

その特異点は、どちらの持ち物か

— 広中とペレルマン：韻は方法にあり、対象には無い — [論文174]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

広中の特異点解消とリッチフローの手術は、よく似て見える——どちらも悪い局所模型を標準的なものに取り替え、有限回で済ませる。本稿はこの相似を韻として書き、三つの分離子を数で置く。構造的な同一性は主張しない——むしろ、しないことが本稿の目的である。第一に、ブローアップは中心の外で同型である。

$(X, Y) \mapsto (X, XY)$ は $X \neq 0$ で厳密に往復し、 $X = 0$ の直線全体が一点に潰れる——つまり双有理であり、逆（ブローダウン）を持つ（第2節）。第二に、解消は実際に終わる。結節点と尖点は1回、 $y^2 = x^5, x^7, x^9$ はそれぞれ2, 3, 4回で狭義変換が滑らかになる（重複度列 $[2, 2, 1]$, $[2, 2, 2, 1]$, $[2, 2, 2, 2, 1]$ ）（第3節）。第三に、第一の分離子は可逆性である。ブローアップは基本群を変えず（ χ は +1）、手術は基本群を変えるために行われる（第4節）。第四に、これが最も鋭い。丸い3次元球面は $t = 0$ でどこにも特異点を持たず、 $t = 0.25$ で曲率が発散する（ $t = 0.249999$ で 250000）——広中が除くのは最初からある欠陥、ペレルマンが除くのは道具が作った欠陥である（第5節）。第五に、手術には尺度の選択が要る。閾値を $10, 100, 10^4, 10^6$ と変えると、切る時刻も首の半径も変わる——ブローアップにその自由は無い（第6節）。

本稿の射程：新しい数学定理は主張しない——広中の定理、ブローアップの局所計算、リッチフローの球面解、ペレルマンの手術は、いずれも標準的である。そして構造的な同一性を主張しない——論文110が「手術と繰り込みは韻である」と書いた規律を、本稿はもう一組に当てる。韻は見るための免許であって、結論のための根拠ではない。加えたのは重複度列を自前の多項式演算で追って解消の回数を出したこと、曲率の発散が $t = 0$ に無いことを数で示したこと、閾値を振って「切る場所が規約である」と示したことである。

1. 記法と位置づけ

平面曲線の原点での重複度を、最低次の項の全次数とする。狭義変換とは、ブローアップした後に例外因子の因子を割り落としたものをいう。本稿の多項式演算は有理数係数で自前に実装した。

位置づけ：論文103 はリッチフローを「動的な唯一性」として書き、論文110 はリッチフローと繰り込み群の一致を五つの言語で並べたうえで、手術と繰り込みの相似は韻であると明示した。本稿はその作法を、より誘惑の強いもう一組に当てる。

2. ブローアップは、中心の外で同型である

検算 2.1：チャート $y = XY$ での写像 $(X, Y) \mapsto (X, XY)$ 。

(X, Y)	像 (x, y)	復元した (X, Y)
$(1.0, 2.0)$	$(1.0, 2.0)$	$(1.0, 2.0)$
$(0.5, -3.0)$	$(0.5, -1.5)$	$(0.5, -3.0)$
$(2.0, 0.25)$	$(2.0, 0.5)$	$(2.0, 0.25)$

$X \neq 0$ では往復が厳密に一致する。（証明終）

観察 2.2

$X = 0$ ではどの Y も $(0, 0)$ に写る——直線全体が一点に潰れ、その一点の上に射影直線が立つ。つまりブローアップは、より低い次元の集合の外で同型——双有理な写像であり、逆（ブローダウン）を持つ。

3. 解消は、実際に終わる

検算 3.1：狭義変換が原点で滑らかになるまでブローアップを繰り返す。

曲線	重複度列	ブローアップの回数
結節点 $y^2 = x^3 + x^2$	[2]	1
尖点 $y^2 = x^3$	[2, 1]	1
$y^2 = x^5$	[2, 2, 1]	2
$y^2 = x^7$	[2, 2, 2, 1]	3
$y^2 = x^9$	[2, 2, 2, 2, 1]	4

(証明終)

観察 3.2

重複度 2 は、指数を二つずつ吐き出しながら落ちていく。手続きは終わり、広中（1964）により、標数 0 の体上のあらゆる多様体で終わる。

観察 3.3

そしてここに、最初の柵がすでに立っている——標数 p では、次元 4 以上で未解決である。リッチフローには、 p に相当する径数がそもそも無い。二つの「手術」は、径数空間を共有していない。

4. 第一の分離子：一方は可逆で、他方は可逆でない

観察 4.1

操作	逆	情報
ブローアップ	ブローダウンがある	保たれる（双有理）
リッチフローの手術	無い	捨てられる

観察 4.2

不変量への効き方も逆である。

操作	π_1	b_2	χ
曲面を一点でブローアップ	変わらない	+1	+1
首での手術	変わる	—	0 のまま

射影平面を k 点でブローアップすると $\chi = 3 + k$ である ($k = 0, \dots, 4$ で $3, 4, 5, 6, 7$)。(証明終)

観察 4.3

ブローアップは基本群に指一本触れない。手術は、まさに基本群を変えるために行われる——素分解に沿って多様体を割るのである。一方は対象を（双有理同値の意味で）保ち、他方は対象をばらす。目的が逆を向いている。

5. 第二の分離子：その特異点は、どちらの持ち物か

検算 5.1：リッチフローの下で半径 r の丸い n 次元球面は $r(t)^2 = r_0^2 - 2(n-1)t$ に従う。

n	r_0	消滅時刻	$t = 0$ で滑らかか
2	1.0	0.5	はい
3	1.0	0.25	はい
3	2.0	1.0	はい
4	1.0	0.166666666667	はい

検算 5.2：曲率の尺度 ($n = 3$ 、 $r_0 = 1$)。

t	$1/(\tau_0^2 - 4t)$
0.0	1.0
0.1	1.666666667
0.2	5.0
0.2499	2500.0
0.249999	250000.0

（証明終）

観察 5.3

$t = 0$ には特異点がどこにも無い。曲率の発散は流れが作ったのである。

観察 5.4

広中が除くのは、誰かが来る前からそこにあった欠陥である。ペレルマンが除くのは、自分の道具が生んだ欠陥である。同じ「特異点解消」という語が、出どころの逆な二つを指している——これが最も鋭い分離子である。

6. 第三の分離子：手術には尺度の選択が要る

観察 6.1

ブローアップに自由径数は無い——例外因子は接錐の射影化であり、選ぶものが何も無い。手術にはある——曲率が選んだ閾値に達したところで首を切る。

検算 6.2 ($n = 3$ 、 $r_0 = 1$)

閾値	切る時刻	切るときの半径
10	0.225	0.316227766
100	0.2475	0.1
10^4	0.249975	0.01
10^6	0.24999975	0.001

(証明終)

観察 6.3

閾値ごとに、切る時刻も首の半径も変わる。論文95 の言葉でいえばこれは規約であり、定理の本当の仕事は答が選択に依らないことを示すことである。広中には、果たすべきこの条項が無い。

7. では、韻には何の値打ちがあるのか

観察 7.1

値打ちはある。どちらも悪い局所模型を標準的なものに取り替え、対象が使えるようになるまで有限回それを行い、各段で落ちる単調量によって終了を保証する。これは本物の型である——ただし方法の型であって、対象の型ではない。

観察 7.2

方法の韻は「見に行ってよい」という免許を与える。結論を与えはしない。本稿が置いた三つの分離子は、その免許がどこで切れるかを書いたものである。

8. 点呼

観察 8.1

項目	広中（ブローアップ）	ペレルマン（手術）
特異点の出どころ	最初からある	流れが作る
可逆性	ブローダウンがある	無い
基本群	変えない	変えるために行う
尺度の選択	無い	要る（閾値）
径数空間	標数がある（ p は未解決）	標数が無い
共通するもの	悪い局所模型を標準形に	有限回・落ちる単調量

9. 結論

1. ブローアップは双有理で、逆を持つ（検算2.1）。
 2. 解消は終わる（検算3.1）：**1, 1, 2, 3, 4** 回。
 3. 可逆性と基本群で分かれる（観察4.1・4.3）。
 4. 特異点の出どころが逆である（検算5.1・5.2）： $t = 0$ で **1.0**、 $t = 0.249999$ で **250000**。
 5. 手術の切り口は規約である（検算6.2）。
- 結び：二つの定理は、同じ動作をしているように見える。だが一方は世界が置いていった傷を直し、他方は自分がつけた傷を直している。似ていることに気づくのは良いことである——そこで止まらないことは、もっと良いことである。

参考文献

1. Hironaka, H. (1964). *Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteristic zero*. Annals of Mathematics, 79.
2. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. Journal of Differential Geometry, 17(2).
3. Perelman, G. (2002). *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*. arXiv:math/0211159.
4. Perelman, G. (2003). *Ricci flow with surgery on three-manifolds*. arXiv:math/0303109.
5. Kneser, H. (1929). *Geschlossene Flächen in dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten*. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 38.
6. Milnor, J. (1962). *A unique decomposition theorem for 3-manifolds*. American Journal of Mathematics, 84(1).

7. 山岸勇輝 (2026). 「解けない」は三つの別根を持つ [論文25]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090297
8. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
9. 山岸勇輝 (2026). 規約と事実を分ける [論文95]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758621
10. 山岸勇輝 (2026). 幾何を正準形へ流す [論文103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
11. 山岸勇輝 (2026). 4次元だけの例外 [論文105]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836925
12. 山岸勇輝 (2026). リッチフローは繰り込み群の流れである [論文110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476
13. 山岸勇輝 (2026). 一意化が与えるのは「一つの形」ではなく、「一つの模型と、一つの径数」である [論文167]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22093172

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)