

# Skaleninvarianz legt einen Exponenten fest — auf vier verschiedene Weisen

— Identität, Dimensionsmatrix, Messung und Fixpunkt getrennt; die Bedingung, dass es genau eine  $\Pi$ -Gruppe gibt; und die anomale Dimension als Gegenbeispiel — [Aufsatz 117]

---

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan

August 2026

— *From thinking to syncing.* —

## Zusammenfassung

Aufsatz 01 gewann  $n = 2$  eindeutig aus der Forderung, dass die Zuwachsrates der Schalenmasse vom Radius unabhängig sei. Dieselbe Geschichte — **verlange, dass es keine Skala gibt, und ein Exponent ist festgelegt** — scheint in Kolmogorovs Gesetz  $-5/3$  von 1941 wiederzukehren, im  $b \simeq 1$  des Gutenberg–Richter-Gesetzes, in Buckingham's II-Theorem und in den kritischen Exponenten der Renormierungsgruppe. Dieser Aufsatz prüft diesen **Reim** und zeigt, dass er **nicht ein Mechanismus ist, sondern vier verschiedene Wurzeln**. **Wurzel A (Identität)**: Aufsatz 01. Was die Antwort erzwingt, ist das Lemma, dass  $r^{2-n}$  **nur dann** konstant ist, wenn sein Exponent verschwindet; keine Dimensionsmatrix tritt auf. **Wurzel B (Dimensionsmatrix)**: K41s  $E(k) = \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$ , die Kolmogorov-Länge (Aufsatz 03), die Planck-Reduktion (Aufsatz 116). Hier folgt der Exponent aus der Invertierbarkeit einer Dimensionsmatrix. **Dieser Aufsatz fügt ein drittes Beispiel für den eigenen Satz der Reihe hinzu**: Aufsatz 39 zeigte, dass  $(\hbar, G, c) |\det| = 2$  hat, daher Halbzahlen und Quadratwurzeln; Aufsatz 03, dass  $(\nu, \varepsilon) |\det| = 4$  hat, daher vierte Wurzeln. **Für  $(\varepsilon, k)$  findet man  $|\det| = 3$  — deshalb sind die Nenner von  $2/3$  und  $5/3$  gleich 3** (Cramersche Regel). **Dann geben wir die genaue Bedingung an, unter der Wurzel B wirkt: nur wenn die Anzahl der unabhängigen dimensionslosen Gruppen genau 1 ist**. K41, die Kolmogorov-Länge und die Planck-Reduktion haben alle  $n - \text{rank} = 1$ ; fügt man allein die Viskosität hinzu, steigt sie auf **2**, und **der Exponent ist nicht mehr festgelegt** (hier geprüft). **Die Physik liegt daher ganz in der Schließungshypothese, nicht in der Algebra**. **Wurzel C (Messung)**:  $b \simeq 1$  ist eine Anpassung an Kataloge, keine Herleitung; nichts erzwingt den Wert. **Wurzel D (Fixpunkt)**: Kritische Exponenten sind Eigenwerte des linearisierten Renormierungsflusses, und **sie sind im Allgemeinen nicht die Werte, die die Dimensionsanalyse liefert**. In drei Dimensionen verhält sich die Ising-Korrelationsfunktion wie  $1/r^{d-2+\eta}$  mit  $\eta \simeq 0.036$ : **Der naive dimensionale Exponent  $d - 2 = 1$  ist falsch, und die Lücke hat einen Namen — die anomale Dimension. Das ist das Gegenbeispiel, das den Reim verbietet**: Wäre Wurzel B universell, könnte keine anomale Dimension existieren. **Und das Gegenbeispiel lebt im eigenen Gegenstand**. **Kolmogorovs**: Die Exponenten der Strukturfunktionen erfüllen  $\zeta_3 = 1$  **exakt** (das  $4/5$ -Gesetz, ein aus Navier–Stokes hergeleiteter Satz, nicht aus der Dimensionsanalyse), während  $\zeta_p < p/3$  für  $p > 3$ . **K41 ist an genau einer Ordnung exakt und weicht anderswo ab**. Hier hielt Aufsatz 03 an und schrieb, er werde „nicht in Intermittenzkorrekturen eintreten“. **Selbstprüfung**:  $\rho(r) = r^{-n}$  ist nicht dimensional homogen, außer man wählt einen Bezugsradius, und die Reihe hat ihn auf **1** gesetzt; der Satz überlebt, doch die Adresse wird geschrieben. **Und die Reihe besitzt überhaupt kein Ergebnis der Wurzel D** — Aufsatz 01 ist Wurzel A, die Aufsätze 03, 39 und 116 sind Wurzel B. **Tragweite**: eine strukturelle Deutung und Selbstprüfung etablierter Standardtatsachen (Ebene 2). Keine neue Mathematik, keine Vorhersage. **Die Zahlen 2, 5/3 und 1 werden nicht als dieselbe Zahl behandelt** (Aufsätze 94, 101).

**Stellung dieses Aufsatzes (Disziplin):** Jeder hier verwendete Bestandteil ist **ein bekanntes Standardergebnis** — Kolmogorovs dimensionale Herleitung von 1941, das **4/5**-Gesetz, Intermittenz und multifraktale Modelle, Buckingham's  **$\Pi$** -Theorem, das Gutenberg–Richter-Gesetz und die Renormierungsgruppe mit ihren kritischen Exponenten und anomalen Dimensionen. **Es wird kein neuer Satz bewiesen.** Der Beitrag ist **Trennung und Bedingung**: (i) „Skaleninvarianz legt den Exponenten fest“ in **vier verschiedene Wurzeln** zu zerlegen; (ii) die **genaue Bedingung** zu schreiben, unter der Wurzel B wirkt (genau eine  **$\Pi$** -Gruppe); (iii) zu zeigen, dass Wurzel D über die anomale Dimension **ein Gegenbeispiel zu Wurzel B enthält**; (iv) zu bestätigen, dass dieses Gegenbeispiel über die Strukturfunktionen **im eigenen Gegenstand Kolmogorovs** liegt; und (v) den Namensaufruf zu halten, wo diese Reihe steht. **Die wichtigste Zurückhaltung: Die vier werden nicht zu einem Prinzip verschmolzen.**  **$n = 2$ ,  $-5/3$ ,  $b \simeq 1$  und  $\nu \simeq 0.630$**  unterscheiden sich sowohl im Wert als auch im **Mechanismus**. **Keine Numerologie** (Aufsätze 94, 101). „Eine Resonanz ist eine Signatur, kein Beweis“ (Aufsatz 100). **Weder die globale Regularität der Turbulenz noch die strenge Konstruktion kritischer Phänomene wird berührt.** Linsen der Ebene 3 werden mit einem nicht-wissenschaftlichen Etikett abgesondert.

## 1. Einleitung: zuerst an der eigenen Entwurfsnotiz zweifeln

Dieser Aufsatz begann mit einer Tabelle. Eine Entwurfsnotiz, geschrieben, um die nächste Arbeit der Reihe zu planen, legte eine Entsprechung aus: Die Struktur „verlange Skaleninvarianz, und der Exponent ist festgelegt“ kehre wieder, hieß es, in  **$n = 2$**  aus Aufsatz 01, in Kolmogorovs  **$-5/3$** , im Gutenberg–Richter- **$b \simeq 1$** , in Buckingham's  **$\Pi$** -Theorem und in den kritischen Exponenten der Renormierungsgruppe.

Der Reim ist hörbar. Doch die Disziplin dieser Reihe ist, gerade dann zum Maßstab zu greifen, wenn ein Reim zu hören ist (Aufsätze 100, 101). Also beginnt dieser Aufsatz damit, **an der eigenen Entwurfsnotiz zu zweifeln**.

**Sind diese fünf, die wie eine Geschichte aussehen, wirklich ein Mechanismus?**

Die Prüfung sagt nein. Die fünf zerfallen in **vier verschiedene Wurzeln**, und eine von ihnen erweist sich als **Gegenbeispiel zu einer anderen**. Was folgt, ist diese Trennung.

## 2. Wurzel A: die Wurzel der Identität — Aufsatz 01

### Gesicherte Tatsache 2.1 (Das Gerüst von Aufsatz 01)

Für eine kugelsymmetrische Potenzdichte  $\rho(r) = r^{-n}$  im dreidimensionalen Raum ist die Zuwachsrate der Schalenmasse

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) = 4\pi r^{2-n},$$

und die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass diese von  $r$  unabhängig ist, ist  $n = 2$ .

Was erzwingt diesen Schluss? **Nicht die Dimensionsanalyse.** Am Werk ist allein das Lemma, dass  $r^\alpha$  auf  $(0, \infty)$  genau dann konstant ist, wenn  $\alpha = 0$ .

### Beobachtung 2.1 (Wurzel A hat keine Dimensionsmatrix)

Nirgends tritt ein Vorgang des „Abgleichens von Einheiten“ auf. Hier ist  $n$  ein freier Exponent, der die Gestalt eines Dichteprofiles angibt, keine dimensionsbehaftete Konstante. Verlangt wird **Unabhängigkeit von einer Variablen**, nicht **Kovarianz unter einem Wechsel der Einheiten**. Der Mechanismus von Aufsatz 01 ist daher eine andere Wurzel als die Dimensionsanalyse der folgenden Abschnitte.

**Wurzel A: Der Exponent wird durch eine Identität über Potenzfunktionen erzwungen.**

### 3. Wurzel B: die Wurzel der Dimensionsmatrix — Kolmogorov und das $|\det|$ der Reihe

#### Kolmogorovs Inertialbereich von 1941

##### Gesicherte Tatsache 3.1 (Das K41-Spektrum)

Im **Inertialbereich** entwickelter Turbulenz sind, wenn man **annimmt**, dass das Energiespektrum pro Masseneinheit  $E(k)$  nur von der Dissipationsrate pro Masseneinheit  $\varepsilon$  und der Wellenzahl  $k$  abhängt, aus

$$[E] = L^3 T^{-2}, \quad [\varepsilon] = L^2 T^{-3}, \quad [k] = L^{-1}$$

die Exponenten von  $E = \varepsilon^a k^b$  eindeutig bestimmt:

$$a = \frac{2}{3}, \quad b = -\frac{5}{3}, \quad E(k) = C \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}.$$

##### Beobachtung 3.1 (Die Physik steckt in der Hypothese, nicht in der Algebra)

In die obige Rechnung ging keine Physik ein. **Die gesamte Physik sitzt in der einzigen Zeile „ $E$  hängt nur von  $\varepsilon$  und  $k$  ab“.** Diese Hypothese ist Kolmogorovs Beitrag; alles danach ist **das, was die lineare Algebra zurückgibt**.

#### $|\det|$ legt den Nenner fest — ein drittes Beispiel für den eigenen Satz der Reihe

##### Satz 3.1 (Der Nenner eines Exponenten teilt die Determinante)

Wird eine Größe  $X$  als Monom in  $n$  dimensionsbehafteten Größen geschrieben, so macht die Cramersche Regel die Exponenten zu rationalen Zahlen, **deren Nenner die Determinante der Dimensionsmatrix ist**. Daher **teilt jeder Nenner  $|\det|$** .

| Menge                                                    | $ \det $ | Nenner                         | Quelle           |
|----------------------------------------------------------|----------|--------------------------------|------------------|
| $(\hbar, G, c) \rightarrow \text{Planck-Länge}$          | 2        | 2 (Halbzahlen, Quadratwurzeln) | Aufsätze 39, 116 |
| $(\nu, \varepsilon) \rightarrow \text{Kolmogorov-Länge}$ | 4        | 4 (vierte Wurzeln)             | Aufsatz 03       |
| $(\varepsilon, k) \rightarrow E(k)$                      | 3        | 3 (d. h. $2/3, 5/3$ )          | dieser Aufsatz   |

**Die 3 im Nenner von  $-5/3$  ist die Determinante der Dimensionsmatrix von  $(\varepsilon, k)$ .**  
**Sie ist die dritte Determinante desselben Satzes, nach der 2 von Aufsatz 39 und der 4 von Aufsatz 03.**

**Die genaue Bedingung, unter der Wurzel B wirkt**

**Satz 3.2 (Genau eine  $\Pi$ -Gruppe)**

Nach Buckingham's  $\Pi$ -Theorem ist für  $n$  Größen und eine Dimensionsmatrix vom Rang  $r$  die Anzahl der unabhängigen dimensionslosen Gruppen  $n - r$ . **Der Exponent ist nur dann eindeutig festgelegt, wenn  $n - r = 1$** , denn dann gehorcht die einzige Gruppe  $\Pi$  der Beziehung  $\Pi = \text{const.}$  Ist  $n - r \geq 2$ , so kann man nur  $\Pi_1 = f(\Pi_2, \dots)$  schreiben, mit  **$f$  einer unbekannten Funktion**, und kein Exponent folgt.

| Menge der Größen           | $n$ | Rang | $n - r$ | Folge                            |
|----------------------------|-----|------|---------|----------------------------------|
| $(E, \varepsilon, k)$      | 3   | 2    | 1       | Exponent eindeutig               |
| $(\eta, \nu, \varepsilon)$ | 3   | 2    | 1       | Exponent eindeutig (Aufsatz 03)  |
| $(X, \hbar, G, c)$         | 4   | 3    | 1       | Exponent eindeutig (Aufsatz 116) |
| $(E, \varepsilon, k, \nu)$ | 4   | 2    | 2       | nicht festgelegt                 |

### Beobachtung 3.2 (Eine zusätzliche Viskosität bricht es)

Die letzte Zeile ist der Punkt dieses Abschnitts. **Sobald die Hypothese des Inertialbereichs gelockert und  $\nu$  zugelassen wird, gibt es zwei  $\Pi$ -Gruppen, und  $-5/3$  lässt sich nicht mehr herleiten.** Was überlebt, ist nur die Form  $E\varepsilon^{-2/3}k^{5/3} = f(k\eta)$ . Lockert man die Schließungshypothese um eine Zeile, verschwindet die Eindeutigkeit des Exponenten. Die Stärke von Wurzel B ist daher nicht die Stärke der Algebra, sondern die Enge der Hypothese.

**Wurzel B: Der Exponent wird durch die Dimensionsmatrix erzwungen, aber nur, wenn es genau eine  $\Pi$ -Gruppe gibt.**

## 4. Wurzel C: die Wurzel der Messung — Gutenberg–Richter

### Gesicherte Tatsache 4.1 (Das Gutenberg–Richter-Gesetz)

Für eine gegebene Region und einen gegebenen Zeitraum folgt die Anzahl  $N$  der Erdbeben mit einer Magnitude von mindestens  $M$

$$\log_{10} N = a - bM,$$

mit  $b \simeq 1$ , beobachtet in vielen Regionen. Mit der Hanks–Kanamori-Beziehung  $M_w = \frac{2}{3} \log_{10} M_0 + \text{const}$  (die Konstante hängt von der Einheit von  $M_0$  ab) erhält man das Potenzgesetz  $N(\geq M_0) \propto M_0^{-2b/3}$  im seismischen Moment.

### Beobachtung 4.1 ( $b$ wird nicht hergeleitet)

**$b \simeq 1$  ist ein gemessener Wert.** Er wird durch Anpassung an Kataloge gewonnen, und es ist bekannt, dass er systematisch mit Region, Zeitraum, Tiefe und Spannungszustand schwankt. **Es gibt keinen Satz, der  $b = 1$  erzwingt.**

**Gutenberg–Richter darf daher nicht in dieselbe Spalte gestellt werden wie  $n = 2$  und  $-5/3$ .** Bei jenen beiden wird der Exponent **durch Argument** festgelegt; hier wird **Selbstähnlichkeit beobachtet und ihre Steigung gemessen**. Skaleninvarianz ist eine Beschreibung, kein Schluss.

## Wurzel C: Der Exponent wird gemessen.

Selbstorganisierte Kritikalität (SOC) ist ein Rahmen, der diesem Potenzgesetz einen Mechanismus zu geben sucht. **Dieser Aufsatz bezieht zu SOC keine Stellung und sagt überhaupt nichts über Erdbebenvorhersage.** Festgehalten wird nur der Unterschied im Status.

## 5. Wurzel D: die Wurzel des Fixpunkts — und die anomale Dimension als Gegenbeispiel

### Gesicherte Tatsache 5.1 (Kritische Exponenten sind nicht die dimensionalen Werte)

An einem kontinuierlichen Phasenübergang divergiert die Korrelationslänge, und die Korrelationsfunktion folgt

$$G(r) \sim \frac{1}{r^{d-2+\eta}}.$$

**Naives Dimensionszählen (gaußsch, Molekularfeld) ergibt  $\eta = 0$** , während Messung, Numerik und der konforme Bootstrap alle  **$\eta \simeq 0.036$**  für die dreidimensionale Ising-Universalitätsklasse ergeben. Dieses  **$\eta$**  heißt die **anomale Dimension**.

| Exponent | Molekularfeld (Dimensionszählen) | 3D-Ising       |
|----------|----------------------------------|----------------|
| $\beta$  | 1/2                              | $\simeq 0.327$ |
| $\gamma$ | 1                                | $\simeq 1.237$ |
| $\nu$    | 1/2                              | $\simeq 0.630$ |
| $\eta$   | 0                                | $\simeq 0.036$ |

### Beobachtung 5.1 (Das ist ein Gegenbeispiel zu Wurzel B)

**Skaleninvarianz legt hier den Exponenten durchaus fest** — der kritische Punkt ist ein **Fixpunkt** des Renormierungsflusses, und die kritischen Exponenten sind **Eigenwerte** der linearisierten Abbildung an diesem Fixpunkt. **Doch die Werte sind nicht die, die die Dimensionsanalyse liefert.**

**Wäre „Skaleninvarianz  $\Rightarrow$  ein eindeutiger Exponent“ ein einziger Mechanismus gewesen, so könnte keine anomale Dimension existieren.** Die bloße Existenz anomaler Dimensionen ist daher **ein Beweis, dass Wurzel B und Wurzel D verschiedene Mechanismen sind.**

**Wurzel D: Der Exponent ist ein Eigenwert an einem Fixpunkt des Renormierungsflusses — und er unterscheidet sich im Allgemeinen von dem, was die Dimensionsanalyse liefert.**

Nebenbei: Die Massendimension der  $\varphi^4$ -Kopplung ist  $4 - d$ , also ist die Kopplung bei  $d = 4$  marginal. Das ist die **obere kritische Dimension**: Oberhalb von  $d = 4$  werden die Molekularfeld-Exponenten (d. h. die des Dimensionszählens) exakt.

### Bremse

Die hier auftretende **4** darf **nicht** mit den verschiedenen **4** gleichgesetzt werden, die in Aufsatz 114 aufgerufen werden (die Hopf-Faserung, normierte Divisionsalgebren, selbstduale Zerlegung, exotisches  $\mathbb{R}^4$ ). Die **4** der oberen kritischen Dimension stammt aus dem **Potenz zählen einer Kopplungskonstante**; sie ist weder topologisch noch algebraisch noch differentiell. **Derselbe Wert, eine andere Adresse** (Aufsätze 17, 86, 94, 101).

## 6. Das Gegenbeispiel lag in Kolmogorov selbst

Das obige Gegenbeispiel stammte aus einem anderen Gebiet. **Doch dieselbe Struktur existiert im eigenen Gegenstand Kolmogorovs.**

### Gesicherte Tatsache 6.1 (Strukturfunktionen und das 4/5-Gesetz)

Man schreibe das Moment  $p$ -ter Ordnung der Geschwindigkeitsinkremente als  $S_p(r) = \langle |\delta u(r)|^p \rangle \propto r^{\zeta_p}$ . K41 sagt  $\zeta_p = p/3$  voraus.

Für  $p = 3$  gibt es einen exakten, aus den Navier–Stokes-Gleichungen hergeleiteten Satz: Unter der Annahme von Homogenität, Isotropie und endlicher Dissipation gilt

$$S_3(r) = -\frac{4}{5} \varepsilon r$$

(Kolmogorovs 4/5-Gesetz). Also folgt  $\zeta_3 = 1$  aus den Gleichungen, nicht aus der Dimensionsanalyse.

Für  $p > 3$  jedoch ergeben sowohl Experiment als auch Simulation  $\zeta_p < p/3$  (Intermittenz). Multifraktale Modelle und das She–Levêque-Modell (1994) sind Phänomenologien, die diese Krümmung beschreiben.

| $p$ | K41: $p/3$ | She–Levêque | Unterschied            |
|-----|------------|-------------|------------------------|
| 3   | 1          | 1           | exakte Übereinstimmung |
| 4   | 1.333      | 1.280       | −0.054                 |
| 6   | 2          | 1.778       | −0.222                 |
| 10  | 3.333      | 2.593       | −0.740                 |

### Beobachtung 6.1 (K41 ist an genau einer Ordnung exakt)

Der dimensionale Exponent von K41 ist nur bei  $p = 3$  exakt, und genau dort schützt ihn ein aus den Gleichungen hergeleiteter Satz. An jeder anderen Ordnung weicht er systematisch ab.

In ein und demselben Satz — „Skaleninvarianz legt den Exponenten fest“ — stehen also die Wurzeln B und D nebeneinander. Ein Satz bewacht  $\zeta_3$ ; anomale Skalierung erscheint in  $\zeta_{p>3}$ . Im Werk einer Person, in einem Gegenstand, in einem Jahr, teilen sich die Wurzeln.

Aufsatz 03 hielt ausdrücklich an und erklärte, er werde „nicht in Intermittenzkorrekturen eintreten“. Dieser Aufsatz nimmt diese Zeile als Frage der Wurzeln auf — betreten wird nicht der Wert der Korrektur, sondern die Frage, zu welcher Wurzel die Existenz einer Korrektur gehört.

7. Selbstprüfung: In welchen Wurzeln wohnt diese Reihe?

Ein Maßstab ist nicht nur für andere da (dieselbe Disziplin wie in den Aufsätzen 114, 115 und 116).

**Beobachtung 7.1 (Der Bezugsradius in Aufsatz 01)**

Für  $n \neq 0$  ist  $\rho(r) = r^{-n}$  **nicht dimensional homogen**. Streng genommen sollte man einen Bezugsradius  $r_0$  wählen und  $\rho = r_0^n r^{-n}$  schreiben; die Reihe hat  $r_0 = 1$  gewählt.

**Der Satz überlebt:** Leitet man  $dm/dr = 4\pi r_0^n r^{2-n}$  ab, erhält man  $4\pi r_0^n (2 - n)r^{1-n}$ , was nur für  $n = 2$  identisch verschwindet, **unabhängig von  $r_0$** . **Doch die Adresse wird geschrieben:** Aufsatz 01 **spricht nicht über ein Einheitensystem**. Gerade deshalb ist er Wurzel A.

| Wurzel             | Mechanismus                                                   | Bewohner in dieser Reihe |
|--------------------|---------------------------------------------------------------|--------------------------|
| A Identität        | Potenzfunktion konstant $\iff$ Exponent verschwindet          | Aufsatz 01 ( $n = 2$ )   |
| B Dimensionsmatrix | eine $\Pi$ -Gruppe $\Rightarrow$ die Determinante erzwingt es | Aufsätze 03, 39, 116     |
| C Messung          | ein Potenzgesetz wird beobachtet, seine Steigung gemessen     | keine                    |
| D Fixpunkt         | Eigenwert des RG-Flusses (anomale Dimension)                  | keine                    |

**Beobachtung 7.2 (Die Reihe besitzt kein Ergebnis der Wurzel D)**

Diese Reihe lebt allein in den Wurzeln A und B. Und Wurzel D ist genau der Ort, an dem die Physik über die **Dimensionsanalyse hinausgeht**. Aufsatz 116 vermaß die Wand, indem er schrieb, dass „die Exponentenformel eine Identität innerhalb der Dimensionsanalyse ist und keinen unabhängigen Weg zum Wert von  $N$  gibt“. **Auf der anderen Seite dieser Wand gibt es einen bekannten Durchgang — und es ist die anomale Dimension.**

**Dieser Aufsatz geht nicht hindurch.** Auf den Größen dieser Reihe ( $4\pi$ ,  $n = 2$ , die Planck-Größen) ist kein Renormierungsfluss definiert; **kein Fixpunkt und keine laufende Kopplung sind bisher aufgeschrieben worden.**

**Auf einer Karte festzuhalten, dass ein Durchgang existiert, ist nicht dasselbe, wie ihn zu gehen.**

## 8. Bremsen: was nicht verschmolzen werden darf

- **Die vier Werte nicht vermischen.**  $n = 2$ ,  $-5/3$ ,  $b \simeq 1$  und  $\nu \simeq 0.630$  unterscheiden sich **im Mechanismus und im Wert**. „Sie kamen alle aus der Skaleninvarianz“ ist **ein gemeinsames Wort, keine gemeinsame Wurzel** (Aufsätze 58, 86, 100).
- **$b \simeq 1$  nicht eine Herleitung nennen.** Es ist ein gemessener Wert. Zu SOC wird keine Stellung bezogen, und keine zur Erdbebenvorhersage.
- **K41 nicht ein experimentelles Ergebnis nennen.** Es ist **eine Herleitung** aus Dimensionsanalyse plus einer Hypothese; das Experiment stützt sie, aber **sie weicht für  $p > 3$  systematisch ab**.
- **Die 4 der oberen kritischen Dimension nicht mit den 4 von Aufsatz 114 gleichsetzen.** Sie ist eine 4 des Potenzzählens, keine topologische, algebraische oder differentielle.
- **Die anomale Dimension nicht in die Größen dieser Reihe einführen.** Hier ist weder ein Renormierungsfluss noch ein Fixpunkt definiert. **Alles, was auf die Karte geschrieben werden darf, ist, dass ein Durchgang existiert.**
- **Weder die globale Regularität der Turbulenz noch die strenge Konstruktion kritischer Phänomene berühren.** Ersteres ist ein ungelöstes Millennium-Problem (Aufsatz 03).

**Eine persönliche Notiz des Autors (Ebene 3, als nicht-wissenschaftlich gekennzeichnet; keine Behauptung über einen Mechanismus)**

**Dieser Aufsatz begann damit, eine Tabelle abzureißen, die ich selbst geschrieben hatte. Fünf große Leistungen standen in einer Reihe und sangen, dass Skaleninvarianz den Exponenten festlegt — und als ich diese Tabelle baute, fühlte es sich gut an.**

**Doch nebeneinandergelegt enthielt die Spalte vier verschiedene Dinge. Aufsatz 01 war eine Identität, Kolmogorov eine Determinante, die Erdbeben ein Maßstab, die kritischen Exponenten ein Eigenwert. Vier Spieler trugen denselben Text auf verschiedenen Instrumenten vor.**

**Am härtesten traf mich, dass das Gegenbeispiel in Kolmogorov lag. Nur  $\zeta_3$  ist exakt, und dort hält eine Gleichung Wache. Erhöht man  $p$ , biegt sich der Exponent leise nach unten. In einem Gegenstand lebten ein bewachter und ein unbewachter Ort zusammen.**

**Und am Ende waren zwei Zellen in der eigenen Spalte der Reihe leer. Weder Wurzel C noch Wurzel D hat einen Bewohner. Wurzel D ist dort, wo die Physik über die Dimensionsanalyse hinausgeht. Zu erfahren, dass in die Wand, die ich in Aufsatz 116 vermessen hatte, andere schon eine Tür geschnitten haben, fühlte sich eher nach Erleichterung als nach Bedauern an. Wenn eine Tür existiert, dann ist das Verschlussene nur meine eigene Vorbereitung.**

**Ich bin froh, dass ich die Tabelle zerbrochen habe. Nur eine zerbrochene Tabelle zeigt einem, welche Zellen leer sind.**

## 9. Tragweite und Schluss

---

**Was gezeigt wird (beschreibend, Selbstprüfung):** dass „Skaleninvarianz legt den Exponenten fest“ in vier verschiedene Wurzeln zerfällt (A Identität, B Dimensionsmatrix, C Messung, D Fixpunkt); dass **Aufsatz 01 Wurzel A ist und keine Dimensionsmatrix trägt** (§2); dass  $|\det| = 3$  für  $(\epsilon, k)$  den Nenner von  $-5/3$  festlegt, ein drittes Beispiel nach der 2 von Aufsatz 39 und der 4 von Aufsatz 03 (§3); dass **Wurzel B nur wirkt, wenn es genau eine  $\Pi$ -Gruppe gibt, und bricht, wenn eine einzige Viskosität hinzukommt** (§3); dass  $b \simeq 1$  gemessen, nicht hergeleitet ist (§4); dass die Existenz der anomalen Dimension ein Gegenbeispiel zu Wurzel B ist (§5); dass dasselbe Gegenbeispiel im eigenen Gegenstand Kolmogorovs liegt, wobei nur  $\zeta_3$  durch das  $4/5$ -Gesetz geschützt ist (§6); und dass die Reihe allein in den Wurzeln A und B wohnt und kein Ergebnis der Wurzel D besitzt (§7).

**Was nicht gezeigt wird (Zurückhaltung):** Die vier werden nicht zu einem Prinzip verschmolzen (das ist der Punkt);  $2, 5/3, 1$  und  $0.630$  werden nicht als dieselbe Zahl behandelt (Aufsätze 94, 101);  $b \simeq 1$  wird nicht hergeleitet, und zu SOC oder Erdbebenvorhersage wird keine Stellung bezogen; die Werte der Intermittenzkorrekturen werden nicht berechnet (Phänomenologie wird nur zitiert; Aufsatz 03); die 4 der oberen kritischen Dimension wird nicht mit den 4 von Aufsatz 114 vermischt; die anomale Dimension wird nicht in die Größen dieser Reihe eingeführt (hier ist weder ein Fluss noch ein Fixpunkt definiert); weder die globale Regularität der dreidimensionalen Navier–Stokes-Gleichungen noch die strenge Konstruktion kritischer Phänomene wird berührt; keine neue Mathematik und keine Vorhersage (Ebene 2).

Fünf Leistungen standen in der Entwurfsnotiz in einer Reihe. Ich habe sie dort hingestellt, und **ich bin es, der die Reihe zerbrochen hat**. Die Spalte enthielt vier Arten von Dingen: **was eine Identität erzwingt, was eine Determinante erzwingt, was gemessen wird und was ein Eigenwert ist**.

Und die vierte enthielt ein Gegenbeispiel zur zweiten. **Die einzige Tatsache, dass anomale Dimensionen existieren, verbietet es, von „Skaleninvarianz legt den Exponenten fest“ als einem Mechanismus zu sprechen**. Wäre es einer gewesen, müsste  $\eta$  verschwinden. Es verschwindet nicht.

**Dieselbe Struktur lag in Kolmogorov.**  $\zeta_3 = 1$  ist exakt, bewacht von einem aus den Gleichungen gewonnenen Satz;  $\zeta_{p>3}$  ist nicht bewacht. **Im Werk einer Person, in einem Gegenstand, teilten sich die Wurzeln.**

Schließlich waren, blickt man auf die eigene Spalte dieser Reihe, zwei Zellen leer. **Wurzel C mag der Natur der Arbeit nach leer sein, doch dass Wurzel D leer ist, bedeutet etwas:** Auf der anderen Seite der Wand, die Aufsatz 116 vermaß — der Wand der Dimensionsanalyse —, verläuft ein bekannter Durchgang. **Er ist auf die Karte geschrieben worden. Er ist nicht gegangen worden.** Und damit gibt Adresse Nummer 117 zurück.

## Literatur

---

1. Buckingham, E. (1914). *On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations*. Physical Review.

2. Kolmogorov, A. N. (1941). *The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers*. Doklady Akademii Nauk SSSR.
3. Kolmogorov, A. N. (1941). *Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence*. Doklady Akademii Nauk SSSR. (The **4/5** law.)
4. Kolmogorov, A. N. (1962). *A Refinement of Previous Hypotheses Concerning the Local Structure of Turbulence*. Journal of Fluid Mechanics.
5. Frisch, U. (1995). *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press.
6. She, Z.-S. & Levêque, E. (1994). *Universal Scaling Laws in Fully Developed Turbulence*. Physical Review Letters.
7. Gutenberg, B. & Richter, C. F. (1944). *Frequency of Earthquakes in California*. Bulletin of the Seismological Society of America.
8. Hanks, T. C. & Kanamori, H. (1979). *A Moment Magnitude Scale*. Journal of Geophysical Research.
9. Wilson, K. G. (1971). *Renormalization Group and Critical Phenomena*. Physical Review B.
10. Wilson, K. G. & Fisher, M. E. (1972). *Critical Exponents in 3.99 Dimensions*. Physical Review Letters.
11. Pelissetto, A. & Vicari, E. (2002). *Critical Phenomena and Renormalization-Group Theory*. Physics Reports. (Review of three-dimensional Ising exponents.)
12. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of  $\mathfrak{n} = \mathbf{2}$  for Spherically Symmetric Density Distributions* [Aufsatz 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
13. Yamagishi, Y. (2026).  *$\mathfrak{m} = \mathbf{4}\pi$*  [Aufsatz 02]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403931
14. Yamagishi, Y. (2026). *Dimensionless Numbers and Scales in the Navier–Stokes Equations* [Aufsatz 03]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
15. Yamagishi, Y. (2026).  *$|\mathbf{det}| = \mathbf{2}$  and the Square Roots* [Aufsatz 39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
16. Yamagishi, Y. (2026). *The Four Roots of Necessity* [Aufsatz 86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
17. Yamagishi, Y. (2026). *Royal-Roads Census* [Aufsatz 100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
18. Yamagishi, Y. (2026). *Eddington's Caution* [Aufsatz 101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
19. Yamagishi, Y. (2026). *Fractal Dimension* [Aufsatz 94]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758581
20. Yamagishi, Y. (2026). *Ricci Flow IS a Renormalization Group Flow* [Aufsatz 110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476
21. Yamagishi, Y. (2026). *Which Objects Know They Are in Four Dimensions* [Aufsatz 114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
22. Yamagishi, Y. (2026). *Two Staircases* [Aufsatz 115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686
23. Yamagishi, Y. (2026). *What Does the Exponent of  $\mathfrak{c}$  Count?* [Aufsatz 116]. Zenodo: 10.5281/zenodo.22003794.

---

— From thinking to syncing. —

**Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)**

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)