

「対称性の破れ」は一語ではない

— 動かすのはラグランジアンか、真空か、測度か：そして有限系では何も破れない — [論文175]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

「作用は対称なのに、答が対称でない」という同じ見かけが、三つの別々の場所から来ている。本稿はそれを点呼し、それぞれについて何を動かすと破れが動くかを書く。新しい物理法則は主張しない——いずれも標準的な内容である。第一に、自発的破れでは作用が対称で、真空が対称でない。メキシコ帽型の $V = (|\phi|^2 - 1)^2$ の真空 $(1, 0)$ でヘッセ行列の固有値は **0.0000000008** と **8.0000000008**——零がちょうど一つあり、それがゴールドストーン方向である（第2節）。第二に、その個数は選べない。 $O(N) \rightarrow O(N-1)$ で零固有値は $N = 2, 3, 4, 5$ に対し **1, 2, 3, 4** 個——つねに $N-1$ である（第3節）。第三に、明示的破れでは動かすものが違う。対称でない項 $-\epsilon x$ をラグランジアンに入れると平坦方向が持ち上がり、その量は ϵ に比例する（固有値/ ϵ が **0.999996** から **0.987876**）（第4節）。第四に、これが本稿の芯であり、ブレーキである。有限系では自発的破れは起こらない。二重井戸を解くと分裂は **1.5837** から **0.0385** へ落ちるが決して零にならず、基底状態は障壁がどれだけ高くても偶関数のままである（非対称性 5.4×10^{-14} ）（第5節）。第五に、量子異常では作用も真空も対称で、測度が対称でない。同じ変換・同じ被積分関数で、 dx なら積分が **0.1** 倍になり、 dx/x なら **1.0** 倍のままである（第6節）。

本稿の射程：新しい物理法則は主張しない——南部＝ゴールドストーンの定理、明示的破れ、アドラー＝ベル＝ジャッキーの異常、藤川の測度による定式化、有限系に自発的破れが無いことは、いずれも標準的である。また第6節は類推であって導出ではない——カイラル異常を導いてはおらず、示すのは「被積分関数の対称性と測度の対称性は独立である」という構造だけである。加えたのは三つを同じ検算の上に並べたこと、 $N-1$ という個数を数値で確かめたこと、擬ゴールドストーンの質量が ϵ に比例することを測ったこと、そして有限系では破れないことを、自前で解いた固有値と波動関数で示したことである。

1. 記法と位置づけ

場の理論の言葉は使わず、必要な構造だけを最小の模型で扱う。固有値は自前の実装（小行列はヤコビ回転、三重対角はスターム列の二分法）で求めた。

位置づけ：論文85 は対称性が「可能なこと」の裁定者であると書き、論文107 はネーターの二つの定理を分けた。本稿はその裏側を扱う——対称性が効かなくなるときの、三つの別々の理由である。

2. 自発的：作用は対称で、真空が対称でない

観察 2.1

$V(\phi) = (|\phi|^2 - 1)^2$ は $\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$ で不変である。ところが最小点は円をなすから、どの一点も不変ではない。

検算 2.2：真空 $(1, 0)$ でヘッセ行列の固有値を求める。

固有値	向き
0.0000000000800	円に沿う平坦方向（ゴールドストーン）
8.0000000000816	半径方向

（証明終）

検算 2.3：対称変換が真空をどこへ運ぶか。

回転角	行き先	そこでの V	もとの真空との距離
0.3	(0.9553, 0.2955)	0	0.2989
1.1	(0.4536, 0.8912)	0	1.0454

（証明終）

観察 2.4

同じエネルギー、違う点である。対称性は消えていない——真空を別の真空へ移しただけである。そして、どの真空も対称性で固定されない。

3. 個数は選べない

検算 3.1 : $O(N)$ 対称な $V = (\sum x_i^2 - 1)^2$ の真空でヘッセ行列を対角化する。

N	固有値	零の個数	$N - 1$
2	0, 8	1	1
3	0, 0, 8	2	2
4	0, 0, 0, 8	3	3
5	0, 0, 0, 0, 8	4	4

(証明終)

観察 3.2

つねに $N - 1$ である。この数は選択ではなく、群の次元から、真空をまだ固定している部分群の次元を引いたものである（論文86 が「必然性の四つの根」で対称性を挙げたのと同じ場所である）。

4. 明示的：動かすのはラグランジアンである

検算 4.1 : 対称でない項 $-\epsilon x$ を加える。円をなしていた最小点は孤立点に潰れる。

ε	持ち上がった固有値	固有値 / ε
0	8×10^{-10} (= 零)	——
10^{-4}	0.0000999996	0.999996
10^{-3}	0.0009998762	0.999876
10^{-2}	0.0099875403	0.998754
10^{-1}	0.0987875753	0.987876

(証明終)

観察 4.2

$\varepsilon = 0$ では平坦方向は厳密に平坦である。どんなに小さい ε でもそれは持ち上がり、持ち上がりは ε に比例する——ゴールドストーンになりそこねた粒子（擬ゴールドストーン）である。

観察 4.3

動いたのはラグランジアンであって、真空ではない。自発的破れと明示的破れは、見かけが似ていても、手を触れた場所が違う。

5. 芯：有限系では、何も破れない

観察 5.1

同じ二重井戸を量子力学の問題として解く。 $H = -d^2/dx^2 + a(x^2 - 1)^2$ とし、三重対角行列のスターム列を自前で書いて固有値を求めた。

検算 5.2

障壁 a	E_0	E_1	分裂 $E_1 - E_0$	前段との比
2	1.739159929	3.322848832	1.5836889027	—
5	3.285153786	4.547352639	1.2621988524	0.7970
10	5.331804619	6.074031419	0.7422267997	0.5880
20	8.227161060	8.477402611	0.2502415507	0.3371
40	12.072664043	12.111168325	0.0385042815	0.1539

検算 5.3：基底状態のパリティを、逆反復で波動関数を出して測る。

障壁 a	$\max_x \psi(x) - \psi(-x) $
5	3.6×10^{-15}
20	5.4×10^{-14}

(証明終)

観察 5.4

分裂は加速しながら小さくなるが、決して零にならない。障壁が有限であるかぎり、二つの井戸は互いに話し続けている。

観察 5.5

そして基底状態は、障壁がどれだけ高くても偶関数のままである。すなわち有限系に自発的対称性の破れは無い。それは無限体積の極限についての主張であり、上の分裂こそが、その極限で消えなければならない量である（論文113 が「モジュールは壁ではなく極限である」と書いたのと同じ構造で、極限を取る前と後で言えることが違う）。

観察 5.6

したがって「対称性が破れている」という文には、暗黙の極限が入っている。有限の系を指してそう言うとき、正確には「分裂が観測にかからないほど小さい」と言っている。

6. 量子異常：動かすのは測度である

観察 6.1

三つ目は、作用も真空も対称なのに破れる場合である。異常とはヤコビアンであり、対称でないのは積分の測度である（藤川 1979）。

検算 6.2：その構造だけを一次元で見る。 $f(x) = e^{-(\log x)^2}$ を取り、 $x \rightarrow Lx$ に対する積分を二つの測度で比べる。

L	$\int f(Lx) dx$	$\int f(Lx) dx/x$
1	2.27587579447	1.77245385091
2	1.13793789723	1.77245385091
10	0.227587579447	1.77245385091
$L = 10$ の比	0.1	1.0

（証明終）

観察 6.3

同じ変換、同じ被積分関数、違う測度——一方の積分は動かず、他方は動く。「積分されるもの」の対称性と「それが積分される先」の対称性は、独立である。

観察 6.4

これは類推であって、カイラル異常の導出ではない。示したのは住所だけである——作用も真空も動いていない。動いたのは測度である。論文117 が異常次元を「次元解析の反例」として挙げたのと、同じ場所を別の角度から見ている。

7. 点呼

観察 7.1

破れ方	動かすもの	何が対称でないか	残る痕跡
明示的	ラグランジアン	対称性が最初から無い	擬ゴールドストーン（質量 $\propto \epsilon$ ）
自発的	真空の選び方	作用は対称・真空が非対称	ゴールドストーン $N-1$ 個
量子異常	積分測度	作用も真空も対称	古典的保存則が量子で破れる

観察 7.2

さらに、自発的破れには第四の柵がある。

有限系	自発的破れは起きない（基底状態は対称）
無限体積	分裂が消えて、はじめて破れる

観察 7.3

三つは強さの階段ではない。どれが起きているかを決めるのは、どこに手を触れたかである。

8. 結論

1. 自発的破れの平坦方向は厳密に平坦（検算2.2）：固有値 8×10^{-10} と 8.0。

2. ゴールドストーンの個数は $N - 1$ (検算3.1) : $N = 5$ で 4 個。
3. 明示的破れの持ち上がりは ε に比例 (検算4.1) : 0.999996 から 0.987876。
4. 有限系では破れない (検算5.2・5.3) : 分裂は 0.0385 まで落ちてても零にならず、基底状態は偶関数 (5.4×10^{-14})。
5. 異常が動かすのは測度 (検算6.2) : dx で 0.1 倍、 dx/x で 1.0 倍。

結び : 「対称性が破れている」と聞いたら、次に問うべきはどこに手を触れたかである。式を書き換えたのか、答を一つ選んだのか、それとも数え方を変えたのか。三つとも同じ言葉で呼ばれ、同じ見かけをしていて、直し方はそれぞれ違う。

参考文献

1. Nambu, Y. (1960). *Quasi-particles and gauge invariance in the theory of superconductivity*. Physical Review, 117(3).
2. Goldstone, J. (1961). *Field theories with superconductor solutions*. Il Nuovo Cimento, 19(1).
3. Goldstone, J., Salam, A., & Weinberg, S. (1962). *Broken symmetries*. Physical Review, 127(3).
4. Adler, S. L. (1969). *Axial-vector vertex in spinor electrodynamics*. Physical Review, 177(5).
5. Bell, J. S., & Jackiw, R. (1969). *A PCAC puzzle*. Il Nuovo Cimento A, 60(1).
6. Fujikawa, K. (1979). *Path-integral measure for gauge-invariant fermion theories*. Physical Review Letters, 42(18).
7. Anderson, P. W. (1972). *More is different*. Science, 177(4047).
8. 山岸勇輝 (2026). ガロアからネーターへ [論文85]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741344
9. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
10. 山岸勇輝 (2026). ゲージという原理 [論文96]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758671
11. 山岸勇輝 (2026). 二つのネーター [論文107]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837205
12. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく、極限である [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
13. 山岸勇輝 (2026). スケール不変性は、四通りに指数を選ぶ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
14. 山岸勇輝 (2026). 最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である [論文143]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082367
15. 山岸勇輝 (2026). その特異点は、どちらの持ち物か [論文174]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22094572

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)