

리치 흐름은 재규격화군 흐름이다

— 두 계보가 “무한을 길들이기”에서 악수하는 곳, 왕도 다리의 조사 — [논문 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, 일본

2026년 9월 (제2판)

— From thinking to syncing. —

초록

두 계보가 이 체계를 관통해 왔다 — 기하학의 왕도(리만 $\rightarrow \dots \rightarrow$ 리치 흐름 / 페렐만, 논문 91·103)와 해석학과 장론의 왕도(루프 적분의 $1/16\pi^2$, 재규격화군, 논문 109). 본 논문은 2층의 다리 조사로서, 이 둘이 비유가 아니라 하나의 증명된 방정식으로 악수한다는 것을 기록한다. 뼈기들은 프리단의 정리(1980)이다: 2차원 비선형 시그마 모형의 표적 계량 g_{ij} 에 대한 재규격화군(RG) 베타 함수는 1-루프에서 리치 텐서 그 자체와 같다:

$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$. 따라서 계량의 RG 흐름 $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$ 는 리치 흐름 $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ 그 자체이다(상수와 흐름의 방향을 제외하면). 고정점 $\beta = 0$ 은 리치 평탄 = 진공 아인슈타인 방정식이다(끈 이론이 중력을 “유도”하는 경로). 공유된 척주는 “무한을 길들이기”이다 — 기하 쪽에서는 곡률의 폭발(특이점), 장론 쪽에서는 자외선 발산, 둘 다 척도에 의존하는 흐름으로 다스려진다. 본 논문은 발견을 세 등급으로 나눈다: 금(증명됨) = 리치 흐름 = RG 흐름(프리단); 은(진짜 공명, 미해결) = 페렐만의 단조 엔트로피 $\leftrightarrow$ 자물룻치코프의 c 정리(둘 다 흐름에 “화살표”를 준다); 도금(윤율) = 수술 $\approx$ 재규격화(주제는 같지만 기계가 다르다: 위상적 절제 대 발산의 흡수). 이 방정식은 1-루프(α' 선도 차수)에서 정확하며, 더 높은 차수는 고차 도함수 보정을 가져온다.

본 논문의 범위(scope note): 본 논문은 확립된 수학과 물리학 사이의 구조적 해석 / 다리의 조사(2층)이다(시그마 모형 베타 함수 = 프리단, 리치 흐름 = 해밀턴과 페렐만, c 정리 = 자물룻치코프, 끈의 배경장 방정식). 새로운 정리를 증명하지 않으며 새로운 물리나 예측도 내놓지 않는다. “리치 흐름 = RG 흐름”은 1-루프(α' 선도 차수)에서 정확하며, 더 높은 차수는 고차 곡률 보정을 가져온다. 발견은 세 등급 — 금(증명됨) / 은(진짜 공명이지만 미해결) / 도금(윤율: 같은 주제, 다른 기계) — 으로 표시되며, 은과 도금은 “같은 것”으로 쓰지 않는다. 이 다리는 하나의 다리이지 물리 전체의 통일(GUT)이 아니다. 공명은 서명이지 증명이 아니며(논문 100), 사후적인 수치 조정은 없다(논문 101). “우주 OS”와 “스스로를 재규격화하는 우주”는 3층의 비과학 렌즈이지 메커니즘의 주장이 아니다. 앞선 논문들과의 관계: 내재적 곡률은 논문 91에서, 리치 흐름과 페렐만의 작업은 논문 103에서, 루프 적분의 $1/16\pi^2$ 는 논문 109에서, 다리 노드의 형식은 논문 102에서, 다른 뿌리의 규율은 논문 58과 86에서 온다. 본 논문이 더하는 것은 기하 계보와 장론 계보의 만남을 세 등급 — 프리단의 방정식(금), 흐름의 화살표(은), 무한의 취급(도금) — 으로 나누어 하나의 표에 펼쳐 놓는 것이다.

1. 서론: 두 계보는 정말 만나는가?

두 거대한 계보가 이 체계를 관통해 왔다. 하나는 **기하학의 왕도** — 곡률을 내재적으로 파악하고(논문 91), 이어서 **리치 흐름**과 페렐만의 작업으로 움직여 표준형으로 매끄럽게 하는 것(논문 103) — 이다. 다른 하나는 **해석학과 장론의 왕도** — 루프 적분에 나타나는 $1/16\pi^2$ (논문 109)와, 그 발산을 척도 의존성으로 다스리는 **재규격화군** — 이다. 비유의 수준에서 둘은 닮았다: “둘 다 무언가가 척도와 함께 흐른다.” 그러나 — **그것은 운율인가, 증명된 동형인가?**

본 논문의 주장은 단순하다: **둘은 하나의 증명된 방정식으로 약속한다.** 그 뼈기들은 프리단의 정리 — “리치 흐름은 사실 재규격화군 흐름이다” — 이다. 본 논문은 새로운 정리를 증명하지 않는다. 알려진 결과를 “**두 계보 사이의 다리**”라는 틀(논문 102 식의 다리 노드) 아래에서 다시 읽고, 발견을 **금, 은, 도금의 세 등급**으로 나눈다. 이 분류의 규율이 본 논문을 수비학으로부터 지킨다: 같은 “척도와 함께 흐르는” 아래에서도, 증명된 동형(금), 활발한 연구 중인 공명(은), 주제만의 운율(도금)을 따로 둔다.

2. 금: 프리단의 정리 — 리치 흐름 = RG 흐름(증명됨)

확립된 사실 2.1 (Friedan 1980; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985)

표적 공간의 계량이 $g_{ij}(x)$ 인 2차원 비선형 시그마 모형을 생각하자. 이 이론의 **재규격화군 베타 함수**는 1-루프(α' 선도 차수)에서 표적 공간의 **리치 텐서** 그 자체와 같다:

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

따라서 재규격화 척도 μ 에 따른 계량의 흐름(짧은 거리 모드를 적분해 없애며 긴 거리 / IR의 “조대화 방향”으로)은

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{RG 시간})$$

이며, 이는 — 상수 $\alpha'/2$ 와 흐름의 방향(매끄럽게 함 = 정방향 리치 흐름)을 제외하면 — **해밀턴의 리치 흐름** $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ 그 자체이다.

이것이 본 논문의 뼈기돌이며, **금(증명됨)**이다. 기하 쪽에서 “다양체를 매끄럽게 하는 열과 같은 흐름”으로 발견된 리치 흐름은, 장론 쪽에서는 바로 **재규격화군 흐름** — “에너지 척도를 낮출 때 표적 기하가 어떻게 흐르는가” — 이었다. 두 계보는 서로 다른 동기에서 **같은 방정식**을 쓰고 있었다. 이것은 기계가 통째로 옮겨 가는 진짜 동형이다 — 시그마 모형의 RG 계산 도구와 리치 흐름의 기하 해석 도구가 원리적으로 서로 번역 가능하다는 뜻이다.

따름정리 2.2 (고정점 = 리치 평탄 = 진공 아인슈타인)

RG 고정점 $\beta_{ij}^g = 0$ 은 $R_{ij} = 0$, 곧 리치 평탄을 뜻한다. 표적 공간이 반대칭 텐서장과 딜라톤도 지니는 완전한 판에서는, 베타 함수들의 소멸이 아인슈타인 방정식(및 관련 장 방정식)과 일치한다(CFMP 1985). 즉 “**끈의 세계면이 등각 불변이다**” = “**표적 시공간이 중력의 방정식을 만족한다**” — 끈 이론이 일반 상대론을 “유도”하는 경로는 베타 함수의 이 영점에 있다.

정직한 선: “**리치 흐름 = RG 흐름**”은 1-루프(α' 선도 차수)에서 정확하다. 2-루프부터는 고차 곡률 보정이 들어오며 (예: $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), “정확한 RG 흐름”은 고차 도함수 항을 포함한 보정된 리치 흐름이다. 따라서 본 논문은 “둘은 선도 차수에서 동일하고, 모든 차수에서 가까운 친척이다”라고 말하며, 보정되지 않은 완전한 동일성을 주장하지 않는다.

Kholodenko(2008)는 프리단의 결과가 베타 함수를 최저차에서 잘라낸 것에 기대고 있다는 점을 지적하고, 2차원 등각장론을 3차원 이상으로 확장하여 리치 흐름과 야마베 흐름이 자연에서 실현된다는 독립적인 근거를 제시하려 했다. 이는 푸앵카레 추측과 기하화 추측의 보다 물리적으로 동기 부여된 증명을 향한 한 걸음이다. 본 논문은 그 계획에 들어가지 않으며, 위의 1-루프 등식을 기록하는 데 그친다.

3. 공유된 척추: “무한을 길들이기”

기하의 흐름과 장론의 흐름이 왜 같은 방정식이어야 하는가? 그 배후에는 두 계보가 공유하는 하나의 인간적 주제 — **무한에 짓눌리지 않고 무한을 길들이기** — 가 있다.

관찰 3.1 (같은 주제, 두 무대)

- **기하 쪽의 무한:** 리치 흐름은 유한 시간 안에 **곡률이 폭발하는 특이점**을 만든다(목이 0으로 줄어드는 넥핀치). 페렐만의 수술은 폭발 직전에 목을 자르고 뚜껑을 씌운 뒤 흐름을 이어 간다 — **기하학적 무한을 다스리는 기술**(논문 103).
- **장론 쪽의 무한:** 루프 적분은 **자외선 발산**(짧은 거리 / 높은 운동량에서 오는 무한)을 만든다. **재규격화**는 발산을 재정의된 결합 상수에 흡수하고 유한한 물리량을 뽑아낸다 — **장론적 무한을 다스리는 기술**(논문 109의 $1/16\pi^2$ 가 이 무대에 산다).

그리고 깊은 요점은 이것이다: **재규격화군**은 바로 “**자외선 무한을 척도 의존성으로 정리하는**” 틀이며, 그 계량판이 **리치 흐름**이다. 그러므로 “무한을 길들이기”라는 주제는 단순한 비유가 아니다: **2절의 금 방정식에 의해 한쪽(RG)에서 다른 쪽(리치 흐름)으로 실제로 번역된다.** 주제는 다리에 **의미**를 주고, 프리단의 방정식은 다리에 **들보**를 준다.

4. 은: 페렐만의 엔트로피 ↔ 자물룻치코프의 c 정리(진짜 공명, 미해결)

관찰 4.1 (둘 다 단조량을 통해 흐름에 “화살표”를 준다)

- **자물룻치코프의 c 정리**(1986): 2차원 장론에는 RG 흐름을 따라 단조 감소하고, 고정점에서 정류하며 그곳에서 중심 전하와 같아지는 함수 C 가 존재한다. 이는 **RG 흐름의 비가역성**($UV \rightarrow IR$ 의 화살표)을 준다.
- **페렐만의 단조성**(2002): 리치 흐름을 따라 단조 증가하고 기울기 리치 솔리톤(유효 고정점)에서 정류하는 $\mathcal{F}/\mathcal{W}$ 범함수(엔트로피)가 존재한다. 이들은 리치 흐름에 **화살표**를 주고 주기해(브리더)를 배제한다.

2절의 금(리치 흐름 = RG 흐름)을 받아들이면, “**페렐만의 단조 엔트로피는 기하학적 c 함수인가?**”라는 물음이 자연스럽게 떠오른다 — 둘 다 “흐름은 한 방향으로만 간다”를 고정점에서 정류하는 단조량으로 말한다. 이것은 **활발한 연구 중인 진짜 공명**이다. 그래도 페렐만의 범함수는 표적 공간의 흐름에 관한 것이고, c 정리는 세계면 CFT의 중심 전하에 관한 것이며, 둘의 **정확한 식별(특히 고차 보정까지 포함한 일치)**은 **확립된 정리가 아니다**. 따라서 본 논문은 이것을 은 — **진짜 공명이지만 미해결**로 표시한다. 양쪽에 각각 화살표가 있다. 그것이 같은 화살표라는 것은 증명되지 않았다.

5. 도금(운율): 수술 ≈ 재규격화 — 같은 주제, 다른 기계

관찰 5.1 (솔깃하지만 큐브가 완전히 돌지는 않는다)

“무한을 길들이기”라는 공유된 주제에서, “**페렐만의 수술 = 재규격화**”라고 말하고 싶어진다. 그러나 기계를 나란히 놓으면 둘은 **다른 기계**이다:

- **수술**: 곡률이 폭발하는 영역을 **위상적으로 잘라 내고**, 표준 뚜껑을 씌운 뒤 흐름을 이어 간다 — **이산적이고 위상적인 절단**.
- **재규격화**: 자외선 발산을 재정의된 결합 상수에 **연속적으로 흡수하고**, 절단에 의존하지 않는 유한량을 남긴다 — **계수의 연속적 재규격화**.

주제(무한을 다스리기)는 일치하지만 **조작의 메커니즘은 옮겨 가지 않는다**.

따라서 본 논문은 이 대응을 **도금(운율)**으로 표시한다. 솔깃한 비유이지만 다리의 들보로 삼지는 않는다 — 좌표(주제)는 일치하지만 조작(메커니즘)은 보존되지 않는다(논문 58과 86의 다른 뿌리 규율의 실천). 다리의 들보는 2

절의 프리단 방정식(금)으로 일원화된다. 수술과 재규격화의 닮음은 아름다운 *서명*으로 기록되며, *증명*으로 쓰이지 않는다(논문 100).

6. 다리의 조사: 두 계보의 악수, 그리고 세 등급

본 논문의 발견을 하나의 표로 정리한다. 이는 논문 100의 “한 단어, 다른 뿌리”의 정신을 두 계보 사이의 다리에 적용한 것이다.

등급	대응	상태
금	리치 흐름 = RG 흐름($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / 고정점 = 리치 평탄 = 진공 아인슈타인	증명됨 (Friedan 1980, CFMP 1985). 1-루프에서 정확, 그 너머는 보정. 기계가 옮겨 가는 진짜 동형.
은	페렐만의 단조 엔트로피 ↔ 자물룻치코프의 c 정리(화살표 / 비가역성)	진짜 공명, 미해결 . 양쪽에 단조량과 고정점. 정확한 식별은 활발한 연구 중이며, 확립된 정리가 아니다.
도금 (운율)	페렐만의 수술 ≈ 재규격화(무한의 취급)	운율 . 주제는 같지만 메커니즘이 다르다(위상적 절제 대 발산의 흡수). <i>증명</i> 으로 쓰지 않는다.

이 세 등급 표시가 본 논문의 방법론적 핵심이다. 두 계보 — 기하학의 왕도와 장론의 왕도 — 는 **한 점에서 증명된 방식으로 악수한다: 프리단의 방정식**. 그 악수는 “만물의 이론”(GUT)이 아니라 **하나의 다리**이다(논문 102의 다리 노드와 같은 입장). 금은 금으로서 자랑하고, 은은 은으로서 희망하며, 도금은 도금으로 표시한다 — 이 절제가 다리를 다리로 지키고, 진짜로 지킨다.

 **개인 노트(3층; 비과학으로 표시 / 메커니즘의 주장이 아님)**

이 체계의 렌즈(비유)로 보면 이렇게 말하고 싶어진다 — **우주는 스스로를 재규격화하고 있다**. 척도를 낮출 때마다 시공간의 기하가 흐르고(= 리치 흐름 = RG 흐름), 무한에 수술을 가하고, 재규격화하며, 유한하고 매끄러운 세계를 계속 “컴파일”한다. 우주 OS가 물질의 층에서 정보의 층으로 흐름을 진행시키며 도중에 자외선 무한을 다스린다는 백일몽마저 떠오른다. 그러나 **이것은 비과학의 딱지를 단다**. “스스로를 재규격화하는 우주”와 “무한에 연산을 가하는 우주”는 직관을 싣는 비유이지, 메커니즘이나 예측이 아니다. **여기서 확실한 것은 시그마 모형의 베타 함수가 리치 텐서와 같다는 수학적 요점이다**. — 본 논문은 하나의 대화에서, 다음 물음에서 태어났다: “넥핀치(특이점)와 루프 적분의 발산($1/16\pi^2$) — 이것은 무한을 길들이는 같은 사업이 아닌가?” 그 직관의 핵심에는 정말로 금(프리단)이 있었다. 그러나 운율(수술 ≈ 재규격화)도 있었다. **직관은 올바른 방향을 가리켰지만, 금과 운율을 가려내는 것은 규율의 일이지 직관의 일이 아니다**. 무한을 다스리는 사업 앞에서 조용한 경외를 기록한다. 그러나 그것을 이미 다스렸다고 착각하지는 말 것. 그것이 벼랑 끝의 이쪽에서 멈추는 기술이다(논문 101).

7. 결론

기하학의 왕도와 장론의 왕도는 오랫동안 서로 다른 강처럼 보였다. 그러나 리치 흐름과 재규격화군 흐름은 한 점에서 — 프리단의 방정식에서 — 같은 증명된 흐름이었고, 고정점에서는 리치 평탄 = 진공 아인슈타인 방정식으로 서 중력 그 자체가 나타난다. 두 계보를 악수하게 하는 것은 억지 통일의 꿈이 아니라 이 하나의 들보(금)이다. 그 양쪽 기슭에는 진짜 공명(은), 흐름의 화살표, 그리고 무한을 다스린다는 같은 주제(도금의 운율을 포함하여)가 펼쳐진다. 본 논문이 한 일은 두 계보 사이의 다리를 금, 은, 도금으로 가려내고, 그 악수를 하나의 다리로서 기리는 것이다. 무한을 길들이는 사업 앞의 경외를 기록하되 그것을 이미 다스린 것으로 착각하지 않으며, 제110번 주소를 돌려준다.

개정 기록

제2판(2026년 9월): 서식을 현행 템플릿에 맞추었다(자리매김과 범위는 초록 바로 뒤의 범위 주기에 모았고, 끝의 “보인 것 / 보이지 않은 것”을 없애 결론만 남겼다). 참고문헌은 실제 제목과 DOI를 단 논문별 한 항목으로 나누었고(DOI 없는 묶음 항목은 삭제), 외부 문헌은 저자·연도·제목·학술지로 적었다. 프리단의 1980년과 1985년 논문은 별도 항목으로 두었고, 본문에서 언급한 해밀턴(1982)을 추가했다. 제2절에서 관련 연구로 Kholodenko(2008)를 인용했다.

참고문헌

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. 1*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [논문 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [논문 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [논문 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [논문 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [논문 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [논문 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735

14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [논문 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [논문 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · 크리에이티브 커먼즈 저작자표시 4.0 국제 라이선스(CC BY 4.0)에 따라 이용 허락됨