ平坦を意味する。標的空間が計量とともに反対称テンソル場・ディラトンを持つ完全版では、ベータ関数のゼロ条件はアインシュタイン方程式（と関連する場の方程式）に一致する（CFMP 1985）。すなわち「弦のワールドシートが共形不変であること」＝「標的時空が重力の方程式を満たすこと」——弦理論が一般相対論を“導出”する筋は、このベータ関数のゼロ点にある。

正直な一線：「リッチ・フロー=RGフロー」は1ループ（ α' 最低次）で厳密である。2ループ以降には高階曲率補正（例： $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$ ）が入り、「正確なRGフロー」は高階微分項を含む補正されたリッチ・フローになる。ゆえに本稿は「両者は最低次で同一、全次数で近縁」と述べ、無補正の完全同一は主張しない。

Kholodenko (2008) は、Friedan の結果がベータ関数を最低次で打ち切ったものであることに注意したうえで、二次元の共形場理論を三次元以上に広げ、リッチ・フローとヤマベ・フローが自然界で実現することに別の根拠を与えようとした。ポアンカレ予想と幾何化予想の、より物理に根ざした証明への足がかりとしてである。本稿はその試みには立ち入らず、上の一ループの等式を記すにとどめる。

3. 共通の背骨：「無限を手なずける」

なぜ、幾何の流れと場の理論の流れが同じ方程式なのか。その背後には、両系譜が共有する一つの人間的テーマがある——無限を、それに潰されずに手なずけること。

観察 3.1 (同じテーマ、二つの現場)

- 幾何側の無限：リッチ・フローは、有限時間で曲率が発散する特異点（首がゼロにくびれるネックピンチ）を生む。ペレルマンの手術は、発散の直前に首を切り、蓋をして流れを続ける——幾何の無限を御する技（論文103）。
- 場の理論側の無限：ループ積分は紫外発散（短距離＝高運動量からの無限）を生む。くりこみは、発散を再定義した結合定数に吸わせ、有限の物理量を取り出す——場の無限を御する技（論文109の $1/16\pi^2$ はこの現場に住む）。

そして深い点は——くりこみ群とは、まさに「スケール依存によって紫外の無限を組織立てる」枠組みであり、その計量版がリッチ・フローだ、ということだ。すなわち「無限を手なずける」というテーマは、単なる比喻ではなく、第2節の金の等式によって、一方（RG）から他方（リッチ・フロー）へ実際に翻訳されている。テーマが橋の“意味”を与え、フリーダンの等式が橋の“桁”を与える。

4. 銀：ペレルマンのエントロピー ⇔ ザモロドチコフのC定理（本物の共鳴・未決着）

観察 4.1 (どちらも流れに“矢”を与える単調量)

- ザモロドチコフのC定理 (1986)：2次元場の理論には、RGフローに沿って単調に減少する関数 C が存在し、固定点で停留してそこでの中心電荷に等しい。RGフローの不可逆性（UV → IR の矢）を与える。
- ペレルマンの単調性 (2002)：リッチ・フローに沿って単調に増加する $\mathcal{F}/W$ 汎関数（エントロピー）が存在し、勾配リッチ・ソリトン（実質的な固定点）で停留する。リッチ・フローに矢を与え、周期解（breather）を排除する。

第2節の金（リッチ・フロー＝RGフロー）を認めるなら、「ペレルマンの単調エントロピーは、幾何版のC関数ではないか」という問いが自然に立ち上がる——どちらも「流れは一方向にしか進まない」を、単調量と固定点での停留として述べているからだ。これは現に研究されている本物の共鳴である。ただし、ペレルマンの汎関数は標的空間の流れに対するもの、C定理はワールドシートCFTの中心電荷に対するものであり、両者の精密な同一視（とくに高次補正込みでの対応）は、確立された定理ではない。ゆえに本稿はこれを銀＝本物の共鳴だが未決着とラベルする。矢は両側にある。それが同じ矢だと証明されてはいない。

5. 金メッキ（韻）：手術 ≈ くりこみ — テーマは同じ、機械が違う

観察 5.1（惹かれるが、キューブは回りきらない）

「無限を手なずける」という共通テーマから、つい「ペレルマンの手術 = くりこみ」と言いたくなる。だが machinery を並べると、両者は別の機械である：

- 手術：曲率が発散する領域を位相的に切り取り、標準的なキャップで蓋をし、流れを継続する——離散的・位相的な切除。
- くりこみ：紫外発散を再定義した結合定数に連続的に吸収し、カットオフに依らない有限量を残す——連続的な係数の繰り込み。

テーマ（無限を御する）は一致するが、操作の機構は移らない。

ゆえに本稿はこの対応を金メッキ（韻）とラベルする。惹かれる比喻だが、これを橋の桁にはしない——座標（テーマ）が合っているだけで、演算（機構）が保存されていないからだ（論文58・86の別根規律の実践）。橋の桁は、第2節のフリーダンの等式（金）に一本化する。手術とくりこみの相似は、美しい“署名”として記録し、“証明”には使わない（論文100）。

6. 橋のセンス：二系譜の握手と、三層のラベル

本稿の発見を、一枚の表に選り分ける。これは論文100の「一語、別根」の精神を、二系譜の橋に適用したものである。

層	対応	身分
金	リッチ・フロー = くりこみ群フロー ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / 固定点 = リッチ平坦 = 真空アインシュタイン	証明済み (フリーダン1980、CFMP1985)。1ループで厳密、高次で高階補正。machinery が移る本物の同型。
銀	ペレルマンの単調エントロピー $\leftrightarrow$ ザモロドチコフのC定理 (流れの矢・不可逆性)	本物の共鳴・未決着。両側に単調量と固定点。精密な同一視は研究進行中で、確立された定理ではない。
金メッキ (韻)	ペレルマンの手術 $\approx$ くりこみ (無限の処理)	韻。テーマ (無限を御する) は同じだが、機構が違う (位相的切除 vs 発散の吸収)。証明に使わない。

この三層のラベルこそ、本稿の方法論的な芯である。二つの系譜——幾何の王道と場の理論の王道——は、フリーダンの等式という一点で、証明された握手をする。その握手は「すべては一つ」という統一 (GUT) ではなく、一本の橋である (論文102の橋ノードと同じ姿勢)。金は金として誇り、銀は銀として期待し、金メッキは金メッキとして札を貼る——この禁欲が、橋を橋のまま、本物に保つ。

著者の私感 (第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない)

体系のレンズ (比喩) では、こう言いたくなる——宇宙は、自らをくりこんでいる。スケールを下げるごとに時空の幾何が走り (=リッチ・フロー=RGフロー)、無限を手術し、繰り込み、有限で滑らかな世界を“コンパイル”し続けている、と。宇宙OSが、紫外の無限を御しながら、実体の階から情報の階へと流れを進める——そんな空想も浮かぶ。だがこれは非科学の札つきである。「宇宙が自らをくりこむ」も「無限を手術する宇宙」も、直観を運ぶ比喩であって、機構でも予言でもない。ここで確かなのは、シグマ模型のベータ関数がリッチ・テンソルに等しい、という数学の一点である。——この論文は、一つの雑談から生まれた。「ちぎれ目 (特異点) と、ループ積分の発散 ($1/16\pi^2$) は、どちらも無限を手なずける同じ営みではないか」という問いから。その直観の芯には、確かに金 (フリーダン) があった。だが同時に、韻 (手術 $\approx$ くりこみ) もあった。直観は正しい方向を指したが、金と韻を選り分けるのは、直観ではなく規律の仕事だ。無限を御するという営みの前で、静かな awe を記す。だが、御せたと錯覚しない。それが、崖の手前で踏みとどまる作法である (論文101)。

7. 結論

幾何の王道と、場の理論の王道は、長く別々の川に見えていた。だがリッチ・フローとくりこみ群フローは、フリーダンの等式という一点で、証明された同じ流れだった——そして固定点では、リッチ平坦 = 真空アイン

シュタイン方程式として、重力そのものが顔を出す。二つの系譜を握手させるのは、無理な統一の夢ではなく、この一本の桁（金）である。その両側には、流れの矢という本物の共鳴（銀）があり、無限を御するという同じテーマ（金メッキの韻を含む）が広がる。本稿がしたのは、二系譜の橋を、金・銀・金メッキに選り分け、握手を一本の橋として敬ったことである。無限を手なずける営みの前で awe を記し、だが御せたと錯覚せず、110番目の番地を返す。

改訂記録

第2版（2026年9月）：書式を現行の型に揃えた（位置づけと射程を要旨の直後の射程注記にまとめ、結びの「示すこと／示さないこと」を外して結論にした）。参考文献を一編ずつの項目に分けて実際の題名と DOI を付け（DOI の無い束ね項目を外した）、外部文献を著者・年・題目・誌名までに揃えた。フリーダンの 1980 年と 1985 年の論文を別々の項目にし、本文が名指すハミルトン（1982）を加えた。第2節に、関連研究として Kholodenko（2008）を引いた。

参考文献

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. I*. Cambridge University Press.
8. 山岸勇輝 (2026). 因子 2 の一致は「別根」である [論文58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. 山岸勇輝 (2026). 曲率は内在的である [論文91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. 山岸勇輝 (2026). 王道の交差 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. 山岸勇輝 (2026). 憧れと戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. 山岸勇輝 (2026). スペクトルから形を聴く [論文102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. 山岸勇輝 (2026). 幾何を正準形へ流す [論文103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. 山岸勇輝 (2026). 次元上昇の幾何学 [論文109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375

16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)