

$k_B T \ln 2$ のうち、物理は T だけである

— ランダウアー限界の三つの部分と、非可逆ゲートが1ビットを払わないこと（山岸・消去の点呼）

— [論文131]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

論文04 第3版は、ランダウアー限界が非可逆な実装にのみ課されること（ベネット 1973）を書いた。本稿はその数そのものを分解する。新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。第一に、 $\ln 2$ の 2 は状態数であり、動く。 N 個の状態へ消去する仕事の下限は $k_B T \ln N$ である。 2 が現れるのは、情報の単位に「ビット」を選んだからにすぎない——ナットで測れば係数はちょうど 1 、トリットなら $\ln 3$ である。自然定数ではない（第2節）。第二に、 k_B は換算係数である。2019年以降のSIでは k_B は定義された値であり、温度をエネルギーの単位で測れば k_B は式から消える。測るものを変えれば消える量は、物理ではない（論文95・117）（第3節）。第三に、これが本稿の芯である。単位の選び方に依らず残るのは無次元の中身だけであり、それは「消去によって減ったエントロピー」である。すなわち $W_{\min}/(k_B T)$ である。物理として残るのは二つだけ——下限が T に比例することと、下限がゼロでないこと。 k_B も $\ln 2$ も、そこには入っていない（第4節）。第四に、非可逆ゲートは1ビットを払わない。ANDゲートに一樣な二入力を与えると、論理エントロピーの減少は1.1887ビットであって1ではない（本稿で計算）。しかも入力分布を変えると動く——入力が確率 0.3 のベルヌーイなら1.3261、 0.9 なら0.2365である。費用を決めるのは配線の本数ではなく、論理エントロピーの減少量である（第5節）。第五に、同じ $k_B T \ln 2$ が、歴史上二つの別の段に置かれてきた。シラード（1929）とブリュアン（1951）は測定に、ランダウアー（1961）とベネット（1982）は消去に置いた。数は同じで、住所が違う。そして後者が前者を置き換えた——測定は原理的に可逆にできるが、記憶はいつか初期化しなければならない（第6節）。第六に、限界は到達されない境界である。 $W(\tau) = k_B T \ln 2 + A/\tau$ という有限時間の形において、差 A/τ は任意の有限の τ で正である。下限は仕事についての言明であって、時間については何も言っていない（論文113）（第7節）。

本稿の射程：新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。ランダウアー（1961）、ベネット（1973・1982）、シラード（1929）、ブリュアン（1951）、ベリュらの実験（2012）はいずれも標準的である。本稿が加えるのは、 $k_B T \ln 2$ を規約・規約・事実仕分けしたこと、非可逆ゲートの費用を実際に計算して1ビットでないことを示したこと、同じ数の二つの住所を並べたことだけである。ランダウアー限界が誤りだとは言わない（誤りではない・実験的に検証されている）。

1. 記法と位置づけ

消去とは、複数の論理状態を一つに落とす操作である。ランダウアーの原理は、温度 T の環境に接した系でこれを行うとき、仕事の下限

$$W_{\min} = k_B T \ln 2 \quad (1 \text{ ビットの消去について}) \quad (1)$$

が存在すると述べる。

論文04 第3版が置いたもの：この下限が拘束するのは非可逆な実装であって探索そのものではないこと（ベネット 1973）、および対数だけが動かないこと。

本稿が置くもの：(1) の右辺を分解する。論文95 は規約と事実を分け、論文129 は数学が形を与え物理が目盛りを与えると述べた。本稿は同じ刃をランダウアー限界に当てる。

2. $\ln 2$ の 2 は状態数である

確立された事実 2.1（一般形）： N 個の等確率な論理状態を一つに落とす消去の仕事の下限は

$$W_{\min} = k_B T \ln N.$$

検算 2.2：本稿では $N = 2, 3, 4, 8, 10$ について $\ln N$ を並べた。 $N = 2$ でだけ $\ln 2$ になる。（証明終）

観察 2.3（2 は動く）

情報の単位をナットに取れば係数はちょうど 1、トリットに取れば $\ln 3$ である。2 は自然が選んだ数ではなく、こちらが選んだ単位である。

観察 2.4（他の 2 との別根）

体系には 2 が多い。分離子は「動かすと動くか」である。 $\ln 2$ の 2 は状態数を変えれば動く。一方ホップ写像の 2（論文68）は動かない——それはファイブレーションの構造であって、単位の実現ではない。同じ字、別の根である（論文17）。

3. k_B は換算係数である

観察 3.1（定義された値である）

2019年のSI改定以降、 k_B は測定される量ではなく定義された値である。測定精度が上がっても k_B の値は変わらない——変わるのはケルビンの実現のほうである。

観察 3.2（消せる）

温度をエネルギーの単位で測る、すなわち $\theta = k_B T$ と置けば、(1) は

$$W_{\min} = \theta \ln 2$$

となり、 k_B はどこにも現れない。単位の実現で消える量は、物理ではない（論文95・117）。

観察 3.3（論文10 の規律と同じ）

論文10 は無次元の量だけが調整されうると述べた。 $k_B T \ln 2$ は次元を持つ（エネルギー）。ゆえにその「値」は予言ではない。

4. 残るのは無次元の中身だけである

観察 4.1（不変な部分）

単位の選び方に依らず残るのは

$$\frac{W_{\min}}{k_B T} = \Delta S / k_B = \text{消去によって減ったエントロピー（ナット単位）}$$

である。右辺には k_B も $\ln 2$ も現れない。

観察 4.2（物理として残るのは二つだけ）

$k_B T \ln 2$ の部分	身分
k_B	規約（換算係数・2019年以降は定義値）
$\ln 2$	規約（情報の単位の選択・ N 状態なら $\ln N$ ）
T に比例すること	事実
下限がゼロでないこと	事実

論文129 は「 k は不等式の数学の側には無い」と述べた。ここでは逆向きの点呼になる——ランダウアー限界の数のほうがほとんど規約であり、物理は比例関係と非ゼロ性という二つの言明にしか宿っていない。

そしてその二つは軽くない。情報の消去に熱力学的な代価があること自体が発見であり、実験的に検証されている（ベリュら 2012）。規約を剥がしても、残るものは残る。

5. 非可逆ゲートは1ビットを払わない

観察 5.1（よくある言い方）

「非可逆な論理ゲートは1回あたり $k_B T \ln 2$ を散逸する」と言われることがある。これは正しくない。

検算 5.2 (ANDゲート)：独立な二入力がそれぞれ確率 p のベルヌーイであるとき、本稿では入力と出力の論理エントロピーを計算し、次を得た。

p	入力の H (ビット)	出力の H (ビット)	減少 (ビット)
0.50	2.0000	0.8113	1.1887
0.30	1.7626	0.4365	1.3261
0.10	0.9380	0.0808	0.8572
0.90	0.9380	0.7015	0.2365

一様入力でも 1 ではない (1.1887)。そして入力分布を変えると動く——1 より大きくも小さくもなる。(証明終)

観察 5.3 (何が費用を決めているか)

費用を決めるのは配線の本数でもゲートの個数でもなく、論理エントロピーの減少量である。「1ビットのゲート」という言い方が、二つの別の量を一語で呼んでいる——出力の幅と失われた情報である。一致するのは特別な場合だけである。

観察 5.4 (そして消去は粗視化である)

論理的非可逆性とは二つの状態が一つに落ちることであり、ミクロな力学が可逆である以上 (論文77)、その分は環境へ渡さねばならない (論文78)。ランダウアー限界は、その受け渡しの下限である。

6. 同じ数が、二つの段に置かれてきた

観察 6.1 (歴史の点呼)

誰	どの段に置いたか	何を言うか
シラード 1929・ブリュアン 1951	測定	測定に $k_B T \ln 2$ が要る
ランダウアー 1961・ベネット 1982	消去	測定は原理的に無料、消去に要る

観察 6.2（数は同じ、住所が違う）

両者は同じ $k_B T \ln 2$ を、同じ循環の別の段に割り当てている。そして後者が前者を置き換えた——空の記憶への測定は可逆に作れるが、記憶は有限であり、循環を閉じるにはいつか初期化しなければならない。代価はそこで発生する。

観察 6.3（体系にとっての教訓）

同じ数が説明に成功したからといって、置いた場所が正しいとは限らない。ブリュアンの割り当ては数としては合っていた。間違っていたのは住所である（論文17）。数の一致は、住所の証明ではない（論文100）。

7. 限界は、到達されない境界である

検算 7.1：有限時間 τ での消去の仕事は、標準的な形として

$$W(\tau) = k_B T \ln 2 + \frac{A}{\tau} \quad (A > 0)$$

と書ける。本稿では $\tau \rightarrow \infty$ の極限が $k_B T \ln 2$ であること、差 A/τ が任意の有限の τ で正であることを確認した。（証明終）

観察 7.2（言っていないこと）

ランダウアー限界は仕事についての言明であって、時間については何も言っていない。「最小のエネルギー」という言い方は二重に不正確である——エネルギーではなく仕事であり、有限時間では達成されない。

観察 7.3 (論文113 の粹)

これは近づけるが届かない境界である。論文113 は壁ではなく坂という区別を置いた。ランダウアー限界は坂の底であって、壁ではない。

8. 結論

1. $\ln 2$ の **2** は状態数であり、動く (検算2.2)。 N 状態への消去は $k_B T \ln N$ 。ナットなら係数は **1**。単位を選択であって自然定数ではない。
2. k_B は換算係数である (観察3.2)。温度をエネルギーで測れば式から消える。消せる量は物理ではない (論文95・117)。
3. 残るのは無次元の中身だけである (観察4.2)。物理として残るのは T に比例することとゼロでないことの二つだけ。 k_B も $\ln 2$ もそこには入っていない。そしてその二つは軽くない——実験的に検証されている。
4. 非可逆ゲートは**1**ビットを払わない (検算5.2)。ANDは一様入力で**1.1887** ビットを失い、入力分布で**0.2365** から **1.3261** まで動く。費用は配線の数ではなく論理エントロピーの減少である。
5. 同じ数が二つの段に置かれてきた (観察6.1)。シラード=ブリュアンは測定に、ランダウアー=ベネットは消去に。数の一致は住所の証明ではない (論文17・100)。
6. 限界は到達されない境界である (検算7.1)。仕事についての言明であって時間については何も言っていない (論文113)。

結び： $k_B T \ln 2$ を見て「自然が $\ln 2$ を選んだ」と読むではない。 $\ln 2$ はこちらがビットを選んだ跡であり、 k_B はケルビンを選んだ跡である。自然が選んだのは、消去に代価があるという一点だけである。そしてそれだけで十分に大きい。

参考文献

1. Szilard, L. (1929). *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*. Zeitschrift für Physik, 53.
2. Shannon, C. E. (1948). *A mathematical theory of communication*. Bell System Technical Journal, 27.
3. Brillouin, L. (1951). *Maxwell's demon cannot operate: information and entropy I*. Journal of Applied Physics, 22.
4. Landauer, R. (1961). *Irreversibility and heat generation in the computing process*. IBM Journal of Research and Development, 5.
5. Bennett, C. H. (1973). *Logical reversibility of computation*. IBM Journal of Research and Development, 17.
6. Bennett, C. H. (1982). *The thermodynamics of computation: a review*. International Journal of Theoretical Physics, 21.

7. Bérut, A., Arakelyan, A., Petrosyan, A., Ciliberto, S., Dillenschneider, R. & Lutz, E. (2012). *Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics*. Nature, 483.
8. Sagawa, T. & Ueda, M. (2009). *Minimal energy cost for thermodynamic information processing*. Physical Review Letters, 102.
9. 山岸勇輝 (2026). 総当たり探索の物理的資源限界 [論文04] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404131
10. 山岸勇輝 (2026). 無次元だけが調整されうる [論文10] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404556
11. 山岸勇輝 (2026). 等号は六つの別根を持つ [論文16] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
12. 山岸勇輝 (2026). 別根と言うのは半分である——住所を書け [論文17] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
13. 山岸勇輝 (2026). リウヴィルと時間の矢 [論文77]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21722473
14. 山岸勇輝 (2026). 摩擦は粗視化である [論文78]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21731937
15. 山岸勇輝 (2026). 二つのエントロピー [論文88]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21747809
16. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
17. 山岸勇輝 (2026). 過去仮説 [論文98]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758739
18. 山岸勇輝 (2026). 極限としてのモジュール [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
19. 山岸勇輝 (2026). 尺度不変性は四つの根を持つ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
20. 山岸勇輝 (2026). $\hbar$ は、不等式の数学の側には無い [論文129]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079681
21. 山岸勇輝 (2026). 渦線が終われないのは、法則ではなく恒等式である [論文130]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079996

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)