

同じ H^2 でも、係数が違えば量子化しない

— 「局所から大域へ」の障害の点呼：ストークス・ガウス・ディラック・ポアンカレ＝ホップ — [論文147]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

体系は「局所では自明、大域では自明でない」という形に何度も出会ってきた（論文92・70・128・146）。本稿はその障害たちを点呼し、住所と型を書く。新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。第一に、障害は群であり、その次元は体系の数ではない。円周・球面・トーラス・穴あき三次元空間のいずれでも、最上次のコホモロジーは一次元である。体系の 4π はその次元ではない—— 4π は対の値（周期）であって、群の大きさではない（第2節）。第二に、一次元だからこそ、面積形式とオイラー形式は比例している。半径 R の球面で、面積形式の積分は $4\pi R^2$ 、 $K dA$ の積分は 4π 、比は R^2 （本稿で記号計算）。同じ一次元の群の中で、片方は計量に依り、片方は依らない。論文128 の分離が、一つの群の内側に R^2 という因子として見えている（第3節）。第三に、 2π と 4π は生成元の周期として現れる。円周の H^1 の生成元の周期は 2π 、単位球面の H^2 の生成元の周期は 4π である（本稿で計算）。ただしこれは共通の言語であって共通の根ではない——論文142 の 2π は滑らかさ、論文128 の 4π は $\text{Vol}(S^2)$ であり、来た場所は違う（第4節）。第四に、これが本稿の芯である。同じ H^2 でも、係数が違えば量子化しない。 $H^2(S^2; \mathbb{R}) = \mathbb{R}$ は連続体であり、どんな流束も許す。 $H^2(S^2; \mathbb{Z}) = \mathbb{Z}$ は格子であり、整数の類しか現れない。ド・ラーム・コホモロジーは実係数だから、何も量子化しない（第5節）。第五に、ゆえに電荷はガウスの法則からは量子化されない。量子化されるのは単磁極が在る場合だけで、しかも同じ整数を逆から読んだ結果である—— $2eg/\hbar = n$ は積を縛るから、単磁極が一つ在れば、あらゆる電荷が量子化される（第6節）。

本稿の射程：新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。ド・ラームの定理、チェック＝ド・ラームの一致、指数列、ディラックの量子化はいずれも標準的である。本稿が加えるのは、四つの障害を住所と型で並べたこと、 4π が次元でなく周期であると明示したこと、同じ一次元の群の中に計量依存と位相の両方が住むことを R^2 として見せたこと、量子化の分離子が係数であると言ったことだけである。単磁極が存在するとは主張しない（論文146 と同じ）。

1. 記法と位置づけ

実係数のド・ラーム・コホモロジーを $H^k(M; \mathbb{R})$ 、整数係数の特異コホモロジーを $H^k(M; \mathbb{Z})$ と書く。

位置づけ：既存の定理を並べ、住所と型を書く。新しい定理は主張しない。論文146 は最も小さい例で「貼り合わせの失敗」に名前を付けた。本稿はその点呼を体系の他の場所へ広げる。

2. 障害は群であり、その次元は体系の数ではない

観察 2.1

空間	ド・ラーム・コホモロジー	最上次の次元	体系の数
S^1	$H^0 = \mathbb{R}, H^1 = \mathbb{R}$	1	2π
S^2	$H^0 = \mathbb{R}, H^1 = 0, H^2 = \mathbb{R}$	1	4π
T^2	$H^0 = \mathbb{R}, H^1 = \mathbb{R}^2, H^2 = \mathbb{R}$	1	面積
$\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$	$H^0 = \mathbb{R}, H^2 = \mathbb{R}$	1	4π

観察 2.2（次元と周期は別の量である）

どの場合も次元は 1 である。体系の 4π はその次元ではない。 4π は生成元を積分して得られる値、すなわち周期である。

「障害は一次元である」と「その数は 4π である」は、同じ H^2 についての別の言明である（論文17）。片方は群の大きさ、片方は正規化の値である。

3. 一次元だから、二つの形式は比例している

検算 3.1：半径 R の球面で、本稿の記号計算では

形式	積分	身分
面積形式 $R^2 \sin \theta$	$4\pi R^2$	計量に依る
$K dA = \sin \theta$	4π	位相的
比	R^2	

（証明終）

観察 3.2（これが要点である）

$H^2(S^2)$ は一次元だから、この二つの 2-形式は同じ群の元であり、互いの定数倍である。同じコホモロジー類の族に属することは、どちらが強制されているかを何も言わない。

論文128 は $\text{Vol}(S^2)$ と $2\pi\chi(S^2)$ を分けた。ここではその分離が、一つの群の内側に R^2 という因子として見えている。「同じ群に住んでいる」は「同じものである」ではない。

4. 2π と 4π は、生成元の周期である

検算 4.1：本稿の計算では

群	生成元	周期
$H^1(S^1)$	$d\varphi$	2π
$H^2(S^2)$ （単位球）	$\sin \theta \, d\theta \wedge d\varphi$	4π

（証明終）

観察 4.2（共通の言語であって、共通の根ではない）

この言語では 2π と 4π は一次違いの生成元の周期として並ぶ。だがそれは、二つが同じ根を持つということではない。

論文142 の 2π は円錐特異点を消す滑らかさの条件であり、論文128 の 4π は方向の空間の体積である。同じ柵に並べられることと、同じところから来たことは違う（論文100）。柵は言語であり、来歴は根である。

5. 同じ H^2 でも、係数が違えば量子化しない

観察 5.1

	係数	何が許されるか
$H^2(S^2; \mathbb{R}) = \mathbb{R}$	実数	連続体——どんな流束も
$H^2(S^2; \mathbb{Z}) = \mathbb{Z}$	整数	格子——整数の類だけ

観察 5.2（これが芯である）

ド・ラーム・コホモロジーは実係数だから、何も量子化しない。整数性は整数係数の類から来る——同じことだが、 $U(1)$ の遷移関数が一価であることを要求するところから来る（論文146）。

ゆえに「大域的な障害があるから量子化される」は正しくない。障害があることと、その値がとびとびであることは別の言明である。分離子は係数である。

6. 電荷は、ガウスの法則からは量子化されない

観察 6.1

ガウスの法則 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\epsilon_0$ は、 q について何の制限も置かない。流束は実数の連続体を走る。

観察 6.2（では電荷はなぜ量子化されているのか）

この議論からは出てこない。単磁極が一つでも存在すれば、 $2eg/\hbar = n$ が積を縛るから、 g を固定してあらゆる e が量子化される（ディラック）。だが単磁極は発見されていない。

観察 6.3（同じ整数を、逆から読む）

論文146では g の量子化として読んだ整数を、ここでは e の量子化として読んでいる。同じ一つの整数であり、どちらを既知とするかで役割が入れ替わる（論文16 の等号の根の話と同型——一つの関係が、立つ場所で別の言明になる）。

7. 点呼

観察 7.1

どこか	障害の住所	型	振る舞い
ストークス（論文92）	$H^k = 0$	—	障害が無い（閉ならば完全）
ガウスの法則	$H^2_{\text{dr}}(\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}; \mathbb{R})$	実数	電荷とともに連続に動く
ディラック（論文146）	$H^2(S^2; \mathbb{Z})$	整数	とびとびに動く
ポアンカレ=ホップ（論文128）	オイラー類 $\in H^2(M; \mathbb{Z})$	整数	$\chi(M)$

観察 7.2

「局所では自明、大域では自明でない」という一語が、四つの別の障害を指している。そして二番目と三番目を分けているのは、空間でも次元でもなく、係数である。

観察 7.3（層は何をしているか）

層は「局所の資料と重なりでの一致」を記帳する。記帳法が共通だからといって、記帳される中身が同じではない。グロタンディークの見方が与えるのは共通の言語であって、共通の根ではない——そして体系が守ってきたのは、言語の一致を根の一致と読まないことであった。

8. 結論

1. 障害は群であり、次元は 1 である（観察2.1）。体系の 4π はその次元ではなく、生成元の周期である。
2. 一次元だから二つの形式は比例している（検算3.1）。面積形式は $4\pi R^2$ 、 $K dA$ は 4π 、比は R^2 。同じ群に住むことは、同じものであることではない（論文128）。
3. 2π と 4π は生成元の周期として並ぶ（検算4.1）。だがそれは共通の言語であって共通の根ではない（論文100）。
4. 同じ H^2 でも係数が違えば量子化しない（観察5.1）。実係数は連続体、整数係数は格子。ド・ラームは何も量子化しない。
5. 電荷はガウスの法則からは量子化されない（観察6.1）。単磁極が在れば同じ整数を逆から読んで量子化される（論文146）。
6. 四つの障害が並ぶ（観察7.1）。二番目と三番目を分けているのは係数である。

結び：同じ棚に並べられることは、同じところから来たことではない。層とコホモロジーは、体系が何度も出会ってきた形に共通の名前を与える。だが名前が同じでも、係数が違えば結論が違う——連続に動くか、とびとびに動くか。住所を書くとは、群だけでなく係数まで書くことである。

参考文献

-
1. de Rham, G. (1931). *Sur l'analysis situs des variétés à n dimensions*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 10.
 2. Leray, J. (1946). *L'anneau d'homologie d'une représentation*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 222.
 3. Grothendieck, A. (1957). *Sur quelques points d'algèbre homologique*. Tôhoku Mathematical Journal, 9.
 4. Dirac, P. A. M. (1931). *Quantised singularities in the electromagnetic field*. Proceedings of the Royal Society A, 133.
 5. Bott, R. & Tu, L. W. (1982). *Differential Forms in Algebraic Topology*. Springer.
 6. Nakahara, M. (2003). *Geometry, Topology and Physics*, 2nd ed. Institute of Physics.
 7. 山岸勇輝 (2026). 等号は六つの別根を持つ [論文16] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
 8. 山岸勇輝 (2026). 別根と言うのは半分である——住所を書け [論文17] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
 9. 山岸勇輝 (2026). $4\pi G$ の中の二つの 4π [論文35] 第3版. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118
 10. 山岸勇輝 (2026). 指数定理の住所 [論文70]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21650347
 11. 山岸勇輝 (2026). 共有された字母（カルタン） [論文92]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758486
 12. 山岸勇輝 (2026). ゲージ原理（ワイル） [論文96]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758671
 13. 山岸勇輝 (2026). 王道の点呼 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
 14. 山岸勇輝 (2026). 二つのネーター [論文107]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837205
 15. 山岸勇輝 (2026). $4\pi = 2\pi\chi$ が成り立つのは、三次元だけである [論文128]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079576

16. 山岸勇輝 (2026). 渦線が終われないのは、法則ではなく恒等式である [論文130]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079996
17. 山岸勇輝 (2026). どこまでがハミルトニアンかは、規約である [論文138]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081512
18. 山岸勇輝 (2026). 動かすと、 2π だけが残る [論文142]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082281
19. 山岸勇輝 (2026). ディラックの弦は、一枚の紙で書こうとした跡である [論文146]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082868

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)