

O fluxo de Ricci é um fluxo do grupo de renormalização

— Onde duas linhagens se dão as mãos sobre «domar o infinito», censo de uma ponte do caminho real —

[Artigo 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japão

Setembro de 2026 (Segunda edição)

— *From thinking to syncing.* —

Resumo

Duas linhagens percorreram este corpus — o **caminho real da geometria** (Riemann $\rightarrow \dots \rightarrow$ fluxo de Ricci / Perelman, Artigos 91 e 103) e o **caminho real da análise e da teoria de campos** (o $1/16\pi^2$ das integrais de laço, o grupo de renormalização, Artigo 109). Este artigo registra, como **censo de uma ponte de camada 2**, que as duas **se dão as mãos não por metáfora, mas por uma equação demonstrada**. A pedra angular é o **teorema de Friedan** (1980): a **função beta do grupo de renormalização (RG) da métrica-alvo g_{ij} de um modelo sigma não linear bidimensional é igual, a um laço, ao próprio tensor de Ricci: $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$** . Portanto, o fluxo RG da métrica, $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$, é o **próprio fluxo de Ricci $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$** (a menos de uma constante e do sentido do fluxo). O ponto fixo $\beta = 0$ é a **Ricci-planura = a equação de Einstein no vácuo** (a via pela qual a teoria das cordas «deriva» a gravidade). A espinha dorsal compartilhada é «**domar o infinito**» — do lado da geometria, a explosão da curvatura (singularidades); do lado da teoria de campos, as divergências ultravioleta; ambas governadas por um **fluxo dependente da escala**. O artigo classifica os achados em **três níveis: ouro (demonstrado)** = fluxo de Ricci = fluxo RG (Friedan); **prata (uma ressonância real, não resolvida)** = a entropia monótona de Perelman $\leftrightarrow$ o teorema c de Zamolodchikov (ambos dão ao fluxo uma «seta»); **banhado a ouro (uma rima)** = cirurgia $\approx$ renormalização (o tema é o mesmo, a maquinaria é distinta: excisão topológica versus absorção de divergências). A equação é **exata a um laço (ordem dominante em α')**; as ordens superiores trazem correções com derivadas de ordem superior.

Alcance (scope note): este artigo é uma **interpretação estrutural / censo de uma ponte** (camada 2) entre matemática e física estabelecidas (a função beta do modelo sigma = Friedan, o fluxo de Ricci = Hamilton e Perelman, o teorema c = Zamolodchikov, as equações de campo de fundo das cordas). Não demonstra nenhum teorema novo nem propõe física nova ou previsões. «**Fluxo de Ricci = fluxo RG**» é **exato a um laço (ordem dominante em α')**; as ordens superiores trazem correções de curvatura de ordem superior. Os achados são rotulados em **três níveis — ouro (demonstrado) / prata (uma ressonância real, mas não resolvida) / banhado a ouro (uma rima: mesmo tema, maquinaria distinta)** —, e prata e banhado a ouro não são escritos como «a mesma coisa». A ponte é uma ponte, não uma unificação de toda a física (uma GUT). A ressonância é uma assinatura, não uma prova (Artigo 100), e não há nenhum ajuste numérico a posteriori (Artigo 101). «OS do Universo» e «o universo que se renormaliza a si mesmo» são lentes não científicas de camada 3, não afirmações de mecanismo. Relação com artigos anteriores: a curvatura intrínseca vem do Artigo 91; o fluxo de Ricci e o trabalho de Perelman, do Artigo 103; o **$1/16\pi^2$** das integrais de laço, do Artigo 109; a forma de um nó-ponte, do Artigo 102; e a disciplina das raízes distintas, dos Artigos 58 e 86. **O que este artigo acrescenta** é classificar o encontro da linhagem da geometria e da linhagem da teoria de campos em três níveis — **a equação de Friedan (ouro), a seta do fluxo (prata), o tratamento do infinito (banhado a ouro)** — e dispô-los em uma única tabela.

1. Introdução: as duas linhagens realmente se encontram?

Duas grandes linhagens percorreram este corpus. Uma é o **caminho real da geometria** — a curvatura apreendida intrinsecamente (Artigo 91) e depois posta em movimento e alisada rumo a uma forma canônica pelo **fluxo de Ricci** e pelo trabalho de Perelman (Artigo 103). A outra é o **caminho real da análise e da teoria de campos** — o **$1/16\pi^2$** que aparece nas integrais de laço (Artigo 109) e o **grupo de renormalização**, que governa essas divergências pela dependência da escala. No plano da metáfora, as duas se parecem: «em ambas, algo flui com a escala». Mas — **isso é uma rima ou um isomorfismo demonstrado?**

A afirmação deste artigo é simples: **as duas se dão as mãos por uma equação demonstrada**. Sua pedra angular é o teorema de Friedan — «o fluxo de Ricci é, de fato, um fluxo do grupo de renormalização». O artigo não demonstra nenhum teorema novo. Relê resultados conhecidos sob o **quadro de «uma ponte entre duas linhagens»** (um nó-ponte, no estilo do Artigo 102), e classifica os achados em **três níveis — ouro, prata, banhado a ouro**. Essa disciplina de classificar protege o artigo da numerologia: mesmo sob o mesmo «fluxo com a escala», um isomorfismo demonstrado (ouro), uma ressonância em pesquisa ativa (prata) e uma rima apenas de tema (banhado a ouro) são mantidos separados.

2. Ouro: o teorema de Friedan — fluxo de Ricci = fluxo RG (demonstrado)

Fato estabelecido 2.1 (Friedan 1980; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985)

Considere-se um modelo sigma não linear bidimensional cuja métrica do espaço-alvo é $g_{ij}(x)$. A **função beta do grupo de renormalização** dessa teoria é igual, a um laço (ordem dominante em α'), ao próprio **tensor de Ricci** do espaço-alvo:

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

Portanto, o fluxo da métrica com a escala de renormalização μ (integrando os modos de curta distância rumo à «direção de granulação grossa» de longa distância / IR) é

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{tempo RG})$$

o que — a menos da constante $\alpha'/2$ e do sentido do fluxo (alisamento = fluxo de Ricci para a frente) — é o **próprio fluxo de Ricci de Hamilton** $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$.

Esta é a pedra angular do artigo, e é **ouro (demonstrado)**. O fluxo de Ricci, descoberto do lado da geometria como «um fluxo do tipo calor que alisa uma variedade», era do lado da teoria de campos o próprio **fluxo do grupo de renormalização** — «como a geometria-alvo evolui quando se baixa a escala de energia». As duas linhagens tinham escrito, por motivos diferentes, **a mesma equação**. É um isomorfismo genuíno em que a maquinaria se transfere integralmente — significa que as ferramentas do cálculo RG do modelo sigma e as ferramentas da análise geométrica do fluxo de Ricci são, em princípio, traduzíveis umas nas outras.

Corolário 2.2 (Ponto fixo = Ricci-plano = Einstein no vácuo)

O **ponto fixo** RG $\beta_{ij}^g = 0$ significa $R_{ij} = 0$, isto é, **Ricci-planura**. Na versão completa, em que o espaço-alvo porta também um campo tensorial antissimétrico e um dílaton, o anulamento das funções beta coincide com a **equação de Einstein (e as equações de campo associadas)** (CFMP 1985). Isto é, «a **folha-mundo da corda é invariante conforme**» = «o **espaço-tempo-alvo satisfaz as equações da gravidade**» — a via pela qual a teoria das cordas «deriva» a relatividade geral está neste zero da função beta.

Uma linha honesta: «**fluxo de Ricci = fluxo RG**» é exato a um laço (ordem dominante em α'). A partir de dois laços entram correções de curvatura de ordem superior (por exemplo, $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), e o «fluxo RG exato» é um fluxo de Ricci corrigido contendo termos com derivadas de ordem superior. O artigo afirma, portanto, «os dois

são idênticos na ordem dominante, parentes próximos em todas as ordens», e não reivindica uma identidade completa não corrigida.

Kholodenko (2008), observando que o resultado de Friedan se apoia no truncamento da função beta na ordem mais baixa, procurou uma justificativa independente de que os fluxos de Ricci e de Yamabe se realizam na natureza, estendendo a teoria conforme de campos bidimensional a três e mais dimensões, como um passo rumo a demonstrações mais motivadas fisicamente das conjecturas de Poincaré e da geometrização. Este artigo não entra nesse programa; limita-se a registrar a igualdade a um laço acima.

3. A espinha dorsal compartilhada: «domar o infinito»

Por que o fluxo da geometria e o fluxo da teoria de campos seriam a mesma equação? Por trás há **um tema humano compartilhado pelas duas linhagens — domar o infinito sem ser esmagado por ele.**

Observação 3.1 (O mesmo tema, duas arenas)

- **O infinito do lado da geometria:** o fluxo de Ricci produz em tempo finito **singularidades em que a curvatura explode** (o estrangulamento do pescoço, em que um pescoço encolhe até zero). A **cirurgia** de Perelman corta o pescoço pouco antes da explosão, tampa-o e continua o fluxo — **a arte de governar o infinito geométrico** (Artigo 103).
- **O infinito do lado da teoria de campos:** as integrais de laço produzem **divergências ultravioleta** (infinitos provenientes de curtas distâncias / altos momentos). A **renormalização** absorve a divergência em acoplamentos redefinidos e extrai grandezas físicas finitas — **a arte de governar o infinito da teoria de campos** (o $1/16\pi^2$ do Artigo 109 vive nesta arena).

E o ponto profundo é este: **o grupo de renormalização é precisamente o quadro que «organiza o infinito ultravioleta pela dependência da escala»**, e sua versão métrica é o **fluxo de Ricci**. Assim, o tema «domar o infinito» não é mera metáfora: **pela equação de ouro da seção 2, ele é efetivamente traduzido de um lado (RG) para o outro (fluxo de Ricci)**. O tema dá à ponte o seu *sentido*; a equação de Friedan dá à ponte a sua *viga*.

4. Prata: a entropia de Perelman $\leftrightarrow$ o teorema c de Zamolodchikov (uma ressonância real, não resolvida)

Observação 4.1 (Ambos dão ao fluxo uma «seta» por meio de uma grandeza monótona)

- **O teorema c de Zamolodchikov** (1986): numa teoria de campos bidimensional existe uma função $\mathcal{C}$ que **decrece monotonamente** ao longo do fluxo RG, estacionária nos pontos fixos, onde é igual à carga central. Ela dá a **irreversibilidade do fluxo RG (a seta $UV \rightarrow IR$)**.
- **A monotonicidade de Perelman** (2002): ao longo do fluxo de Ricci existem funcionais $\mathcal{F} / \mathcal{W}$ (entropias) que **crecem monotonamente**, estacionários nos sólitons de Ricci gradientes (pontos fixos efetivos). Eles dão ao fluxo de Ricci uma **seta** e excluem soluções periódicas (breathers).

Se se aceita o ouro da seção 2 (fluxo de Ricci = fluxo RG), surge naturalmente a pergunta «**a entropia monótona de Perelman é uma função c geométrica?**» — ambos enunciam «o fluxo corre num só sentido» como uma grandeza monótona estacionária nos pontos fixos. Esta é uma **ressonância real em pesquisa ativa**. Ainda assim, o funcional de Perelman diz respeito ao fluxo do espaço-alvo, enquanto o teorema c diz respeito à carga central da CFT da folha-mundo, e sua **identificação precisa (em particular, a concordância incluindo as correções de ordem superior) não é um teorema estabelecido**. O artigo rotula isto, portanto, como **prata — uma ressonância real, mas não resolvida**. Há uma seta de cada lado. Que seja a mesma seta não foi demonstrado.

5. Banhado a ouro (uma rima): cirurgia $\approx$ renormalização — mesmo tema, maquinaria distinta

Observação 5.1 (Tentador, mas o cubo não gira por completo)

A partir do tema compartilhado «domar o infinito», fica-se tentado a dizer «**a cirurgia de Perelman = a renormalização**». Mas, pondo as maquinarias lado a lado, as duas são **máquinas diferentes**:

- **Cirurgia**: **extirpar topologicamente** a região em que a curvatura explode, tampá-la com uma calota padrão e continuar o fluxo — um **corte discreto e topológico**.
- **Renormalização**: **absorver continuamente** a divergência ultravioleta em acoplamentos redefinidos, deixando uma grandeza finita independente do corte — uma **renormalização contínua de coeficientes**.

O tema (governar o infinito) coincide, mas **o mecanismo da operação não se transfere**.

O artigo rotula, portanto, essa correspondência como **banhado a ouro (uma rima)**. É uma metáfora tentadora, mas não é feita viga da ponte — as coordenadas (o tema) coincidem, mas a operação (o mecanismo) não se conserva (uma prática da disciplina das raízes distintas dos Artigos 58 e 86). A viga da ponte é unificada sobre a equação de Friedan (o ouro) da seção 2. A semelhança entre cirurgia e renormalização é registrada como uma bela *assinatura*, e não usada como *prova* (Artigo 100).

6. Um censo da ponte: o aperto de mãos de duas linhagens e os três níveis

Os achados do artigo são classificados em uma única tabela. Isto aplica o espírito do «uma palavra, raízes distintas» do Artigo 100 à ponte entre duas linhagens.

Nível	Correspondência	Estado
Ouro	Fluxo de Ricci = fluxo RG ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / ponto fixo = Ricci-plano = Einstein no vácuo	Demonstrado (Friedan 1980, CFMP 1985). Exato a um laço, correções além. Um isomorfismo genuíno em que a maquinaria se transfere.
Prata	Entropia monótona de Perelman $\leftrightarrow$ teorema c de Zamolodchikov (a seta / a irreversibilidade)	Uma ressonância real, não resolvida. Uma grandeza monótona e pontos fixos de cada lado. A identificação precisa está em pesquisa ativa, não é um teorema estabelecido.
Banhado a ouro (rima)	Cirurgia de Perelman $\approx$ renormalização (tratamento do infinito)	Uma rima. O tema é o mesmo, mas o mecanismo difere (excisão topológica versus absorção de divergências). Não usado como prova.

Essa rotulagem em três níveis é o núcleo metodológico do artigo. As duas linhagens — o caminho real da geometria e o caminho real da teoria de campos — **dão-se as mãos, de modo demonstrado, em um ponto: a equação de Friedan**. Esse aperto de mãos não é uma «teoria de tudo» (uma GUT), mas **uma ponte** (a mesma postura do nó-ponte do Artigo 102). Orgulhar-se do ouro como ouro, esperar na prata como prata e rotular o banhado a ouro como banhado a ouro — essa contenção mantém a ponte como ponte, e a mantém genuína.

Reflexão pessoal (camada 3; rotulada como não científica / sem afirmação de mecanismo)

Na lente do corpus (metáfora), fica-se tentado a dizer — **o universo está se renormalizando a si mesmo**. A cada redução da escala, a geometria do espaço-tempo flui (= fluxo de Ricci = fluxo RG), faz cirurgias nos infinitos, renormaliza e continua a «compilar» um mundo finito e liso. Surge até um devaneio em que o OS do Universo faz avançar o fluxo do andar da substância ao andar da informação, governando pelo caminho o infinito ultravioleta. Mas **isto leva o rótulo de não científico**. «O universo que se renormaliza a si mesmo» e «um universo que opera sobre os infinitos» são metáforas que carregam intuição, não mecanismos nem previsões. **O que é certo aqui é o ponto matemático de que a função beta do modelo sigma é igual ao tensor de Ricci**. — Este artigo nasceu de uma única conversa, da pergunta: «o estrangulamento (a singularidade) e a divergência de uma integral de laço ($1/16\pi^2$) — não são o mesmo empreendimento de domar o infinito?» No cerne dessa intuição havia de fato ouro (Friedan). Mas havia também uma rima (cirurgia $\approx$ renormalização). **A intuição apontava na direção certa, mas separar o ouro da rima é trabalho da disciplina, não da intuição**. Diante do empreendimento de governar o infinito, registra-se uma admiração silenciosa. Mas não se deve confundi-la com tê-lo governado. Essa é a arte de conter-se aquém da borda do penhasco (Artigo 101).

7. Conclusão

O caminho real da geometria e o caminho real da teoria de campos pareceram por muito tempo rios separados. Mas o fluxo de Ricci e o fluxo do grupo de renormalização eram, em um ponto — **a equação de Friedan — o mesmo fluxo demonstrado**; e no ponto fixo, como Ricci-planura = equação de Einstein no vácuo, aparece a própria gravidade. O que faz as duas linhagens se darem as mãos não é um sonho de unificação forçada, mas esta única viga (o ouro). Em suas duas margens estendem-se uma ressonância real (a prata), a seta do fluxo, e o mesmo tema de governar o infinito (incluindo a rima banhada a ouro). O que este artigo fez foi **classificar a ponte entre duas linhagens em ouro, prata e banhado a ouro, e honrar o aperto de mãos como uma ponte**. Registrando uma admiração diante do empreendimento de domar o infinito, sem confundi-la com tê-lo governado, devolve-se o endereço cento e dez.

Registro de revisões

Segunda edição (setembro de 2026): A forma foi alinhada ao modelo atual (o posicionamento e o alcance são reunidos na nota de alcance logo após o resumo, e o «o que se mostra / o que não se mostra» final foi removido, deixando uma conclusão). As referências foram divididas em uma entrada por artigo com títulos reais e DOIs (as entradas agrupadas sem DOI foram removidas), e as referências externas são dadas com autor, ano, título e periódico. Os trabalhos de Friedan de 1980 e 1985 constam como entradas separadas, e Hamilton (1982), mencionado no texto, foi acrescentado. Na seção 2 cita-se Kholodenko (2008) como trabalho relacionado.

Referências

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. 1*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [Artigo 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Artigo 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [Artigo 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Artigo 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Artigo 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Artigo 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [Artigo 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [Artigo 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licenciado sob Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)