

里奇流就是重整化群流

——两条谱系在“驯服无穷”上握手之处，一座王道之桥的普查——[论文110]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, 日本

2026 年 9 月 (第二版)

— From thinking to syncing. —

摘要

两条谱系贯穿本体系——几何的王道（黎曼 $\rightarrow \dots \rightarrow$ 里奇流 / 佩雷尔曼，论文 91、103）与分析在场论的王道（圈积分的 $1/16\pi^2$ 、重整化群，论文 109）。本文作为第二层的桥之普查记录下：这两者不是凭隐喻，而是凭一个已证明的方程握手。拱心石是弗里丹定理（1980）：二维非线性 sigma 模型的目标度规 g_{ij} 的重整化群（RG）beta 函数，在单圈阶等于里奇张量本身： $\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2)$ 。因此，度规的 RG 流 $\partial_t g_{ij} = -\alpha' R_{ij}$ 就是里奇流 $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ 本身（至多相差一个常数与流的方向）。不动点 $\beta = 0$ 即里奇平坦 = 真空爱因斯坦方程（弦论“推导”引力的途径）。共同的脊柱是“驯服无穷”——在几何一侧是曲率的爆发（奇点），在场论一侧是紫外发散，二者都由依赖于尺度的流来驾驭。本文把发现分为三级：金（已证明）= 里奇流 = RG 流（弗里丹）；银（真实的共鸣，尚未解决）= 佩雷尔曼的单调熵 $\leftrightarrow$ 扎莫洛德奇科夫的 c 定理（二者都给流一个“箭头”）；镀金（一个押韵）= 手术 $\approx$ 重整化（主题相同，机制不同：拓扑切除对吸收发散）。该方程在单圈阶（ α' 的领头阶）是精确的；更高阶会带来高阶导数修正。

本文的射程（scope note）：本文是已确立的数学与物理之间的结构性诠释 / 桥的普查（第二层）（sigma 模型 beta 函数 = 弗里丹，里奇流 = 哈密顿与佩雷尔曼，c 定理 = 扎莫洛德奇科夫，弦的背景场方程）。本文不证明新定理，也不提出新物理或预言。“里奇流 = RG 流”在单圈阶（ α' 的领头阶）是精确的；更高阶会带来更高阶的曲率修正。发现被标注为三级——金（已证明）/ 银（真实的共鸣但尚未解决）/ 镀金（押韵：主题相同，机制不同），银与镀金不写成“相同”。这座桥只是一座桥，而不是全部物理的统一（GUT）。共鸣是签名而非证明（论文 100），也没有事后的数值调整（论文 101）。“宇宙OS”与“宇宙自我重整化”是第三层的非科学透镜，而不是关于机制的主张。与先前论文的关系：内禀曲率来自论文 91，里奇流与佩雷尔曼的工作来自论文 103，圈积分的 $1/16\pi^2$ 来自论文 109，桥节点的形式来自论文 102，异根的纪律来自论文 58 与 86。本文所添加的是：把几何谱系与场论谱系的相遇分为三级——弗里丹方程（金）、流的箭头（银）、对无穷的处理（镀金）——并列于一张表中。

1. 引言：两条谱系真的相遇吗？

两条伟大的谱系贯穿了本体系。一条是几何的王道——内禀地把握曲率（论文 91），再由里奇流与佩雷尔曼的工作使之运动、朝标准形光顺（论文 103）。另一条是分析与场论的王道——圈积分中出现的 $1/16\pi^2$ （论文 109），以及借尺度依赖来驾驭这些发散的重整化群。在隐喻层面，二者相似：“两者中都有某种东西随尺度流动”。但是——那是押韵，还是已证明的同构？

本文的主张很简单：二者凭一个已证明的方程握手。其拱心石是弗里丹定理——“里奇流事实上就是重整化群流”。本文不证明新定理。它在“两条谱系之间的桥”这一框架下重读已知结果（论文 102 风格的桥节点），并把发现分为金、银、镀金三级。这种分类的纪律保护本文免于数字神秘主义：即便同在“随尺度的流”之下，已证明的同构（金）、处于活跃研究中的共鸣（银）与仅在主题上的押韵（镀金）也被分开。

2. 金：弗里丹定理——里奇流 = RG 流（已证明）

已确立的事实 2.1（Friedan 1980; Callan–Friedan–Martinec–Perry 1985）

考虑一个目标空间度规为 $g_{ij}(x)$ 的二维非线性 sigma 模型。该理论的重整化群 beta 函数在单圈阶（ α' 的领头阶）等于目标空间的里奇张量本身：

$$\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij} + O(\alpha'^2).$$

因此，度规随重整化尺度 μ 的流（把短距离模式积掉，朝长距离 / IR 的“粗粒化方向”）为

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -\alpha' R_{ij} \quad (t = \text{RG 时间})$$

而这——至多相差常数 $\alpha'/2$ 与流的方向（光顺 = 正向里奇流）——就是哈密尔顿的里奇流 $\partial_\tau g_{ij} = -2R_{ij}$ 本身。

这是本文的拱心石，是金（已证明）。在几何一侧作为“使流形光顺的类热流”被发现的里奇流，在场论一侧恰恰就是重整化群流——“降低能量尺度时目标几何如何流动”。两条谱系出于不同的动机，写下了同一个方程。这是一个机制可以整体移植的真正同构——它意味着 sigma 模型的 RG 计算工具与里奇流的几何分析工具，原则上可以互相翻译。

推论 2.2 (不动点 = 里奇平坦 = 真空爱因斯坦)

RG 不动点 $\beta_{ij}^g = 0$ 意味着 $R_{ij} = 0$ ，即里奇平坦。在目标空间还带有反对称张量场与伸缩子的完整版本中，beta 函数的消失与爱因斯坦方程（及相关的场方程）一致（CFMP 1985）。也就是说，“弦的世界面共形不变”=“目标时空满足引力方程”——弦论“推导”广义相对论的途径，就在 beta 函数的这个零点上。

一条诚实的界线：“里奇流 = RG 流”在单圈阶 (α' 的领头阶) 是精确的。从两圈起会进入更高阶的曲率修正（例如 $\beta_{ij} = \alpha' R_{ij} + \frac{\alpha'^2}{2} R_{iklm} R_j{}^{klm} + \dots$ ），“精确的 RG 流”是含有高阶导数项的修正里奇流。因此本文说“二者在领头阶相同，在所有阶上是近亲”，而不主张未经修正的完全同一。

Kholodenko (2008) 指出弗里丹的结果依赖于在最低阶截断 beta 函数，并试图通过把二维共形场论推广到三维及更高维，为里奇流和山边流在自然界中的实现给出独立的依据，作为走向更具物理动机的庞加莱猜想与几何化猜想证明的一步。本文不涉及该计划，仅记录上面的单圈等式。

3. 共享的脊柱：“驯服无穷”

为什么几何的流与场论的流会是同一个方程？其背后是两条谱系共享的一个人类主题——驯服无穷而不被它压垮。

观察 3.1 (同一主题，两个舞台)

- 几何一侧的无穷：里奇流在有限时间内产生曲率爆发的奇点（颈缩，即颈部收缩到零）。佩雷尔曼的手术在爆发前夕剪断颈部，盖上帽，再继续流——驾驭几何无穷的技艺（论文 103）。
- 场论一侧的无穷：圈积分产生紫外发散（来自短距离 / 高动量的无穷）。重整化把发散吸收进重新定义的耦合，提取出有限的物理量——驾驭场论无穷的技艺（论文 109 的 $1/16\pi^2$ 就栖身于这个舞台）。

而深刻之处在于：重整化群恰恰是“借尺度依赖来整理紫外无穷”的框架，而它的度规版本就是里奇流。因此，“驯服无穷”这一主题并非单纯的隐喻：借助第 2 节的金方程，它实际上从一侧（RG）被翻译到了另一侧（里奇流）。主题给了这座桥意义；弗里丹方程给了这座桥梁。

4. 银：佩雷尔曼的熵 ↔ 扎莫洛德奇科夫的 c 定理（真实的共鸣，尚未解决）

观察 4.1（二者皆借一个单调量赋予流一个“箭头”）

- 扎莫洛德奇科夫的 c 定理（1986）：在二维场论中存在一个函数 C ，它沿 RG 流单调递减，在不动点处驻定，且在那里等于中心荷。它给出 RG 流的不可逆性（ $UV \rightarrow IR$ 的箭头）。
- 佩雷尔曼的单调性（2002）：沿里奇流存在单调递增的 $\mathcal{F}/\mathcal{W}$ 泛函（熵），在梯度里奇孤立子（有效不动点）处驻定。它们给里奇流一个箭头，并排除周期解（呼吸子）。

若接受第 2 节的金（里奇流 = RG 流），便自然会产生“佩雷尔曼的单调熵是否是几何的 c 函数？”这一问题——二者都以在不动点处驻定的单调量来表述“流只朝一个方向走”。这是处于活跃研究中的真实共鸣。不过，佩雷尔曼的泛函针对的是目标空间的流，而 c 定理关乎世界面 CFT 的中心荷，二者的精确识别（尤其是包括高阶修正在内的吻合）并不是已确立的定理。因此本文把它标注为银——真实的共鸣，但尚未解决。两侧各有一个箭头。它们是同一个箭头，尚未得到证明。

5. 镀金（一个押韵）：手术 ≈ 重整化——主题相同，机制不同

观察 5.1（诱人，但魔方并未完全转动）

从“驯服无穷”这一共同主题出发，人们容易说“佩雷尔曼的手术 = 重整化”。但把机制并排放置，二者是不同的机器：

- 手术：把曲率爆发的区域拓扑地切除，盖上标准帽，再继续流——离散的、拓扑的切割。
- 重整化：把紫外发散连续地吸收进重新定义的耦合，留下与截断无关的有限量——系数的连续重整化。

主题（驾驭无穷）一致，但操作的机制并不移植。

因此本文把这一对应标注为镀金（押韵）。这是一个诱人的隐喻，但不把它当作桥梁——坐标（主题）一致，操作（机制）却不被保持（论文 58 与 86 的异根纪律的实践）。桥梁统一于第 2 节的弗里丹方程（金）。手术与重整化的相似被记作美丽的签名，而不用作证明（论文 100）。

6. 桥的普查：两条谱系的握手，与三级

本文的发现被整理在一张表中。这是把论文 100 的“一个词，不同的根”的精神应用到两条谱系之间的桥上。

等级	对应	状态
金	里奇流 = RG 流 ($\beta_{ij}^g = \alpha' R_{ij}$) / 不动点 = 里奇平坦 = 真空爱因斯坦	已证明 (Friedan 1980, CFMP 1985)。在单圈阶精确，更高阶有修正。机制可以移植的真正同构。
银	佩雷尔曼的单调熵 $\leftrightarrow$ 扎莫洛德奇科夫的 c 定理 (箭头 / 不可逆性)	真实的共鸣，尚未解决。两侧各有单调量与不动点。精确识别处于活跃研究中，并非已确立的定理。
镀金 (押韵)	佩雷尔曼的手术 $\approx$ 重整化 (对无穷的处理)	押韵。主题相同，但机制不同 (拓扑切除对吸收发散)。不用作证明。

这种三级标注是本文方法论的核心。两条谱系——几何的王道与场论的王道——在一个点上以已证明的方式握手：弗里丹方程。这次握手不是“万物理论” (GUT)，而是一座桥 (与论文 102 的桥节点立场相同)。以金为金而自豪，以银为银而寄望，把镀金标为镀金——这种克制使桥保持为桥，并保持其真实。

 个人札记（第三层；标注为非科学 / 并非关于机制的主张）

在本体系的透镜（隐喻）中，人们忍不住想说——宇宙正在自我重整化。每降低一次尺度，时空的几何就流动一次 (= 里奇流 = RG 流)，对无穷施行手术、进行重整化，并继续“编译”出一个有限而光滑的世界。甚至会生出一个白日梦：宇宙 OS 把流从物质的楼层推进到信息的楼层，一路驾驭紫外无穷。但这带着非科学的标签。“宇宙自我重整化”与“对无穷施行运算的宇宙”是承载直觉的隐喻，而不是机制或预言。这里确定的，是 sigma 模型 beta 函数等于里奇张量这一数学要点。——本文诞生于一次对话，诞生于这样一个问题：“颈缩（奇点）与圈积分的发散 ($1/16\pi^2$) ——难道不是驯服无穷的同一项事业吗？”那个直觉的核心里确实有金（弗里丹）。但其中也有押韵（手术 $\approx$ 重整化）。直觉指向了正确的方向，但把金与押韵分开，是纪律的工作，而不是直觉的工作。面对驾驭无穷的事业，记下一份静默的敬畏。但不要把它的误认为已经驾驭了无穷。这是在悬崖边缘的这一侧止步的技艺（论文 101）。

7. 结论

几何的王道与场论的王道长久以来看似两条分离的河流。但里奇流与重整化群流在一个点上——弗里丹方程——是同一个已证明的流；而在不动点处，以里奇平坦 = 真空爱因斯坦方程的形式，引力本身出现了。让两条谱系握手的，不是强行统一的梦，而是这一根梁（金）。在它的两岸，延展着真实的共鸣（银）、流的箭头，以及驾驭无

穷的同一主题（包括镀金的押韵）。本文所做的，是把两条谱系之间的桥分为金、银、镀金，并把这次握手尊为一座桥。记下对驯服无穷之事业的敬畏，却不把它误认为已经驾驭，于是交还第一百一十号地址。

修订记录

第二版（2026 年 9 月）：按现行模板调整了格式（定位与射程集中到紧接摘要之后的射程注记中，删去了文末的“所示 / 未示”，只留下结论）。参考文献拆分为每篇论文一条，附实际标题与 DOI（删去了没有 DOI 的合并条目），外部文献以作者、年份、标题与期刊给出。弗里丹 1980 年与 1985 年的论文作为分开的条目给出，并补上了正文中提到的哈密尔顿（1982）。在第2节中引用 Kholodenko（2008）作为相关研究。

参考文献

1. Friedan, D. (1980). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Phys. Rev. Lett.
2. Friedan, D. (1985). *Nonlinear Models in $2 + \epsilon$ Dimensions*. Ann. Phys.
3. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. J. Differential Geom.
4. Callan, C. G., Friedan, D., Martinec, E., Perry, M. J. (1985). *Strings in Background Fields*. Nucl. Phys. B.
5. Perelman, G. (2002). *The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*. arXiv:math/0211159.
6. Zamolodchikov, A. B. (1986). “Irreversibility” of the Flux of the Renormalization Group in a 2D Field Theory. JETP Lett.
7. Polchinski, J. (1998). *String Theory, Vol. I*. Cambridge University Press.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [论文58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
9. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [论文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. Yamagishi, Y. (2026). *Curvature Is Intrinsic* [论文91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
11. Yamagishi, Y. (2026). *The Crossing of Royal Roads* [论文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
12. Yamagishi, Y. (2026). *Admiration and Caution* [论文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
13. Yamagishi, Y. (2026). *Hearing Shape from Spectrum* [论文102]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836735
14. Yamagishi, Y. (2026). *Flowing Geometry to Canonical Form* [论文103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
15. Yamagishi, Y. (2026). *The Geometry of Dimensional Lift* [论文109]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837375
16. Kholodenko, A. L. (2008). *Towards Physically Motivated Proofs of the Poincaré and Geometrization Conjectures*. Journal of Geometry and Physics.

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · 依据知识共享署名 4.0 国际许可协议 (CC BY 4.0) 授权