

最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である

— 定常状態と最小点のずれは、オンサーガー行列の反対称部分そのものである — [論文143]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

「系はエントロピー生成が最小になるように進む」と言われることがある。本稿は、それが自然法則ではなく、柵の内側でだけ成り立つ定理であることを書き、柵を数える。新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。第一に、これが本稿の芯である。定常状態と最小点のずれは、オンサーガー行列の反対称部分そのものである。線形則 $J_i = \sum_j L_{ij} X_j$ のもとでエントロピー生成 $\sigma = \sum_i J_i X_i$ を自由な力 X_2 について停留させる
と、その点は $X_2 = -X_1(L_{12} + L_{21})/(2L_{22})$ である。一方、定常状態の条件 $J_2 = 0$ は $X_2 = -L_{21}X_1/L_{22}$ である。両者の差は $X_1(L_{21} - L_{12})/(2L_{22})$ ——ちょうど反対称部分である（本稿で記号計算）。オンサーガー対称性は飾りではない。二つの条件が一致するのは、それがあるからである（第2節）。第二に、最小であることは第二法則が保証している。 σ のヘッセ行列は $2L$ であり、 $\sigma \geq 0$ がすべての力について成り立つこと（第二法則）が L の半正定値性を与え、それが停留点を最小にする。不等式が、極値を極小に変えている（第3節）。第三に、平衡から遠いところでは端的に破れる。ブリュッセレータを $A = 1$ で走らせると、 $B = 1.7$ ($< 1 + A^2 = 2$) では定常状態に落ち着くが、 $B = 2.5$ と $B = 3.0$ では極限周期軌道に乗り、いつまでも落ち着かない（本稿で数値積分、後半の X の振れ幅がそれぞれ **2.018677**、**3.381648**)。何も最小化されていない——状態が収束しないからである（第4節）。第四に、プリゴジンの二つの有名な結果は、互いに排他的な領域に住んでいる。最小エントロピー生成は線形・平衡近傍で、散逸構造は平衡から遠いところで。最小原理が成り立つところに散逸構造は無く、散逸構造が現れるところで最小原理は破れている（第5節）。

本稿の射程：新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。オンサーガーの相反定理（1931）、プリゴジンの最小エントロピー生成定理、ブリュッセレータはいずれも標準的である。本稿が加えるのは、定常状態と最小点のずれが反対称部分であることを明示したこと、第二法則が極値を極小にしているとしたこと、破れを数値で見せたこと、二つの結果が排他的な領域にあると書いたことだけである。プリゴジンの定理が誤りだとは言わない（誤りではない。柵の内側で正しい）。

1. 記法と位置づけ

熱力学的な力を $\mathbf{X}_i$ 、流れを $\mathbf{J}_i$ とし、エントロピー生成を $\sigma = \sum_i \mathbf{J}_i \mathbf{X}_i$ と書く。平衡近傍では線形則

$$\mathbf{J}_i = \sum_j L_{ij} \mathbf{X}_j \quad (1)$$

が成り立ち、オンサーガーの相反定理は $L_{ij} = L_{ji}$ を述べる。

位置づけ：既存の定理を並べ、その柵を数える。新しい定理は主張しない。論文127・133・138 は一意性は柵の内側にしかないと述べた。本稿は同じ数え方を、極値原理に当てる。

2. ずれは、反対称部分そのものである

検算 2.1：二つの力を持つ系で、 $\mathbf{X}_1$ を境界条件で固定し、 $\mathbf{X}_2$ を自由にする。(1) のもとで

$$\sigma = L_{11} \mathbf{X}_1^2 + (L_{12} + L_{21}) \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 + L_{22} \mathbf{X}_2^2$$

であり、本稿の記号計算では

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{X}_2} = (L_{12} + L_{21}) \mathbf{X}_1 + 2L_{22} \mathbf{X}_2, \quad 2J_2 = 2L_{21} \mathbf{X}_1 + 2L_{22} \mathbf{X}_2.$$

この二つが等しいのは $L_{12} = L_{21}$ のときに限る。(証明終)

検算 2.2 (ずれの大きさ)：それぞれをゼロにする点は

σ の停留点	$\mathbf{X}_2 = -\frac{(L_{12} + L_{21})\mathbf{X}_1}{2L_{22}}$
定常状態 $J_2 = 0$	$\mathbf{X}_2 = -\frac{L_{21}\mathbf{X}_1}{L_{22}}$
差	$\frac{(L_{21} - L_{12})\mathbf{X}_1}{2L_{22}}$

ずれは、オンサーガー行列の反対称部分そのものである。(証明終)

観察 2.3 (何が言えるか)

オンサーガー対称性は、この定理にとって飾りではない。「エントロピー生成が最小になる点」と「定常状態」という二つの別の条件が一致するのは、対称性があるからである。

そして対称性が破れる場では、定理も破れる。磁場中や回転系では $L_{ij}(B) = L_{ji}(-B)$ となり、単純な対称性は成り立たない。そこでは最小点は定常状態ではない。

観察 2.4（体系の言い方で）

論文17 は住所を書けと述べた。この定理の住所は「オンサーガー行列の対称部分」である——反対称部分は、そのままずれとして現れる。

3. 最小であることは、第二法則が与えている

検算 3.1： L を対称としたときの σ のヘッセ行列は、本稿の計算で

$$\partial^2 \sigma / \partial X_i \partial X_j = 2L_{ij}$$

である。（証明終）

観察 3.2

第二法則はすべての力について $\sigma \geq 0$ を要求する。これは L が半正定値であるという言明にほかならない。ゆえにヘッセ行列も半正定値であり、停留点は極大ではなく極小である。

観察 3.3（不等式が極値を極小にしている）

「停留点である」と「最小である」は別の言明である。前者は対称性から、後者は第二法則から来ている。論文136 は第二法則がより強い等式の系であると述べたが、ここでは逆に、第二法則が別の言明の性質を決めている。同じ法則が、場所によって働きを変える。

4. 平衡から遠いところでは、端的に破れる

検算 4.1（ブリュッセレータ）：

$$\dot{X} = A + X^2 Y - BX - X, \quad \dot{Y} = BX - X^2 Y$$

の定常状態は $X = A$ 、 $Y = B/A$ であり、 $B > 1 + A^2$ で不安定になる。 $A = 1$ として本稿で数値積分すると

A	B	後半の X の振れ幅	
1.0	1.7	0.000000	定常状態に落ち着く
1.0	2.5	2.018677	極限周期軌道
1.0	3.0	3.381648	極限周期軌道

(証明終)

観察 4.2

$B > 1 + A^2$ では系はいつまでも周期運動を続け、どの状態にも収束しない。収束しない以上、何かが最小化されているとは言えない。

観察 4.3（言い方の訂正）

「系はエントロピー生成が最小になるように進む」は、一般には正しくない。それは自然法則ではなく、柵つきの定理である。柵は四つある——線形則、オンサーガー対称性、係数が定数であること、境界条件が時間に依らないこと。どれか一つを落とせば結論は落ちる。

5. 二つの結果は、互いに排他的な領域に住んでいる

観察 5.1

結果	領域	何が起きるか
最小エントロピー生成	線形・平衡近傍	安定な定常状態・構造なし
散逸構造	平衡から遠い	振動・パターン・不安定性

観察 5.2（同じ人の二つの結果である）

どちらもプリゴジンのものであり、そして一つの系が両方を同時に示すことはない。最小原理が成り立つところに散逸構造は無く、散逸構造が現れるところでは最小原理がすでに破れている。

観察 5.3（体系の中の形）

論文125 は一人の名が二つの定理に付く場合を点呼した（ネーターの第一・第二定理）。ここでも一人の名が二つの結果に付いているが、形が違う——ネーターの二つは重なる場で両方成り立つが、プリゴジンの二つは重ならない。「同じ人の二つの結果」にも、別の型がある。

観察 5.4（平衡から遠いところに極値原理は無い）

平衡から遠い領域について、一般の極値原理は知られていない。プリゴジン自身の「一般進化基準」もポテンシャルではない——減少する量が定義できても、それが最小化される先が決まるわけではない。「何かが最小化されているはずだ」という期待は、そこでは支えを持たない。

6. 結論

1. ずれは反対称部分そのものである（検算2.2）。 σ の停留点と定常状態の差は $\frac{(L_{21} - L_{12})X_1}{2L_{22}}$ 。オンサーガー対称性は、二つの条件を一致させるためにある。
2. 最小であることは第二法則が与えている（検算3.1）。ヘッセ行列は $2L$ であり、 $\sigma \geq 0$ が半正定値性を与える。停留と極小は別の言明である。
3. 平衡から遠いところでは破れる（検算4.1）。 $B = 2.5, 3.0$ で極限周期軌道（振れ幅 **2.018677**、**3.381648**）。収束しない以上、最小化されているとは言えない。
4. 柵は四つある（観察4.3）。線形則・オンサーガー対称性・係数が定数・境界条件が定常。一つ落とせば結論は落ちる。
5. プリゴジンの二つの結果は排他的である（観察5.1）。一つの系が両方を同時に示すことはない。
6. 平衡から遠いところに一般の極値原理は無い（観察5.4）。期待は支えを持たない。

結び：「最小になるように進む」という言い方は、法則の顔をしている。だが実際には、四つの仮定の内側でだけ成り立つ定理である。そして最も静かな仮定——オンサーガー対称性——を外すと、最小点はそのまま定常状態からずれる。ずれの大きさは、外した対称性の大きさそのものであった。

参考文献

1. Onsager, L. (1931). *Reciprocal relations in irreversible processes I*. Physical Review, 37.
2. Prigogine, I. (1945). *Modération et transformations irréversibles des systèmes ouverts*. Bulletin de la Classe des Sciences, Académie Royale de Belgique, 31.
3. Glansdorff, P. & Prigogine, I. (1971). *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*. Wiley.
4. Nicolis, G. & Prigogine, I. (1977). *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*. Wiley.
5. de Groot, S. R. & Mazur, P. (1962). *Non-Equilibrium Thermodynamics*. North-Holland.
6. Jaynes, E. T. (1980). *The minimum entropy production principle*. Annual Review of Physical Chemistry, 31.
7. 山岸勇輝 (2026). 等号は六つの別根を持つ [論文16] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
8. 山岸勇輝 (2026). 別根と言うのは半分である——住所を書け [論文17] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
9. 山岸勇輝 (2026). リウヴィルと時間の矢 [論文77]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21722473
10. 山岸勇輝 (2026). 摩擦は粗視化である [論文78]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21731937
11. 山岸勇輝 (2026). 二つのエントロピー [論文88]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21747809
12. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実 [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
13. 山岸勇輝 (2026). 過去仮説 [論文98]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758739
14. 山岸勇輝 (2026). 王道の点呼 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
15. 山岸勇輝 (2026). 極限としてのモジュール [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
16. 山岸勇輝 (2026). 尺度不変性は四つの根を持つ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
17. 山岸勇輝 (2026). 同じ「正準交換関係」が、三つの別の状況を指している [論文127]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079508
18. 山岸勇輝 (2026). $k_B T \ln 2$ のうち、物理は T だけである [論文131]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080240
19. 山岸勇輝 (2026). 等式は厳密でも、平均は裾が握っている [論文136]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081230
20. 山岸勇輝 (2026). どこまでがハミルトニアンかは、規約である [論文138]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081512
21. 山岸勇輝 (2026). 動かすと、 2π だけが残る [論文142]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082281

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)