

«Raro» si misura su una scala logaritmica

— Il teorema del limite centrale è lo strumento sbagliato nella coda, e il recinto è il singolo grande salto —

[Articolo 190]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Agosto 2026

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

Quando una probabilità precipita di ordini di grandezza, dire quante volte una cosa è più grande di un'altra smette di significare qualcosa. Questo articolo mostra, a confronto con valori combinatori esatti, che la scala giusta per un evento raro è il logaritmo diviso per n . **NON SI RIVENDICA ALCUN TEOREMA MATEMATICO NUOVO.**

Primo, il teorema del limite centrale è lo strumento sbagliato nella coda. Perché una moneta equa raggiunga una media di 0.75, il rapporto fra la probabilità esatta e l'approssimazione gaussiana vale via via 1.63, 1.42, 1.11, 0.690, 0.271 — attraversa 1 e continua a scendere (Sezione 2).

Secondo, ed è il nucleo. La probabilità stessa crolla a 5.1×10^{-20} , mentre $-\log(\text{probabilità})/n$ cammina tranquilla verso un solo numero: 0.1939, 0.1508, 0.1346 — con lo scarto che si dimezza all'incirca ogni volta che n raddoppia (Sezione 3).

Terzo, il numero verso cui cammina è un'entropia relativa. Cambiando il bersaglio in 3/5, 2/3, 3/4 e 9/10, il valore a $n = 800$ coincide con l'entropia relativa entro 0.004 (Sezione 4).

Quarto, il recinto è il singolo grande salto. Condizionando su una somma grande e rara, la quota portata dal termine più grande non si muove per la legge esponenziale, passando da 0.0519 a 0.0513, mentre per una legge di Pareto balza da 0.1404 a **0.9180** (Sezione 5).

Quinto, si registra una collisione di parole. L'espressione che compare nell'Articolo 42 di questo corpus indica lo scarto massimo in una verifica numerica e non ha nulla a che fare con la teoria qui nominata (Sezione 6).

Portata (scope note): **NON SI RIVENDICA ALCUN TEOREMA MATEMATICO NUOVO** — il teorema di Cramér, le funzioni di tasso, il teorema di Sanov e il principio del singolo grande salto per le code pesanti sono tutti standard. E qui non si dimostra alcun teorema — ciò che si mostra è una serie di numeri a n finito, e l'esistenza del limite è citata. Sull'Articolo 187: quell'articolo ha diviso in quattro ragioni perché il limite è gaussiano. La domanda qui è che cosa governa dove il gaussiano non vale, una domanda diversa. Sull'Articolo 137: quell'articolo ha esaminato l'entropia relativa come qualcosa che non è una distanza. Qui la stessa formula compare come esponente — uno strumento, due compiti. Ciò che si aggiunge è mostrare a confronto con valori esatti che il teorema del limite centrale è lo strumento sbagliato nella coda, misurare che il logaritmo diviso per n si assesta, confermare su quattro bersagli che si assesta su un'entropia relativa, e porre il recinto al singolo grande salto con un condizionamento equo.

1. Notazione e posizione

Si lanci una moneta equa n volte e si chieda la probabilità che la frazione di teste raggiunga a . È una somma di coefficienti binomiali e si può calcolare **esattamente**; qui sotto è conservata come frazione esatta. Le grandezze campionate riportano il numero di prove.

Posizione: Questo corpus mantiene una disciplina di lavoro: quando una grandezza decresce esponenzialmente, si riporta l'esponente e non il rapporto. Questo articolo mostra dove quella disciplina si colloca come teorema all'interno della probabilità.

2. Il teorema del limite centrale è lo strumento sbagliato nella coda

Verifica 2.1: La probabilità che la media raggiunga **0.75**, esatta e secondo l'approssimazione gaussiana.

n	esatta	gaussiana	rapporto
20	0.020694733	0.012673659	1.6328932
40	0.0011107169	0.00078270113	1.4190817
80	4.2902799×10^{-6}	3.8721082×10^{-6}	1.1079959
160	$8.7622501 \times 10^{-11}$	$1.2698143 \times 10^{-10}$	0.69004185
320	$5.0734915 \times 10^{-20}$	$1.8720487 \times 10^{-19}$	0.27101279

(CVD)

Osservazione 2.2: Il rapporto non si assesta a uno. Attraversa uno e continua a scendere. Il teorema del limite centrale descrive una finestra di larghezza $1/\sqrt{n}$ attorno alla media, e uno scarto fisso di 0.25 esce sempre più da quella finestra man mano che n cresce. Usarlo qui non è questione di scarsa precisione: è lo strumento sbagliato.

3. Il nucleo: dividere il logaritmo per n

Verifica 3.1: Lo stesso contesto, misurando $-\log(\text{probabilità})/n$.

n	$-\log(\text{esatta})/n$	entropia relativa	scarto
20	0.1938938036	0.1308120359	0.0630818
50	0.1757103435	0.1308120359	0.0448983
100	0.150820182	0.1308120359	0.0200081
200	0.1424967644	0.1308120359	0.0116847
400	0.1375070082	0.1308120359	0.00669497
800	0.134589172	0.1308120359	0.00377714

(CVD)

Osservazione 3.2: La probabilità stessa scende da 0.0207 a 5.1×10^{-20} , diciotto ordini di grandezza. Il logaritmo diviso per n cammina da 0.194 a 0.135, verso un solo numero, con lo scarto che si dimezza all'incirca ogni volta che n raddoppia ($0.0200 \rightarrow 0.0117 \rightarrow 0.0067 \rightarrow 0.0038$).

Osservazione 3.3: È qui che la disciplina di lavoro del corpus si colloca come teorema — quando la risposta è esponenziale, riporta l'esponente e non il rapporto. Dire che a $n = 320$ l'approssimazione gaussiana sbaglia di un fattore 3.7 dice poco. Dire che l'esponente è 0.1308 è un enunciato su ogni n .

4. Il numero verso cui cammina è un'entropia relativa

Verifica 4.1: Si cambia il bersaglio e si confronta il valore a $n = 800$ con l'entropia relativa.

bersaglio	$-\log(\text{esatta})/n$	entropia relativa	scarto
3/5	0.02322630033	0.02013551355	0.00309079
2/3	0.06074561434	0.05663301227	0.0041126
3/4	0.134589172	0.1308120359	0.00377714
9/10	0.3717403699	0.3680642072	0.00367616

(CVD)

Osservazione 4.2: La formula che l'Articolo 137 ha esaminato come qualcosa che non è una distanza compare qui come esponente. Una formula, due compiti — li misurava quanto due leggi siano lontane, qui dice quanto in fretta muore una probabilità.

Osservazione 4.3: E l'asimmetria qui diventa naturale. «Quanto è probabile che una moneta equa sembri una moneta da tre quarti» e «quanto è probabile che una moneta da tre quarti sembri equa» sono semplicemente domande diverse.

5. Il recinto è il singolo grande salto

Osservazione 5.1: Come nasce davvero una somma grande? Molti termini ciascuno un po' più grande, o un termine che scappa via?

Verifica 5.2: Somme di 100 termini, 400000 prove. La soglia è fissata per ciascuna legge in modo che l'evento sia ugualmente raro, senza di che il confronto non avrebbe senso. La tabella dà la quota della somma portata dal termine più grande.

legge	non condizionata	primo 1%	primo 0.1%
esponenziale	0.0519	0.0521	0.0513
lognormale	0.0807	0.1604	0.2425
Pareto (1.5)	0.1404	0.7278	0.9180

(CVD)

Osservazione 5.3: Per la legge esponenziale, condizionare su una somma grande e rara lascia immobile la quota del termine più grande — la somma è cresciuta perché molti termini erano ciascuno un po’ più grandi. Per la legge di Pareto il singolo termine più grande prende il 92% della somma — un salto ha fatto tutto.

Osservazione 5.4: Il decadimento esponenziale della Sezione 3 è dunque un enunciato solo sul primo caso. Il recinto è un momento esponenziale finito, e quando cede cambia il modo stesso in cui si misura la rarità — una potenza, non un logaritmo. Qui sta lo stesso recinto che l’Articolo 186 ha posto alla coda dell’errore.

6. Il censimento, e una collisione di parole

Osservazione 6.1

strumento	dove guarda	come misura	recinto
limite centrale	vicino alla media	una finestra di larghezza $1/\sqrt{n}$	inutile per uno scarto fisso
grandi deviazioni	uno scarto fisso	il logaritmo su n	richiede un momento esponenziale finito
code pesanti	un salto	una legge di potenza	la storia esponenziale fallisce

Osservazione 6.2: Questi tre non sono una scala di precisione. Guardano posti diversi. Non è che l’approssimazione gaussiana abbia bisogno di un termine correttivo: si sta misurando una grandezza diversa.

Osservazione 6.3: Una collisione di parole merita di essere registrata. L’espressione che compare nell’Articolo 42 di questo corpus si riferisce allo scarto massimo in una verifica numerica e non ha nulla a che fare con la teoria qui nominata. Un caso di un’espressione che copre due cose, trovato dentro il corpus stesso.

7. Conclusione

1. Il teorema del limite centrale è lo strumento sbagliato nella coda (Ver. 2.1): il rapporto va da 1.63 a 0.271, attraversando uno.
2. Il logaritmo su n si assesta (Ver. 3.1): la probabilità scende di diciotto ordini mentre l’esponente cammina verso 0.135.
3. Lo scarto si dimezza quando n raddoppia (Oss. 3.2).
4. Si assesta su un’entropia relativa (Ver. 4.1): entro 0.004 su quattro bersagli.
5. Il recinto è il singolo grande salto (Ver. 5.2): 0.0513 contro 0.9180.

6. Un'espressione copre due cose dentro questo corpus (Oss. 6.3).

Chiusura: Quando un evento viene detto estremamente raro, la domanda successiva è su quale scala sia stato misurato. La probabilità stessa precipita di ordini di grandezza, quindi parlare per rapporti perde il senso. Si divide il logaritmo per n e resta un solo numero, e quel numero è ciò che la rarità è — tranne in un mondo in cui basta un salto, dove quel numero non esiste affatto.

Bibliografia

1. Cramér, H. (1938). *Sur un nouveau théorème-limite de la théorie des probabilités*. Actualités Scientifiques et Industrielles, 736.
 2. Sanov, I. N. (1957). *On the Probability of Large Deviations of Random Variables*. Matematicheskii Sbornik, 42.
 3. Varadhan, S. R. S. (1966). *Asymptotic Probabilities and Differential Equations*. Communications on Pure and Applied Mathematics, 19(3).
 4. Ellis, R. S. (1985). *Entropy, Large Deviations, and Statistical Mechanics*. New York: Springer.
 5. Embrechts, P., Klüppelberg, C., Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Berlin: Springer.
 6. Yamagishi, Y. (2026). *The Principle of Least Action* [Articolo 84]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741231
 7. Yamagishi, Y. (2026). *The Fisher Metric Is Unique Only on the Classical Side* [Articolo 133]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22080550
 8. Yamagishi, Y. (2026). *The KL Divergence Is Not a Distance, but Its Second Derivative Is a Metric* [Articolo 137]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081369
 9. Yamagishi, Y. (2026). *Measuring Overlap, or Measuring Displacement* [Articolo 139]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22081801
 10. Yamagishi, Y. (2026). *A Census of the Twos* [Articolo 157]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22091931
 11. Yamagishi, Y. (2026). *The Fence around Least Squares Is Linearity, Not Normality* [Articolo 171]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22094287
 12. Yamagishi, Y. (2026). *When a Proxy Becomes the Target It Stops Being a Proxy* [Articolo 186]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105530
 13. Yamagishi, Y. (2026). *The Gaussian Is Special for More Than One Reason* [Articolo 187]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105639
 14. Yamagishi, Y. (2026). *“Unprovable” Is Not a Property of a Sentence* [Articolo 189]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105830
-

— From thinking to syncing. —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)