

限界が存在するのは、二つの力が同じ指数を持つからである

— チャンドラセカール質量の三層：次元が形を、レーン＝エムデンが数を、組成が μ_e を与える —

[論文141]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

白色矮星には質量の上限がある。本稿は、なぜ「上限」という形で現れるのか、その数がどの三つの層からできているのかを書く。新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。第一に、これが本稿の芯である。限界が存在するのは、二つの力が半径について同じ指数を持つからである。状態方程式を $P = K\rho^\Gamma$ とし釣り合いを尺度で書くと、質量の半径依存性は $\Gamma = 5/3$ で R^{-3} 、 $\Gamma = 3/2$ で R^{-1} 、そして $\Gamma = 4/3$ でちょうど R^0 になる（本稿で記号計算により確認）。超相対論的な縮退気体では、重力と圧力が同じ幂で R に効く。ゆえに勝負は係数だけで決まり、決めるのは一つの質量である（第2節）。第二に、数はレーン＝エムデン方程式が与える。本稿では $n = 3$ について $\theta'' + \frac{2}{\xi}\theta' + \theta^3 = 0$ を刻み 10^{-6} の四次ルンゲ＝クッタで積分し、 $\xi_1 = 6.89685$ 、 $-\xi^2\theta'|_{\xi_1} = 2.01824$ を得た（引用ではなく本稿での計算）（第3節）。第三に、限界はプランク質量の三乗を核子質量の二乗で割ったものである。組み立てると $\mu_e = 2$ で 2.854×10^{30} kg、すなわち太陽質量の 1.4350 倍。そして M_{ch} を $M_{\text{Pl}}^3/(\mu_e m_H)^2$ で割ると 3.097972 である——形は次元解析が、1 程度の数はレーン＝エムデンが与える（論文44・116）（第4節）。第四に、有名な「太陽質量の 1.4 倍」は組成の選択を含んでいる。 μ_e （電子一個あたりの核子数）を変えると、水素なら 5.74、ヘリウム・炭素・酸素なら 1.435、鉄なら 1.24 である。数は化学とともに動く（第5節）。第五に、三つの層がある。形（次元解析・強制）／1 程度の数（レーン＝エムデン・計算）／ μ_e （組成・入力）。論文140 と同じ三層の形である（第6節）。

本稿の射程：新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。チャンドラセカール（1931）、レーン＝エムデン方程式、超相対論的縮退圧はいずれも標準的である。本稿が加えるのは、「なぜ半径ではなく質量の上限になるのか」を指数の一致として書いたこと、レーン＝エムデンの定数を自前で積分したこと、限界をプランク質量の三乗割る核子質量の二乗として書いたこと、三つの層を分けたことだけである。先頭項の値は観測値そのものではない（クーロン補正・一般相対論・逆ベータ崩壊がいずれも下げる）。

1. 記法と位置づけ

状態方程式を $P = K\rho^\Gamma$ （多方指数 n で $\Gamma = 1 + 1/n$ ）と書く。非相対論的な縮退電子気体では $\Gamma = 5/3$ 、超相対論的では $\Gamma = 4/3$ である。

位置づけ：既存の結果を並べ、その数の内訳を書く。新しい定理は主張しない。論文28 は指数は次元ではないと述べ、論文116 は次元は分母に立つと述べた。本稿はその二つをチャンドラセカール質量に当てる。

2. 限界が存在するのは、指数が一致するからである

検算 2.1（尺度で書いた釣り合い）： $\rho \sim M/R^3$ として、静水圧平衡を尺度で

$$\frac{K\rho^\Gamma}{R} \sim \frac{GM\rho}{R^2}$$

と書き、 M について解くと本稿の記号計算では

Γ	M の形	R の冪
5/3	$K^3/(G^3R^3)$	-3
3/2	$K^2/(G^2R)$	-1
4/3	$K^{3/2}/G^{3/2}$	0

（証明終）

観察 2.2（これが「限界」の正体である）

$\Gamma = 4/3$ では、質量が半径に依存しない。重力と圧力が R について同じ冪で効くからである。

ゆえに勝負は係数だけで決まる。 $\Gamma = 5/3$ なら、どの質量にも釣り合う半径が一つ見つかる——縮めれば圧力が勝ち、膨らめば重力が勝つ。 $\Gamma = 4/3$ では、その調停者がいない。質量が一つの値より小さければどの半径でも支えられ、大きければどの半径でも支えられない。

観察 2.3 (体系の言い方で)

論文117 は尺度不変性の根の一つが「指数がそろうこと」であると述べた。ここでは、二つの項の指数がそろったために釣り合いが半径を決められなくなり、代わりに質量が決まる。同じ指数は、しばしば「決まらないこと」の合図である——そして決まらない場所の隣に、決まる量が現れる。

3. 数は、レーン＝エムデン方程式が与える

検算 3.1 : $n = 3$ のレーン＝エムデン方程式

$$\theta'' + \frac{2}{\xi}\theta' + \theta^3 = 0, \quad \theta(0) = 1, \theta'(0) = 0$$

を、原点の特異点を級数で回避したうえで刻み 10^{-6} の四次ルンゲ＝クッタにより積分した。結果は

$$\xi_1 = 6.89685, \quad -\xi^2\theta'|_{\xi_1} = 2.01824.$$

(証明終)

観察 3.2

この二つの数は、次元解析からは出てこない。微分方程式を解いて初めて出る。「1 程度の数」と呼ばれるものの正体は、たいていこれである (論文101)。

4. 限界は、プランク質量の三乗割る核子質量の二乗である

検算 4.1 : 超相対論的縮退圧の係数を $K = \frac{\hbar c}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} (\mu_e m_H)^{-4/3}$ 、 $n = 3$ 多方球の質量を $M = 4\pi M_3 \left(\frac{K}{\pi G}\right)^{3/2}$ と
して、本稿では

μ_e	M_{ch} (kg)	太陽質量比
2.00	2.854031×10^{30}	1.4350
1.00	1.141612×10^{31}	5.7399

を得た。(証明終)

検算 4.2 (形の同定) : プランク質量を $M_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G} = 2.176434 \times 10^{-8}$ kg として、本稿では

$$\frac{M_{\text{ch}}}{M_{\text{Pl}}^3/(\mu_e m_H)^2} = 3.097972$$

を得た。(証明終)

観察 4.3

限界は、プランク質量の三乗を核子質量の二乗で割ったものである——1 程度の数を除いて。3 乗と 2 乗という指数は、次元が決めている（論文116）。そして μ_e は分母に立つ——論文116 が「次元は分母に立つ」と書いた形が、ここでは組成について現れている。

観察 4.4（重力が弱いことの帰結）

$M_{\text{Pl}}/m_H \approx 1.3 \times 10^{19}$ である。限界がマクロな質量になるのは、この比が巨大だからである。論文10 が述べたとおり、調整されうるのは無次元の量だけであり、ここでの無次元の量は M_{Pl}/m_H である。

5. 有名な 1.4 は、組成の選択を含んでいる

検算 5.1： μ_e は電子一個あたりの核子数である。

組成	μ_e	太陽質量比
水素	1.000	5.7399
ヘリウム・炭素・酸素	2.000	1.4350
鉄56	2.154	1.2373

(証明終)

観察 5.2

「チャンドラセカル質量は太陽質量の 1.4 倍である」は、炭素・酸素の白色矮星についての言明であって、自然定数ではない。水素なら 5.74 になる。

観察 5.3 （なぜ二か）

$\mu_e = 2$ は陽子と中性子が同数の原子核という事実の言い換えである。数 2 は原子核物理から来ており、重力からも縮退からも来ていない。論文53 が指数 2 について述べたとおり、同じ数が別の場所から来ることがある——ここでの 2 は核子と電子の比である。

6. 三つの層

観察 6.1

何が	何によって決まるか	身分
形 $M \sim (\hbar c/G)^{3/2}/(\mu_e m_H)^2$	次元解析	強制
1 程度の数（3.098）	レーン＝エムデンの解	計算
μ_e	星の組成	入力

観察 6.2 （論文140 と同じ形である）

論文140 は幾何（強制）・力学（測定）・位相（規約）の三層を書いた。ここでは強制・計算・入力の三層である。二分法では足りない、というところが同じである。

観察 6.3 （そして先頭項である）

1.435 は先頭項の値であって、観測される上限そのものではない。クーロン補正、一般相対論の効果、逆ベータ崩壊が、いずれもこれを下げる。「1.4」を自然定数のように扱ってはならない——それは近似の値であり、組成の値であり、そして補正前の値である。

7. 結論

- 1. 限界が存在するのは指数が一致するからである（検算2.1）。 M の R 依存性は $\Gamma = 5/3$ で R^{-3} 、 $\Gamma = 4/3$ で R^0 。 $\Gamma = 4/3$ では調停者がいない。

2. 1 程度の数はレーン＝エムデンが与える（検算3.1）。 $\xi_1 = 6.89685$ 、 $M_3 = 2.01824$ （本稿で積分）。
3. 限界はプランク質量の三乗割る核子質量の二乗である（検算4.2）。比は **3.097972**。指数 **3** と **2** は次元が決めている（論文116）。
4. 有名な **1.4** は組成を含む（検算5.1）。水素なら **5.74**、鉄なら **1.24**。 $\mu_e = 2$ は原子核物理から来ている。
5. 三つの層がある（観察6.1）。形（強制）・数（計算）・ μ_e （入力）。論文**140** と同じ三層である。
6. **1.435** は先頭項である（観察6.3）。補正はいずれも下げる方向に働く。

結び：半径が決まらなくなったところに、質量が決まる。二つの項の指数がそろって、釣り合いは長さを選べなくなり、代わりに一つの質量を選ぶ。限界とは、決まらなさの裏返しである。

参考文献

1. Chandrasekhar, S. (1931). *The maximum mass of ideal white dwarfs*. The Astrophysical Journal, 74.
2. Chandrasekhar, S. (1939). *An Introduction to the Study of Stellar Structure*. University of Chicago Press.
3. Stoner, E. C. (1930). *The equilibrium of dense stars*. Philosophical Magazine, 9.
4. Shapiro, S. L. & Teukolsky, S. A. (1983). *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*. Wiley.
5. Hamada, T. & Salpeter, E. E. (1961). *Models for zero-temperature stars*. The Astrophysical Journal, 134.
6. 山岸勇輝 (2026). 無次元だけが調整されうる [論文10] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404556
7. 山岸勇輝 (2026). 等号は六つの別根を持つ [論文16] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
8. 山岸勇輝 (2026). 別根と言うのは半分である——住所を書け [論文17] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
9. 山岸勇輝 (2026). 山岸・ケプラー方程式——**3/2** は次元ではない [論文28] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430531
10. 山岸勇輝 (2026). $4\pi G$ の中の二つの 4π [論文35] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118
11. 山岸勇輝 (2026). ϵ は質量次元である [論文44] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602231
12. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
13. 山岸勇輝 (2026). 王道の点呼 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
14. 山岸勇輝 (2026). c の指数は何を数えているか [論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
15. 山岸勇輝 (2026). 尺度不変性は四つの根を持つ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
16. 山岸勇輝 (2026). $\hbar$ は、不等式の数学の側には無い [論文129]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079681
17. 山岸勇輝 (2026). $kgT \ln 2$ のうち、物理は T だけである [論文131]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080240
18. 山岸勇輝 (2026). フィッシャー計量が一意なのは、古典の側だけである [論文133]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080550
19. 山岸勇輝 (2026). 対称性は比を決め、力学は尺度を決める [論文140]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081997

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)