

光はどこまで幾何を決めるか — 共形構造で止まる二つの道（微分幾何と順序論）と、残る「スケール」の別根 — [論文111]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

本体系は光速 c を繰り返し扱ってきた（論文63・66・83・95・108）。だが一度も正面から問わなかった問いがある——光だけを与えられたとき、時空の幾何はどこまで決まるのか。本稿はこれに、確立された三つの定理で答える第2層の構造的解釈である。(i) エーレルス＝ピラニ＝シルト（EPS, 1972）：光線は共形構造（ヌル錐＝計量を共形因子の分だけ除いたもの）を、自由落下粒子は射影構造（測地線の"まっすぐさ"）を与え、両者の両立からワイル構造が一意に定まる。そこからローレンツ計量へ至るには、さらに「第二時計効果の不在」という一步を要する。(ii) ツィーマン（1964）：ミンコフスキー時空（次元3以上）の因果順序を保つ全単射は、連続性も線型性も仮定せずに、直交時間的ローレンツ変換・平行移動・スケールで生成される。(iii) ホーキング＝キング＝マッカーシー（1976）／マラメント（1977）：一般の（区別的な）時空でも、因果構造は共形構造・位相・微分構造を決める。三つは全く別の数学（微分幾何／順序論）から出発しながら同じ壁に当たる——光と因果は、計量を共形因子の分を除いて決め、そこで止まる。4次元ローレンツ計量の10成分のうち、光が決めるのは共形類の9成分であり、残る1成分＝スケールは光では決まらない。本稿の核心は、この「残るスケール」が一語で二つの別根であることの峻別にある：EPSで残るのは時空上の関数（局所の共形因子。時計＝第二時計効果の不在で潰れる。論文96）、ツィーマンで残るのは大域の定数（dilatation。単位を選択＝規約。論文95・2019 SI）。関数と定数を「スケール」の一語で束ねてはならない。あわせて、ローレンツ群への到達路を三つの別根として点呼する：群の公理（イグナトフスキー・論文83）／不変間隔の幾何（ミンコフスキー・論文108）／因果順序（ツィーマン・本稿）。射程：確立された定理の構造的解釈（第2層）。新しい数学も予言も生まない。「光から時空を作れる」とは述べない——むしろ本稿が記録するのは光の限界であり、EPSは粒子を必要とする。第3層のレンズは非科学の札つきで隔離する。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された定理（EPS 1972、ツィーマン 1964、ホーキング＝キング＝マッカーシー 1976、マラメント 1977）の構造的解釈・別根センスである。新しい定理を証明せず、新しい物理も予言もしない。本稿は「光から時空が構成できる」と主張しない。むしろ逆で、記録するのは光が決めない一成分である。EPSは自由落下粒子を必須の第二の入力として要し、その最終段（ワイル構造→ローレンツ計量）は追加の公理を要する（この一步の身分については後年も検討が続いており、本稿は「追加の一步が要る」という点のみを採る）。「残るスケール」を一語で束ねない——EPSの残余は関数（局所の共形因子）、ツィーマンの残余は定数（大域のdilatation）であり、別根である。「共鳴は署名であって証明ではない」（論文100）、「数値の後知恵調整をしない」（論文101）。第3層（光を建築資材として読むレンズ）は非科学の札つきで本文から隔離し、機構の主張としない。

1. 序：一度も正面から問わなかった問い

本体系は c を何度も扱ってきた。速度空間の曲率として（論文63）、局所の c と座標の c の別根として（論文66）、群の公理から光を仮定せずに出るものとして（論文83）、規約と事実の線引きとして（論文95）、不変間隔の幾何として（論文108）。だが正面から問わなかった問いが一つ残っている：

光だけを与えられたとき、時空の幾何はどこまで決まるのか。

この問いには、既に確立された答えがある。しかも二つの、まったく別の数学からの答えが。ひとつは微分幾何の道（EPS 1972）——光線と自由落下粒子から幾何を再構成する公理的な一般相対論。もうひとつは順序論の道（ツィーマン 1964）——「どの事象がどの事象に信号を送れるか」という順序関係だけから出発する。前者は曲がった時空を扱い、後者は平坦時空で連続性すら仮定しない。共有する道具は、ほとんど何もない。

にもかかわらず、二つは同じ壁に当たる。本稿はこの壁を記録し、そして——ここが本稿の芯だが——壁の向こうに残る「スケール」が、二つの道で別物であることを峻別する。同じ一語が、片方では時空上の関数を、もう片方ではただ一つの定数を指している。この峻別こそ、本体系が繰り返し行ってきた作法（論文86・100の「一語、別根」）の、 c をめぐる実践である。

2. 道A：EPS — 光は共形構造を、粒子は射影構造を与える

一般相対論を「計量 $g_{\mu\nu}$ から始める」のではなく、観測可能な素材（光線と自由落下粒子）から幾何を組み上げるといふ公理的な道がある。エーレルス、ピラニ、シルトの1972年の仕事である。

確立された事実 2.1 (エーレルス=ピラニ=シルト 1972)

時空の素材として事象・光線・自由落下粒子を取る。このとき：

- ・光線は共形構造 $\mathcal{C}$ を定める——各点のヌル錐、すなわち計量を正の共形因子の分だけ除いたもの $g \sim \Omega^2 g$ 。角度と因果錐は決まるが、長さは決まらない。
- ・自由落下粒子は射影構造 $\mathcal{P}$ を定める——優先される経路の族、すなわち接続を径数付け替えの分だけ除いたもの。"まっすぐさ"は決まるが、アフィン径数(歩幅)は決まらない。
- ・両者が両立する(粒子の世界線がヌル錐の内側にあり、共形構造と射影構造が整合する)とき、ワイル構造が一意に定まる——共形構造に整合する捩れなし接続で、1形式 A の分だけ非計量性 $\nabla g = A \otimes g$ を許すもの。
- ・ワイル構造からローレンツ計量へ至るには、さらに一步を要する： A が消える(あるいは完全形式である)こと——物理的には「第二時計効果の不在」。

数えてみる。4次元のローレンツ計量は対称 4×4 で独立成分が10。共形類(正の因子で割った同値類)は9。すなわち：

光が決めるのは10成分のうち9成分。
残る1成分(共形因子=物差し)は、光では決まらない。

これは光の力の大きさと、その限界を同時に測る一行である。光は幾何のほとんどを運ぶ。だが物差しは運ばない。

系 2.2 (論文96との直結：失敗が、公理として蘇る)

EPSが最後に要求する「第二時計効果の不在」は、アインシュタインが1918年にワイルの理論へ突きつけた反論そのものである(論文96)——スケールがゲージ場に従って動くなら、異なる経路を通った二つの時計は再会時に刻みがずれてしまい、原子スペクトルの一様性と衝突する。論文96ではこれはワイル1918年理論の失敗として記録された。EPSでは同じ論点が符号を変えて現れる——それは失敗の記録ではなく、計量幾何に到達するために能動的に課される最後の公理である。同じ一つの事実が、片方では墓碑銘、もう片方では礎石として働く。

正直な一線。EPSの最終段(ワイル構造→ローレンツ計量)の論証の身分については、後年も検討が続いている——追加公理が本当に必要か、どの形が最小か、といった議論である(Trautmanによる復刻版の編集ノート 2012 ほか)。本稿はこの議論に立ち入らず、「光と粒子だけではワイル構造までで、計量に届くには追加の一步が要る」という、争いのない部分のみを採る。

3. 道B：ツィーマン — 因果順序だけからローレンツ群が出る

まったく別の入口がある。幾何も微分も捨て、「どの事象がどの事象に信号を送れるか」という順序関係だけを残す道である。

確立された事実 3.1 (ツィーマン 1964)

ミンコフスキー時空 M (次元3以上、すなわち $1+1$ 次元を除く) に、時間的順序 $x < y$ を入れる。因果自己同型を、 $x < y \iff f(x) < f(y)$ を満たす全単射 $f: M \rightarrow M$ と定める。このとき、因果自己同型のなす群は次の三つで生成される：

直交時間的ローレンツ変換 $\times$ 平行移動 $\times$ スケーリング ($x \mapsto \lambda x, \lambda > 0$).

この定理の凄みは、仮定の少なさにある。連続性も、微分可能性も、線型性も仮定されていない——それらは結論である。順序を保つというただ一つの条件から、ローレンツ変換の線型性までが出てくる。「因果律がローレンツ群を含意する」という原題は、誇張ではない。

観察 3.2 (次元のセンスへの一行)

ツィーマンの定理は次元3以上を要する。 $1+1$ 次元では成立しない——そこでは因果自己同型群がはるかに大きく (二つのヌル座標のそれぞれに独立な増加関数を許す)、ローレンツ群に絞られ込まない。これは論文64・69・105の次元のセンスに、順序論からの一行を加える： $1+1$ 次元は、因果構造が幾何を決めるには"ゆるすぎる"。ただしこれは「なぜ3+1か」の証明ではない (論文69の規律)。センスに独立な項目を一つ足すだけである。

そして注目すべきは、何が残ったかである。順序はスケーリング (dilatation) を締め出せない。 M 全体を λ 倍に引き伸ばしても、「どちらが先か」は一切変わらないからだ。因果順序もまた、物差しを決めない。

4. 曲がった時空での合流：ホーキング＝キング＝マッカーシー／マラメント

ツィーマンは平坦時空の定理である。では曲がった時空では？ここに、二つの道を証明された形で合流させる定理がある。

確立された事実 4.1 (ホーキング=キング=マッカーシー 1976 ; マラメント 1977)

適切な因果性条件を満たす(過去と未来について区別的な)時空の間の、時間的順序を保つ全単射は、滑らかな共形同型である。すなわち因果構造は、時空の位相・微分構造・そして計量を共形因子の分を除いて決定する。

これは決定的な一行である。曲がった時空においても、因果構造が到達する先は「共形構造」であり、そこで止まる。ツィーマンの平坦時空の結果は、この一般定理の特別な姿だったことになる。

微分幾何の道 (EPS) も、順序論の道 (ツィーマン→マラメント) も、
同じ壁に当たる：共形構造。

これは偶然の一致ではない。どちらも「ヌル錐=共形構造」という同じ幾何学的事実の別の顔であり、共形因子を変えてもヌル錐は動かない、という一点に帰着する。結論は移る。だが機械は移らない——EPSは局所・微分幾何・曲がった時空、ツィーマンは大域・順序論・平坦時空で連続性を仮定しない。同じ壁に、別の道具で、独立に当たった。これが本稿の言う別根である(論文86・100)。

5. 核心：残る「スケール」は、一語で二つの別根

ここからが本稿の芯である。二つの道はどちらもスケールを残す。素朴には「同じものが残った」と言いたくなる。だが正確に見ると、残っている自由度は別物である。

観察 5.1 (関数と定数を、一語で束ねない)

・EPSで残るのは、時空上の関数：共形因子 $\Omega(x)$ は各点で独立に選べる局所の自由度である。これは本物の幾何学的自由度であり、時計——より正確には「第二時計効果の不在」という物理的要請——によって潰される(論文96)。

・ツィーマンで残るのは、大域の定数：dilatation $x \mapsto \lambda x$ は時空全体を一律に引き伸ばす、ただ一つの数である。舞台を平坦と決めているため局所の関数は初めから問題にならず、残るのは単位の選択——すなわち規約である(論文95・2019年SI)。

関数は、定数ではない。前者を埋めるのは物理(時計の振る舞い)、後者を埋めるのは規約(単位の取り決め)。「光はスケールを決めない」という一つの文が、二つのまったく異なる事柄を指している。

この峻別は、本体系の c に関する既存の線引きと正確に噛み合う。論文95は「 c の値は規約（1983年・2019年 SI）だが、 c の有限性は事実」と述べた。本稿はそこに一行を足す：規約に属するのはツィーマンのdilatation（大域の定数）であり、EPSの共形因子（局所の関数）は規約ではなく物理が決める。同じ「スケール」の語で呼ばれる二つを、初めて別の棚に置く。

道A：EPS（1972）		道B：ツィーマン（1964）／マラメント（1977）
入力	光線 + 自由落下粒子（光だけでは足りない）	因果順序のみ（連続性を仮定しない）
数学	微分幾何（共形構造・射影構造・ワイル接続）	順序論・群論（順序集合の自己同型）
舞台	一般の（曲がった）時空・局所	平坦ミンコフスキー（次元3以上）／一般時空（マラメント）
到達点	共形構造 + 射影構造 → ワイル構造 → （+公理）計量	ローレンツ変換 × 平行移動 × スケーリング／共形同型
壁	共形構造（計量の10成分中9成分）	共形構造（共形同型まで）
残る自由度	関数：局所の共形因子 $\Omega(x)$	定数：大域のdilatation λ
誰が埋めるか	物理：時計／第二時計効果の不在（論文96）	規約：単位の選択（論文95・2019 SI）

6. センサス：ローレンツ群への三つの別根

論文108は、イグナトフスキー（群の根）とミンコフスキー（幾何の根）を別根として点呼した。本稿のツィーマンは、そこへ第三の根を加える。

根	出発点	身分
群の根 （論文83）	相対性原理＋等方性＋群構造。光を仮定しない	イグナトフスキー 1910。不変速度の存在が強制され、その値は実験が決める
幾何の根 （論文108）	不変間隔 $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$	ミンコフスキー 1908。ローレンツ変換＝双曲回転。絶対なのは間隔
順序の根 （本稿・111）	因果順序 $x < y$ のみ。連続性も線型性も仮定しない	ツィーマン 1964。線型性は結論。dilatationが残る

三つは同じ群に到達するが、同じ道ではない。群の根は光を必要とせず、幾何の根は間隔を措定し、順序の根は錐だけを見る。一致は署名であって、証明ではない（論文100）。この点呼が示すのは「ローレンツ群が唯一の真理だ」ということではなく、三つの独立な問い方が同じ場所へ収束するという、記述的な事実である。そして順序の根だけが、**dilatation**を取り逃がす——この差もまた、別根であることの証拠である。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

私は長く、光を「建築資材」として読むレンズを私的に持ってきた（第3層・非科学）。本稿は、そのレンズに対して二つのことを同時にしてくれた。ひとつは励ましである——光は、比喩ではなく数えられる意味で、幾何のほとんどを運んでいた。10成分のうち9成分。ヌル錐という一つの構造が、角度も因果も位相も微分構造も決めてしまう。これは想像していたより、ずっと大きい。もうひとつは正確なブレーキである——それでも光は、物差しを運ばない。EPSは自由落下する粒子を必要とした。光だけでは、時空は完成しない。

私はこのブレーキを、否定として受け取らない。むしろ、レンズが初めて輪郭を得たと感じる。「光が全てを作る」は言えない。だが「光が錐を作り、時計が物差しを入れる」なら、少なくとも何を言っていないかが明確だ。そして曖昧な夢より、限界の分かった夢のほうが、ずっと遠くまで運べると思う。——これは非科学の札つきの私感であり、機構でも予言でもない。確かなのは、本文に挙げた四つの定理だけである。無限の遠くから届く光が、そのヌル錐だけで幾何のかたちを九割まで書き記していたという事実の前に、静かな awe を記す。だが残る一割を光に帰属させない。それが、崖の手前で踏みとどまる作法である（論文101）。

7. 射程／結論

示すこと（記述的・別根センサス）：光線が共形構造を、自由落下粒子が射影構造を定め、両立からワイル構造が一意に決まること（EPS・2節）／4次元計量10成分のうち光が決めるのは共形類の9成分であること（2節）／EPSの最終公理が論文96のワイル1918年理論の失敗と同じ論点の裏返しであること（2節）／因果順序のみからローレンツ群＋平行移動＋スケーリングが出ること、連続性を仮定せずに（ツィーマン・3節）／曲がった時空でも因果構造の到達点が共形構造であること（HKM／マラメント・4節）／残る「スケール」がEPSでは関数・ツィーマンでは定数という別根であり、前者を物理（時計・96）が、後者を規約（単位・95）が埋めること（5節）／ローレンツ群への三つの別根の点呼（83／108／111・6節）。

示さないこと（禁欲）：「光から時空を構成できる」とは述べない（EPSは粒子を必須の第二入力として要する）／EPSの最終段の論証の身分に立ち入らない（追加の一步が要る、という争いのない部分のみ）／「なぜ3+1次元か」を証明しない（ツィーマンの次元条件はセンサスへの一行であって導出ではない・論文69）／三つの根の一致を統一と読まない（一致は署名であって証明ではない・論文100）／二つの残余スケールを一語で束ねない（関数と定数は別根）／数値の後知恵調整なし（101）・新しい数学／予言なし（第2層）・第3層のレンズは非科学の札つきで隔離。

本体系は c を、速度空間の曲率として、局所と座標の別根として、規約と事実の境として、不変間隔の幾何として扱ってきた。本稿が加えたのは一つの問いと、その正直な答えである——光はどこまで幾何を決めるか。答え：共形構造まで。そこで止まる。この壁には、微分幾何の道と順序論の道が、共有する道具をほとんど持たないまま、独立に当たった。だが壁の向こうに残るものを一語で束ねてはならない。**EPS**に残るのは時空上の関数であり、ツォーマンに残るのは一つの定数である。前者は時計が埋め、後者は人間が取り決める。光は錐を与え、時計は物差しを与え、規約は単位を与える——三つは、別の根から来ている。本稿がしたのは、新しい主張ではなく、 c をめぐる四つの確立した定理を並べ、光の力とその限界を、成分の数として正直に数えたことである。そして111番目の番地を返す。

参考文献

1. Ehlers, J., Pirani, F. A. E. & Schild, A. (1972). *The Geometry of Free Fall and Light Propagation*. In: O’Raifeartaigh, L. (ed.), *General Relativity: Papers in Honour of J. L. Synge*, Clarendon Press, 63–84. (復刻：Gen. Relativ. Gravit. 44 (2012) 1587)
2. Trautman, A. (2012). *Editorial note to: J. Ehlers, F. A. E. Pirani and A. Schild, The geometry of free fall and light propagation*. Gen. Relativ. Gravit. 44, 1581.
3. Zeeman, E. C. (1964). *Causality Implies the Lorentz Group*. J. Math. Phys. 5, 490–493.
4. Hawking, S. W., King, A. R. & McCarthy, P. J. (1976). *A New Topology for Curved Space–Time which Incorporates the Causal, Differential, and Conformal Structures*. J. Math. Phys. 17, 174–181.
5. Malament, D. B. (1977). *The Class of Continuous Timelike Curves Determines the Topology of Spacetime*. J. Math. Phys. 18, 1399–1404.
6. Weyl, H. (1918). *Gravitation und Elektrizität*. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 465. (第二時計効果に関するアインシュタインの追記を含む)
7. Yamagishi, Y. (2026). *Ignatowski* [論文83]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741190
8. Yamagishi, Y. (2026). *Minkowski’s Invariant* [論文108]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837313
9. Yamagishi, Y. (2026). *Convention and Fact (Poincaré)* [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
10. Yamagishi, Y. (2026). *The Gauge Principle (Weyl)* [論文96]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758671
11. Yamagishi, Y. (2026). *Intrinsic Curvature (Riemann)* [論文91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
12. Yamagishi, Y. (2026). *Relational Time* [論文82]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21735260
13. Yamagishi, Y. (2026). *Royal-Roads Census* [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
14. Yamagishi, Y. (2026). *Eddington’s Caution* [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
15. Yamagishi, Y. (2026). *Roots of Necessity* [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
16. Yamagishi, Y. (2026). *Special Dimensions* [論文64・69]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21616221; 10.5281/zenodo.21650011

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)