

山岸運動エネルギー方程式

— $E_k = 2\pi v^2$ と、 2π の三つの別根 — [論文18]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第4版)

— From thinking to syncing. —

要旨

古典力学の運動エネルギー $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ に、 $n = 2$ 唯一性定理から得られる山岸パッチ $m = 4\pi = \text{Vol}(S^2)$ を代入すると $E_k = 2\pi v^2$ となる。この代入は正しい。係数 $\frac{1}{2}$ は積分 $\int_0^v v' dv' = \frac{v^2}{2}$ の結果である。本稿は、この式に現れる 2π の身元を調べる。数値 2π は本体系の複数の場所に現れるが、それらは同じ数であって、同じ根ではない。本稿は三つの別根を点呼する——根A：半球の立体角 ($\Omega_{\text{半球}} = 2\pi$) / 根B：位相の周期性 ($\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$)。 $h = 2\pi\hbar$ および位相空間のセル $d^3x d^3p / (2\pi\hbar)^3$ の 2π も、位相 $e^{i\theta}$ の周期性から来るのでこの根Bに属する) / 根C： $\text{Vol}(S^1)$ 、すなわち奇の階段の値 (論文115)。三つはいずれも質量次元をもたない。そして本稿の 2π は、そのどれでもない。 E_k の前に立つ因子は質量の席にあり、 $m = 4\pi$ は単位の選び方のもとで置いた質量の値だから (論文35・60)、本稿の 2π はその値の半分であって、半球の立体角とは同じ数として並ぶ。根Cは、 2π を S^1 の周長と読む見方に構造的な診断を与える—— $\frac{1}{2}\text{Vol}(S^2) = \text{Vol}(S^1)$ は数値としては正しいが、 $\text{Vol}(S^2)$ は偶の階段に、 $\text{Vol}(S^1)$ は奇の階段に住んでおり、 $4\pi \rightarrow 2\pi$ は漸化式の一步ではない (4π の次段は $\frac{8\pi^2}{3}$ 、 2π の次段は $2\pi^2$)。すなわちこの一致は署名であって、生成規則による繋がりではない (論文100)。さらに、相対論的展開 $E = 4\pi c^2 + 2\pi v^2 + \frac{3}{2}\pi \frac{v^4}{c^2} + \dots$ が無次元量 v/c の冪級数であり、論文113のいう「モジュールの境界」がそこに住むこと、本稿の v^2 が速度空間の平坦近似における量であること (論文60・63の双曲幾何は $v \sim c$ で顔を出す)、本稿の式が各次元に一つずつ存在する族の $d = 3$ の成員であること (論文114の物差し。 $d = 4$ なら $E_k = \pi^2 v^2$) を示す。

本稿の射程 (scope note) : 本稿は、既存の物理法則に対する構造的解釈を提示する。示す代数的関係はいずれも既知の式への代入であり、新しい物理法則も予言も主張しない。 $m = 4\pi$ 等の代入は自然単位系の選択であり、 $G = 1$ (幾何単位系) や SI 単位を採れるのと同じ意味で置ける。どれが「正しい」かを物理が決めるわけではなく、本稿が示すのはこの単位系を採ったとき方程式がどう見えるかである (SI 単位系へ移す際には変換係数を要する)。係数 $\frac{1}{2}$ は積分の結果として扱い、それ以上の説明を主張しない。同じ数値 2π が複数の文脈に現れることは、同じ起源の証拠として扱わない (論文48・86・100・115)。論文17・19・20との一致は、同じ代入から出ているので独立な確認ではなく、整合の確認である。第3層のレンズは非科学の札つきで隔離する。既刊との関係： 4π の唯一性は論文01、 $m = 4\pi$ の 4π が質量の席に置いた規約の値であることは論文35・60、二本の階段は論文115、モジュールの境界は論文113、速度空間の双曲幾何は論文60・63、次元を選ぶかの物差しは論文114から受け取る。本稿が加えたのは、 2π の三つの別根 (半球の立体角・位相の周期・奇の階段の値) の点呼と、 $E_k = 2\pi v^2$ の 2π がそのどれでもなく、質量の席に置いた値の半分として三つと同じ数で並ぶという見分けである。

1. 序論：係数 $\frac{1}{2}$ は積分の結果である

古典力学において運動エネルギーは

$$E_k = \int_0^v m v' dv' = \frac{1}{2} m v^2$$

と導出される。係数 $\frac{1}{2}$ は、この積分の結果である—— $\int_0^v v' dv' = \frac{v^2}{2}$ は、 x^1 を積分すると $\frac{x^2}{2}$ になるという微積分の初等的事実である。

したがって本稿が行うのは $\frac{1}{2}$ の説明ではなく、 $m = 4\pi$ を採ったときに $\frac{1}{2} \times 4\pi = 2\pi$ と書けることの記録と、そこに現れる 2π の身元調査である。

$n = 2$ 唯一性定理 (論文01) により、 $\mathbb{R}^3$ において密度 $\rho(r) = r^{-n}$ の球殻質量増加率が r に依存しない条件は $n = 2$ に限られ、そのとき定数値は $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ となる。本稿はこの 4π を質量に代入する。

2. 山岸運動エネルギー方程式

定理 2.1 (山岸運動エネルギー方程式)

山岸パッチ $m = 4\pi$ のもとで、質点の運動エネルギーは

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (4\pi) v^2 = 2\pi v^2$$

と書ける。

これは代入であって、証明でも発見でもない。確定しているのはこの等式だけである。以下の節は、この式に現れる 2π が何であって、何でないかを書き分ける。

3. 2π とは何か — 三つの別根の点呼

数値 2π は、本体系の複数の場所に現れる。だがそれらは同じ数であって、同じ根ではない。本節はこれを三つに分け、そのうえで本稿の 2π がどこに座るかを見る。

3.1 根A：半球の立体角

確立された事実 3.1（半球の立体角）

$$\Omega_{\text{全球}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta = 2\pi \cdot 2 = 4\pi, \quad \Omega_{\text{半球}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta = 2\pi \cdot 1 = 2\pi$$

すなわち 2π は半球の立体角そのものである。

4π （全球）と 2π （半球）はともに立体角であり、次元をもたない。半球にわたる立体角の積分に現れる 2π は、この根Aである。

3.2 根B：位相の周期性（ $\hbar = 2\pi\hbar$ もここに属する）

2π は位相の周期としても現れる—— $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ 。単振り子の周期 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ の 2π はこれである。

観察 3.2（ $\hbar = 2\pi\hbar$ は新しい根ではない）

プランク定数の関係 $\hbar = 2\pi\hbar$ に現れる 2π 、および位相空間のセルの数え方

$$\frac{d^3x d^3p}{(2\pi\hbar)^3}$$

に現れる 2π （論文43のシュテファン＝ボルツマン定数の $\hbar^{-3}$ 、論文112の住所B）は、位相 $e^{i\theta}$ の周期性から来ている。すなわちこれは根Bであって、第四の新しい根ではない。

根を安易に増やさないことも、点呼の一部である。数え上げるべきは「 2π が現れる場所」ではなく「 2π を生む独立な機構」だからである。

3.3 根C : Vol(*S*¹) — 奇の階段の値 (論文115)

論文115は、球面体積の漸化式

$$\text{Vol}(S^n) = \frac{2\pi}{n-1} \text{Vol}(S^{n-2})$$

が二つ飛びであるためパリティが保存され、階段が偶と奇の二本に分かれることを記録した。

偶の階段	$\text{Vol}(S^0) = 2 \rightarrow \text{Vol}(S^2) = 4\pi \rightarrow \text{Vol}(S^4) = \frac{8\pi^2}{3} \rightarrow \dots$
奇の階段	$\text{Vol}(S^1) = 2\pi \rightarrow \text{Vol}(S^3) = 2\pi^2 \rightarrow \text{Vol}(S^5) = \pi^3 \rightarrow \dots$

Vol(*S*²) = 4π は偶の階段に住み、Vol(*S*¹) = 2π は奇の階段に住む。これが根Cである。

3.4 本稿の 2π はどこに座るか — 質量の席 (論文35・60)

観察 3.3 (*E_k* = 2π*v*² の 2π は質量の席にある)

[*E_k*] = *ML*²*T*⁻² に対し [*v*²] = *L*²*T*⁻² であるから、*E_k* = 2π*v*² の前に立つ因子は質量を担う。論文60は *E* = 4π*c*² について同じ勘定をし、その 4π は立体角ではなく、単位の選び方のもとで置いた質量の値——規約——であることを示した (論文35も *m* = 4π を自然単位系の選択として置く)。

したがって本稿の 2π は、規約の値 *m* = 4π に積分の $\frac{1}{2}$ が掛かったものであり、根A・B・Cのいずれでもない。三つの根はいずれも質量次元をもたず、質量の席には立てない。

本稿の 2π と半球の立体角 2π は、同じ数として並ぶ。4π → 2π を「全球から半球へ」と見ることはできるが、それは形の上の重ね合わせであって、次元の上の同一視ではない。

本稿の 2π を第四の根としては数えない。根は 2π を生む独立な機構であり、本稿の 2π は機構が生んだ値ではなく、単位を選んで置いた値の半分だからである。

3.5 *S*¹ の周長という読み — 論文115による診断

2π を「*S*¹ の周長」と読む見方には、繋がりが無い理由が二つある。第一は次元である——*S*¹ の周長は長さであり、本稿の 2π は質量の席にある。第二に、論文115の階段が、より構造的な理由を与える。

系 3.4 (数値の一致は、生成規則による繋がりではない)

$\frac{1}{2} \text{Vol}(S^2) = \text{Vol}(S^1)$ は数値としては正しい ($\frac{1}{2} \cdot 4\pi = 2\pi$)。だが $\text{Vol}(S^2)$ と $\text{Vol}(S^1)$ は別々の階段の住人であり、 $4\pi \rightarrow 2\pi$ は漸化式の一步ではない—— 4π の次段は $\frac{8\pi^2}{3}$ 、 2π の次段は $2\pi^2$ である。

すなわちこの一致は別の鎖の値がたまたま同じ数になった署名であって、生成規則による繋がりではない。署名を根と取り違えないこと (論文100)。

3.6 三つの根と本稿の 2π の点呼表

根	2π の正体	起源	現れる場所
A	半球の立体角	全球 4π の半分 (幾何)	半球にわたる立体角の積分
B	位相の基本周期	$e^{i\theta}$ の周期性 (解析)	単振り子 $T = 2\pi\sqrt{L/g}/h = 2\pi\hbar/\text{位相空間セル}$ (論文43・112)
C	$\text{Vol}(S^1)$	奇の階段の値 (論文115)	$\text{Vol}(S^3) = 2\pi^2$ の前段
本稿	質量の値の半分	規約 $m = 4\pi$ (論文35・60) と積分の $\frac{1}{2}$	$E_k = 2\pi v^2$ (三つと同じ数で並ぶ)

三つの根と本稿の 2π を統合しない (論文48・86・100)。同じ 2π が異なる文脈に現れることは、それらが同じものであることを意味しない。

4. 相対論的展開と、モジュールの境界 (論文113)

アインシュタインの全エネルギー $E = \gamma mc^2$ を低速で展開し、 $m = 4\pi$ を代入する。

定理 4.1 (相対論的展開)

$$E = (4\pi)c^2 + 2\pi v^2 + \frac{3}{2}\pi \frac{v^4}{c^2} + \cdots$$

第1項が静止エネルギー $4\pi c^2$ 、第2項が本稿の $E_k = 2\pi v^2$ である。

観察 4.2（これは v/c の冪級数である）

上の展開は $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ の級数展開から来ており、展開パラメータは無次元量 v/c である。論文 113 は、古い理論と新しい理論の境界がつねに無次元数が 1 をまたぐ場所にあること、そしてニュートン力学が相対論の極限（ $c \rightarrow \infty$ でポアンカレ群がガリレイ群へ収縮する）であることを記録した。

本稿の $E_k = 2\pi v^2$ は、この級数の第 2 項——すなわち $v/c \ll 1$ の領域の項——である。壁の向こうにある別の法則ではなく、同じ級数の低次項である。

5. この v^2 はどこに住んでいるか（論文 60・63）

本稿の v^2 は速度空間の量である。論文 60・63 は、特殊相対論における速度空間が曲率 $K = -1/c^2$ の双曲幾何であることを扱った。

観察 5.1（平坦近似としての v^2 ）

$v \ll c$ では速度空間はほぼ平坦であり、そこでの二次形式が $\frac{1}{2}mv^2$ である。 $v \sim c$ になると速度空間の双曲構造が顔を出し、速度の合成は単純な加法ではなくなる（ラピディティが双曲距離になる）。

すなわち本稿の $E_k = 2\pi v^2$ は、速度空間の平坦近似における表現である。

6. 次元の点呼：この式は次元を選ぶか（論文 114）

論文 114 は「その対象は、自分が何次元にいることを知っているか」という物差しを立て、本体系の $n = d - 1$ 唯一性が各次元に一つずつ存在する族であり、次元を選ばない側に属することを記録した。

系 6.1（本稿の式も族である）

$\mathbb{R}^d$ において $m = \text{Vol}(S^{d-1})$ を採れば

$$E_k^{(d)} = \frac{1}{2} \text{Vol}(S^{d-1}) v^2$$

であり、 $d = 3$ で $E_k = 2\pi v^2$ 、 $d = 4$ で $E_k = \pi^2 v^2$ ($\frac{1}{2} \cdot 2\pi^2$) となる。本稿の式は、この族の $d = 3$ の成員である。

3次元が特別だから 2π が現れるのではない。 2π が現れるのは、 $d = 3$ における $\text{Vol}(S^{d-1})$ の値が 4π だからである。

7. 論文17・19・20との整合

7.1 論文17（平面波の運動エネルギー）

論文17における平面波の運動エネルギー期待値は

$$\langle E_k \rangle = \frac{k^2}{8\pi} = \frac{(4\pi v)^2}{8\pi} = 2\pi v^2$$

となり、本稿と一致する。一致するのは両者が同じ代入 $m = 4\pi$ から出ているためであり、独立な確認ではなく整合性の確認である。

7.2 論文19（山岸球体圧縮圧力）

気体圧力 $P = \frac{1}{3}nmv^2$ に $m = 4\pi$ を代入すると

$$P = \frac{1}{3}n(4\pi)v^2 = \frac{4}{3}\pi nv^2 = \frac{2}{3}n(2\pi v^2)$$

となり、単位体積あたりの運動エネルギー密度 $n(2\pi v^2)$ の $\frac{2}{3}$ 倍として書ける。

7.3 論文20（温度）—— v の冪が固定される

本稿の $E_k = 2\pi v^2$ に標準的なエネルギー等分配則 $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2}k_B T$ を適用すると

$$kT = \frac{2}{3}E_k = \frac{4}{3}\pi v^2$$

となり、論文20の結果と厳密に一致する（ $v = 0.5, 1, 2, 3.7$ で数値確認済）。

この整合は v の冪も固定する。 $E_k = 2\pi v^2$ からは v^3 は出ない——論文20の初版にあった $kT = \frac{4}{3}\pi v^3$ は、この整合の検査で見つかり、 v^2 に直された。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

本体系のレンズでは、この $4\pi \rightarrow 2\pi$ を「半球への圧縮（鏡の折り返し）」——宇宙OSがエネルギーをパッキングする際、全立体角のうち半分のみを用いる操作——として読みたくなる。 2π が半球の立体角と同じ数であることは事実である。

だがこれは解釈であって、導出ではない。係数 $\frac{1}{2}$ は積分から生じ、 E_k の前の 2π は質量の席に座っている。

「半球への圧縮」は形の上で重ねた読みであり、順序は「積分が $\frac{1}{2}$ を出し、そこに幾何学的な読みを添えた」のであって、逆ではない。

2π を S^1 の周長と見る見方も、まったくの無根拠ではない—— $\text{Vol}(S^1)$ は確かに 2π である。誤るのはその一致を「繋がり」と読んだときである。論文115の階段が、その区別に正確な名を与えてくれた。数が同じであることと、同じ場所から来ていることは、別のことである。崖の手前で踏みとどまる（論文101）。

8. 結論

$m = 4\pi$ を採ると運動エネルギーは $E_k = 2\pi v^2$ と書け、論文17・19・20と整合する（第2節・第7節）。この式に現れる 2π は、三つの別根——半球の立体角（根A）、位相の周期（根B）、奇の階段の値 $\text{Vol}(S^1)$ （根C）——のどれとも同じ数だが、そのどれでもない。それは質量の席に置いた規約の値 4π の半分である（第3節）。三つの根は幾何・解析・階段という別々の場所から来ており、 $\frac{1}{2}\text{Vol}(S^2) = \text{Vol}(S^1)$ という一致は署名であって繋がりではない。式は v/c の冪級数の低次項であり（第4節）、速度空間の平坦近似の量であり（第5節）、各次元の一つずつの族の $d = 3$ の成員である（第6節）。

数が同じであることと、同じ場所から来ていることは、別のことである。本稿の 2π は、その区別を一つの式の上で確かめる例である。

改訂記録

第4版（2026年9月）：書式を現行の型に揃えた（位置づけと単位系の注記を要旨の直後の射程注記にまとめ、版ごとの経緯を本改訂記録に移した）。副題から版の表記を外した。 $E_k = 2\pi v^2$ の 2π の身元を、論文60・35に合わせて改めた：第3版はこれを根A（半球の立体角）と同定していたが、 E_k の前の因子は質量の席にあり、 $m = 4\pi$ は単位の選び方のもとで置いた値なので、本稿の 2π はその値の半分であり、半球の立体角とは同じ数として並ぶ（第3.4節）。位相の周期を扱う編として既刊を挙げていた一文を外した（挙げていた編は、いまは位相の周期を主題にしていない）。参考文献の自己引用を実際の題名と DOI に、外部文献を著者・年・題目・誌名までに揃えた。

第3版（2026年8月）： 2π の別根の点呼を二つから三つへ広げ、論文115の二本の階段により根C（ $\text{Vol}(S^1)$ ）を加えた。 $h = 2\pi\hbar$ の 2π が根Bに属すること、相対論的展開の境界（論文113）、速度空間の平坦近似（論文60・63）、

式の次元的身分（論文114）を書いた。

第2版（2026年7月）：初版の「 S^1 の周長への射影」という 2π の読みを、長さと立体角の次元の違いから取り下げ、係数 $\frac{1}{2}$ が積分の結果であることを明記した。

参考文献

1. Einstein, A. (1905). *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*. Ann. Phys.
2. 山岸勇輝 (2026). 球対称密度分布における $n = 2$ の唯一性定理 [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
3. 山岸勇輝 (2026). 8π は単位の産物である [論文17]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600813
4. 山岸勇輝 (2026). 山岸球体圧縮圧力方程式 [論文19]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600912
5. 山岸勇輝 (2026). 山岸オーバークロック温度方程式 [論文20]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601035
6. 山岸勇輝 (2026). 山岸万有引力定数解凍理論 [論文35]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118
7. 山岸勇輝 (2026). パッチ定数を文字のまま置けば、分解の曖昧さは消える [論文43]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602132
8. 山岸勇輝 (2026). パフィアンの $2^n n!$ は、一つの塊である [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
9. 山岸勇輝 (2026). 速度空間の球としての c [論文60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
10. 山岸勇輝 (2026). 速度空間-時空 曲率双対性 [論文63]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21606250
11. 山岸勇輝 (2026). 必然性の四つの根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
12. 山岸勇輝 (2026). 王道の交差 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864
13. 山岸勇輝 (2026). 憧れと戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
14. 山岸勇輝 (2026). 割り当てられた領域と、その中の自由 [論文112]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962834
15. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく、極限である [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
16. 山岸勇輝 (2026). 「4次元らしさ」を担うのは誰か [論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
17. 山岸勇輝 (2026). 二本の階段 [論文115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)