

Поток Риччи есть поток ренормализационной группы

— Где две линии пожимают руки над «укрощением бесконечного», перепись моста королевского пути

— [Статья 110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Япония

Сентябрь 2026 (Второе издание)

— *From thinking to syncing.* —

Аннотация

Через этот корпус проходят две линии — **королевский путь геометрии** (Риман $\rightarrow \dots \rightarrow$ поток Риччи / Перельман, статьи 91 и 103) и **королевский путь анализа и теории поля** ($1/16\pi^2$ петлевых интегралов, ренормализационная группа, статья 109). Эта статья фиксирует, как **перепись моста уровня 2**, что эти две линии **пожимают руки не метафорой, а одним доказанным уравнением**. Замковый камень — **теорема Фридана (1980): бета-функция ренормализационной группы (РГ) для целевой метрики g_{ij} двумерной нелинейной сигма-модели в однопетлевом приближении равна самому тензору Риччи: $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$** . Следовательно, РГ-поток метрики, $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$, есть сам поток Риччи $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ (с точностью до постоянной и направления потока). Неподвижная точка $\beta = 0$ — это **Риччи-плоскость = вакуумное уравнение Эйнштейна** (путь, которым теория струн «выводит» гравитацию). Общий хребет — **«укрощение бесконечного»**: на стороне геометрии — взрыв кривизны (сингулярности), на стороне теории поля — ультрафиолетовые расходимости, и то и другое управляется **зависящим от масштаба потоком**. Статья сортирует находки по **трём уровням: золото (доказано) = поток Риччи = РГ-поток (Фридан); серебро (подлинный резонанс, нерешённый) = монотонная энтропия Перельмана $\leftrightarrow$ с-теорема Замолодчикова (обе дают потоку «стрелу»); позолота (рифма) = хирургия $\approx$ ренормализация (тема та же, механика иная: топологическое иссечение против поглощения расходимостей)**. Уравнение **точно в однопетлевом приближении (ведущий порядок по α')**; высшие порядки приносят поправки с высшими производными.

Рамки статьи (scope note): эта статья — **структурная интерпретация / перепись моста** (уровень 2) между установленными математикой и физикой (бета-функция сигма-модели = Фридан, поток Риччи = Гамильтон и Перельман, с-теорема = Замолодчиков, уравнения фоновых полей струн). Она не доказывает новой теоремы и не предлагает ни новой физики, ни предсказаний. **«Поток Риччи = РГ-поток» точно в однопетлевом приближении (ведущий порядок по α')**; высшие порядки приносят поправки высших порядков по кривизне. Находки помечены **тремя уровнями — золото (доказано) / серебро (подлинный резонанс, но нерешённый) / позолота (рифма: та же тема, иная механика)**, и серебро и позолота не записываются как «одно и то же». Мост — это один мост, а не объединение всей физики (не GUT). Резонанс — подпись, а не доказательство (статья 100), и никакой апостериорной численной подгонки нет (статья 101). «ОС Вселенной» и «Вселенная, ренормализующая сама себя» — ненаучные линзы уровня 3, а не утверждения о механизме. Связь с предыдущими статьями: внутренняя кривизна — из статьи 91, поток Риччи и работа Перельмана — из статьи 103, $1/16\pi^2$ петлевых интегралов — из статьи 109, форма мостового узла — из статьи 102, дисциплина различных корней — из статей 58 и 86. **Что добавляет эта статья:** она сортирует встречу линии геометрии и линии теории поля по трём уровням — **уравнение Фридана (золото), стрела потока (серебро), обращение с бесконечным (позолота)** — и сводит их в одну таблицу.

1. Введение: действительно ли встречаются две линии?

Через этот корпус прошли две большие линии. Одна — **королевский путь геометрии**: кривизна, понятая внутренне (статья 91), а затем приведённая в движение и сглаженная к канонической форме **потоком Риччи** и работой Перельмана (статья 103). Другая — **королевский путь анализа и теории поля**: $1/16\pi^2$, появляющееся в петлевых интегралах (статья 109), и **ренормализационная группа**, которая управляет этими расходимостями через зависимость от масштаба. На уровне метафоры обе похожи: «в обеих что-то течёт с масштабом». Но **рифма ли это или доказанный изоморфизм?**

Утверждение этой статьи простое: **две линиижимают руки одним доказанным уравнением**. Его замковый камень — теорема Фридана: «поток Риччи на самом деле есть поток ренормализационной группы». Статья не доказывает новой теоремы. Она перечитывает известные результаты в **рамке «моста между двумя линиями»** (мостовой узел в духе статьи 102) и сортирует находки по **трём уровням — золото, серебро, позолота**. Эта дисциплина сортировки ограждает статью от нумерологии: даже под одним и тем же «течением с масштабом» доказанный изоморфизм (золото), резонанс, находящийся в активном исследовании (серебро), и рифма лишь по теме (позолота) держатся порознь.

2. Золото: теорема Фридана — поток Риччи = РГ-поток (доказано)

Установленный факт 2.1 (Фридан 1980; Каллан–Фридан–Мартинец–Перри 1985)

Рассмотрим двумерную нелинейную сигма-модель, метрика целевого пространства которой есть $g_{ij}(x)$.

Бета-функция ренормализационной группы этой теории в однопетлевом приближении (ведущий порядок по α') равна самому тензору Риччи целевого пространства:

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

Следовательно, поток метрики с масштабом ренормализации μ (интегрирование коротковолновых мод в направлении длинноволнового / ИК «огрубления») есть

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{РГ-время})$$

что — с точностью до постоянной $\alpha'/2$ и направления потока (сглаживание = прямой поток Риччи) — **есть сам поток Риччи Гамильтона** $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$.

Это замковый камень статьи, и это **золото (доказано)**. Поток Риччи, открытый на стороне геометрии как «теплоподобный поток, сглаживающий многообразие», на стороне теории поля оказался самым **потоком ренормализационной группы** — «тем, как течёт целевая геометрия при понижении энергетического масштаба». Две линии из разных побуждений писали **одно и то же уравнение**. Это подлинный изоморфизм, при котором механика переносится целиком: он означает, что инструменты РГ-вычислений сигма-модели и инструменты геометрического анализа потока Риччи в принципе переводимы друг в друга.

Следствие 2.2 (Неподвижная точка = Риччи-плоская = вакуумный Эйнштейн)

РГ-неподвижная точка $\beta_{ij}^g = 0$ означает $R_{ij} = 0$, т. е. **Риччи-плоскость**. В полной версии, где целевое пространство несёт также антисимметричное тензорное поле и дилатон, обращение бета-функций в нуль совпадает с **уравнением Эйнштейна (и связанными с ним уравнениями поля)** (CFMP 1985). То есть «мировой лист струны конформно инвариантен» = «целевое пространство-время удовлетворяет **уравнениям гравитации**» — путь, которым теория струн «выводит» общую теорию относительности, лежит в этом нуле бета-функции.

Честная граница: «поток Риччи = РГ-поток» **точно в однопетлевом приближении (ведущий порядок по α')**.

Начиная с двух петель входят поправки высших порядков по кривизне (например,

$\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$), и «точный РГ-поток» — это исправленный поток Риччи, содержащий члены с высшими производными. Поэтому статья говорит «в ведущем порядке они тождественны, во всех порядках — близкие родственники» и не утверждает неисправленного полного тождества.

Kholodenko (2008), отметив, что результат Фридана опирается на обрезание бета-функции в низшем порядке, искал независимое обоснование того, что поток Риччи и поток Ямабе реализуются в природе, расширяя двумерную конформную теорию поля на три и более измерений, как шаг к более физически мотивированным доказательствам гипотезы Пуанкаре и гипотезы геометризации. Настоящая статья не входит в эту программу; она лишь фиксирует приведённое выше однопетлевое равенство.

3. Общий хребет: «укрощение бесконечного»

Почему поток геометрии и поток теории поля должны быть одним и тем же уравнением? За этим стоит **одна человеческая тема, общая для обеих линий, — укрощать бесконечное, не будучи им раздавленным.**

Наблюдение 3.1 (Та же тема, две арены)

- **Бесконечное на стороне геометрии:** поток Риччи за конечное время порождает **сингулярности, в которых кривизна взрывается** (перетяжка шейки, при которой шейка сжимается до нуля). **Хирургия** Перельмана перерезает шейку непосредственно перед взрывом, закрывает её колпачком и продолжает поток — **искусство управлять геометрическим бесконечным** (статья 103).
- **Бесконечное на стороне теории поля:** петлевые интегралы порождают **ультрафиолетовые расходимости** (бесконечности от малых расстояний / больших импульсов). **Ренормализация** поглощает расходимость в переопределённые константы связи и извлекает конечные физические величины — **искусство управлять бесконечным теории поля** ($1/16\pi^2$ статьи 109 живёт на этой арене).

И глубокий момент таков: **ренормализационная группа — это именно та рамка, которая «упорядочивает ультрафиолетовое бесконечное через зависимость от масштаба», а её метрическая версия — поток Риччи.** Так что тема «укрощения бесконечного» не просто метафора: **благодаря золотому уравнению раздела 2 она действительно переводится с одной стороны (РГ) на другую (поток Риччи).** Тема даёт мосту его *смысл*; уравнение Фридана даёт мосту его *балку*.

4. Серебро: энтропия Перельмана $\leftrightarrow$ с-теорема Замолотчикова (подлинный резонанс, нерешённый)

Наблюдение 4.1 (Обе дают потоку «стрелу» через монотонную величину)

- **с-теорема Замолотчикова** (1986): в двумерной теории поля существует функция $\mathcal{C}$, которая **монотонно убывает** вдоль РГ-потока, стационарна в неподвижных точках и равна там центральному заряду. Она даёт **необратимость РГ-потока** (стрелу $UV \rightarrow IR$).
- **Монотонность Перельмана** (2002): вдоль потока Риччи существуют функционалы $\mathcal{F} / \mathcal{W}$ (энтропии), которые **монотонно возрастают** и стационарны на градиентных солитонах Риччи (эффективных неподвижных точках). Они дают потоку Риччи **стрелу** и исключают периодические решения (бризеры).

Если принять золото раздела 2 (поток Риччи = РГ-поток), естественно возникает вопрос «**не является ли монотонная энтропия Перельмана геометрической с-функцией?**» — обе утверждают «поток идёт только в одну сторону» в виде монотонной величины, стационарной в неподвижных точках. Это **подлинный резонанс, находящийся в активном исследовании**. Однако функционал Перельмана относится к потоку целевого пространства, тогда как с-теорема — к центральному заряду CFT мирового листа, и их **точное отождествление (в особенности совпадение с учётом поправок высших порядков)** не является установленной теоремой. Поэтому статья помечает это как **серебро — подлинный резонанс, но нерешённый**. Стрела есть на каждой стороне. Что это одна и та же стрела, не доказано.

5. Позолота (рифма): хирургия $\approx$ ренормализация — та же тема, иная механика

Наблюдение 5.1 (Соблазнительно, но кубик поворачивается не до конца)

Исходя из общей темы «укрощения бесконечного», хочется сказать «хирургия Перельмана = ренормализация». Но если поставить механику рядом, это **разные машины**:

- **Хирургия: топологически вырезать** область, где кривизна взрывается, закрыть её стандартным колпачком и продолжить поток — **дискретный, топологический разрез**.
- **Ренормализация: непрерывно поглотить** ультрафиолетовую расходимость в переопределённые константы связи, оставив конечную величину, не зависящую от обрезания, — **непрерывная перенормировка коэффициентов**.

Тема (управлять бесконечным) совпадает, но **механизм операции не переносится**.

Поэтому статья помечает это соответствие как **позолоту (рифму)**. Это соблазнительная метафора, но она не становится балкой моста: координаты (тема) совпадают, но операция (механизм) не сохраняется (практика дисциплины различных корней статей 58 и 86). Балка моста сводится к уравнению Фридана (золоту) раздела 2. Сходство хирургии и ренормализации фиксируется как красивая *подпись* и не используется как *доказательство* (статья 100).

6. Перепись моста: рукопожатие двух линий и три уровня

Находки статьи сведены в одну таблицу. Это применяет дух «одно слово, разные корни» статьи 100 к мосту между двумя линиями.

Уровень	Соответствие	Статус
Золото	Поток Риччи = РГ-поток ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / неподвижная точка = Риччи-плоская = вакуумный Эйнштейн	Доказано (Friedan 1980, CFMP 1985). Точно в однопетлевом приближении, дальше поправки. Подлинный изоморфизм, при котором механика переносится.
Серебро	Монотонная энтропия Перельмана $\leftrightarrow$ с-теорема Замолотчикова (стрела / необратимость)	Подлинный резонанс, нерешённый. На каждой стороне монотонная величина и неподвижные точки. Точное отождествление — предмет активного исследования, а не установленная теорема.
Позолота (рифма)	Хирургия Перельмана $\approx$ ренормализация (обращение с бесконечным)	Рифма. Тема та же, но механизм различен (топологическое иссечение против поглощения расходимостей). Не используется как доказательство.

Эта трёхуровневая маркировка — методологическое ядро статьи. Две линии — королевский путь геометрии и королевский путь теории поля — **доказуеможимают руки в одной точке: в уравнении Фридана**. Это рукопожатие — не «теория всего» (не GUT), а **один мост** (та же позиция, что и мостовой узел статьи 102). Гордиться золотом как золотом, надеяться на серебро как на серебро и помечать позолоту как позолоту — эта сдержанность сохраняет мост мостом и сохраняет его подлинным.

 **Личное размышление (слой 3; помечено как ненаучное / не утверждение о механизме)**

В линзе корпуса (метафора) хочется сказать: **Вселенная ренормализует сама себя**. С каждым понижением масштаба геометрия пространства-времени течёт (= поток Риччи = РГ-поток), проводит хирургию над бесконечностями, ренормализует и продолжает «компилировать» конечный, гладкий мир. Возникает даже греза, в которой ОС Вселенной продвигает поток с этажа вещества на этаж информации, попутно управляя ультрафиолетовым бесконечным. Но **это несёт ярлык ненаучного**. «Вселенная, ренормализующая сама себя» и «Вселенная, оперирующая над бесконечностями» — метафоры, несущие интуицию, а не механизмы и не предсказания. **Несомненно здесь математическое положение: бета-функция сигма-модели равна тензору Риччи.** — Эта статья родилась из одного разговора, из вопроса: «перетяжка (сингулярность) и расходимость петлевого интеграла ($1/16\pi^2$) — не одно ли это предприятие укрощения бесконечного?» В ядре этой интуиции действительно было золото (Фридан). Но была и рифма (хирургия $\approx$ ренормализация). **Интуиция указала верное направление, но отделить золото от рифмы — работа дисциплины, а не интуиции.** Перед предприятием управления бесконечным фиксируется тихое благоговение. Но не следует принимать его за то, что бесконечное уже укрощено. Это искусство остановиться по эту сторону обрыва (статья 101).

7. Заключение

Королевский путь геометрии и королевский путь теории поля долго казались отдельными реками. Но поток Риччи и поток ренормализационной группы в одной точке — **в уравнении Фридана** — **были одним и тем же доказанным потоком**; а в неподвижной точке, как Риччи-плоскость = вакуумное уравнение Эйнштейна, появляется сама гравитация. Пожать руки двум линиям заставляет не мечта о насильственном объединении, а эта одна балка (золото). На двух её берегах простираются подлинный резонанс (серебро), стрела потока и та же тема управления бесконечным (включая позолоченную рифму). Эта статья сделала вот что: **рассортировала мост между двумя линиями на золото, серебро и позолоту и почтила рукопожатие как один мост**. Фиксируя благоговение перед предприятием укрощения бесконечного, но не принимая его за уже достигнутое укрощение, статья возвращает сто десятый адрес.

Журнал редакций

Второе издание (сентябрь 2026): оформление приведено к действующему шаблону (позиционирование и рамки собраны в замечании о рамках сразу после аннотации, а заключительное «что показано / что не показано» убрано, так что осталось заключение). Список литературы разбит на отдельные записи по статьям с действительными заглавиями и DOI (сгруппированные записи без DOI удалены), а внешние источники указаны с автором, годом, заглавием и журналом. Работы Фридана 1980 и 1985 годов даны отдельными записями, и добавлен Гамильтон (1982), упомянутый в тексте. В разделе 2 в качестве родственной работы процитирован Kholodenko (2008).

Литература

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. 1*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [Статья 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Статья 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [Статья 91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406

11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [Статья 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [Статья 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [Статья 102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [Статья 103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [Статья 109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Лицензировано на условиях Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)