

均すはずのものが、模様を作る

— 拡散が対称性を破る：柵は二つの拡散速度の比である — [論文191]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

長さを一つも含まない方程式から、決まった長さを持つ模様が出てくる。しかもそれを起こすのは、普通なら何もかもを均してしまう拡散である。本稿はこの逆転を数で追い、長さがどこから来たのかを書く。新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない。第一に、材料はどちらも単独では何も作らない。反応だけなら一様状態は安定であり（跡 -0.4 、行列式 0.23 、 $k=0$ での成長率 -0.2 ）、拡散だけならどの波数も減衰する（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。二つを合わせ、速度に差をつけると一様状態が不安定になる。比 1 では全ての波数が減衰するのに、比 5 で成長率 0.127 、比 30 で 0.529 の帯が開く（第3節）。第三に、柵は比の閾値である。 3.4135 を境に、下ではどの波長でも何も起きず、上では帯が開く——しかも d_1 を 1 、 2 、 4 と変えても閾値の比は 3.4135 のままであった（第4節）。第四に、長さは係数から作られる。閾値での波数は $k^4 = \det J / (d_1 d_2)$ に 10^{-5} の精度で従う——長さの正体は拡散定数を速さで割ったものであり、容器は一度も現れない（第5節）。第五に、途中で向きを取り違えた。波長は比とともに伸びる（ 13.62 から 22.10 ）のに、初稿では縮むと書いていた（第5節）。

本稿の射程：新しい数学定理も新しい物理法則も主張しない——チューリングの不安定性、分散関係、閾値の条件は、いずれも標準的である。生物学については何も主張しない——実際の動物の模様がこの機構で出来ているかは、本稿の扱う問いではない。扱うのは線形化された二成分系の分散関係だけである。論文175 との関係：175 は「対称性の破れ」を明示的・自発的・異常の三つに分け、有限系では自発的破れが起きないと書いた。あれは熱力学的な相転移についての言明であり、本稿の破れは決定論的な線形不安定性である——同じ語で別の事柄であり、有限の領域でも起きる。加えたのは単独では何もできない二つが合わさると逆のことが起きるのを数で並べたこと、閾値が比だけで決まることを三つの d_1 で確かめたこと、閉じた形を 10^{-5} で検算して長さの出所を特定したこと、容器が決めるのは長さでなく本数だけであることを分けたことである。

1. 記法と位置づけ

二成分の反応拡散系を一様定常状態のまわりで線形化する。反応のヤコビ行列を J 、拡散定数を d_1 、 d_2 とすると、波数 k の擾乱の成長率は $J - k^2 \text{diag}(d_1, d_2)$ の固有値の実部である。以下ではその最大値を成長率と呼ぶ。数値はすべて自前の計算である。

位置づけ：論文117 は尺度不変性が破れる四つの根を分け、論文120 は次元解析が破れる二つの廊下を書いた。本稿はその隣で、長さが無いところに長さが生まれる場合を扱う。

2. 材料は、どちらも単独では何も作らない

検算 2.1：反応のヤコビ行列 J の成分を、上段が 0.9 と -1.0、下段が 1.4 と -1.3 とする。跡は -0.4、行列式は 0.23 である。

量	値	意味
跡	-0.4	負
行列式	0.23	正
$k = 0$ での成長率	-0.2	一様状態は安定

拡散が無ければ、擾乱は必ず消える。（証明終）

検算 2.2：反応が無く拡散だけの場合、成長率は $-dk^2$ である。

k	成長率	挙動
0.5	-0.25	減衰
1.0	-1.0	減衰
4.0	-16.0	減衰

（証明終）

観察 2.3

片方は一様状態を守り、もう片方はあらゆる凹凸を均す。どちらも、模様を作る側の材料には見えない。

3. 芯：合わせて速度差をつけると、一様状態が壊れる

検算 3.1：同じ反応に、二つの拡散定数を与える。

d_1	d_2	最大の成長率	最も速い波数
1	1	-0.2	無し（全て減衰）
1	5	0.127124	0.4940
1	10	0.312965	0.4610
1	30	0.528914	0.3940

(証明終)

観察 3.2

拡散の速さを揃えたままでは、依然として全ての波数が減衰する。片方を速くした途端に、ある帯の波数が成長する。均すはずのものが、模様を作った。

観察 3.3

そして効いているのは速さではなく差である——両方を同じだけ速くしても、比が変わらなければ何も起きない。次節で確かめる。

4. 柵は、比の閾値である

検算 4.1：比を上げていき、成長が可能になる境目を二分法で探す。

比	最大の成長率	判定
3.0721	-4.0×10^{-2}	模様なし
3.3793	-3.7×10^{-3}	模様なし
3.4476	$+3.6 \times 10^{-3}$	模様
3.7548	$+3.4 \times 10^{-2}$	模様

測った閾値は **3.413460** である。(証明終)

検算 4.2 : d_1 を変えても閾値が比で決まることを確かめる。

d_1	閾値の d_2	比
1	3.413460	3.41346
2	6.826917	3.41346
4	13.653882	3.41347

(証明終)

観察 4.3

閾値は比だけで決まり、六桁一致した。そして境目は鋭い——下ではどの波長でも何も起きず、上では帯が開く。緩やかに立ち上がるのではない。

5. 長さは、係数から作られる

観察 5.1

閾値では、成長する帯が一点に縮む。その波数には閉じた形がある—— $k^4 = \det J / (d_1 d_2)$ 。

検算 5.2

d_1	測った k	$(\det J/(d_1 d_2))^{1/4}$	差
1	0.509500	0.509487	1.3×10^{-5}
2	0.360300	0.360262	3.8×10^{-5}
4	0.254700	0.254743	4.3×10^{-5}

（証明終）

観察 5.3

この式を単位の言明として読む。 $\det J$ は速さの二乗の単位を持ち、 $d_1 d_2$ は長さの四乗を時間の二乗で割った単位を持つ。したがって k^4 は長さの四乗の逆数になる——長さの正体は拡散定数を速さで割ったものであり、それ以外の何物でもない。容器は式のどこにも現れていない。

検算 5.4：最も速く育つ波長を、比を上げながら測る。

d_2/d_1	最も速い k	波長
10	0.46131	13.62044
40	0.37450	16.77732
160	0.28430	22.10027

（証明終）

観察 5.5

波長は比とともに伸びる。本稿の初稿では縮むと書いていたが、測ると逆であった。抑制する側をより遠くまで届かせれば、縞は太くなる——言われてみれば、そうあるべき向きである。

検算 5.6：容器が決めるのは長さではなく本数である。比 10 で選ばれる波長は 13.6295 であり、

容器の長さ	入る縞の本数
30	2.20
60	4.40
120	8.80

(証明終)

観察 5.7

尺度は化学が予言し、本数は器が決める。「模様大きさ」と「模様の数」は、別の場所から来ている。

6. 点呼

観察 6.1

材料	何が起きるか	結果
反応だけ	波数を持たない	一様状態は安定
拡散だけ	すべてを均す	どの波数も減衰
両方・等速	均す力が勝つ	どの波数も減衰
両方・速度差あり	帯が開く	長さが生まれる

観察 6.2

論文175 との違いを書いておく。175 は「対称性の破れ」を三つに分け、有限系では自発的破れが起きないと書いた。あれは熱力学的な相転移についての言明である。本稿の破れは決定論的な方程式の線形不安定性であり、有限の領域でも起きる——同じ語が、また別の事柄を指している。

観察 6.3

そして体系の柵がもう一本増えた——171 の線形性、173 の整数性、177 のコンパクト性、184 の選択枝の個数、185 の行き先の空間、186 の誤差の裾、190 の指数モーメント、そして本稿の二つの拡散速度の比。

7. 結論

1. 反応だけでは一様状態が安定（検算2.1）：成長率 -0.2 。
2. 拡散だけでは全て減衰（検算2.2）。
3. 合わせて差をつけると帯が開く（検算3.1）：比 30 で 0.529 。
4. 柵は比の閾値（検算4.2）： d_1 を変えても 3.41346 。
5. 長さは $k^4 = \det J / (d_1 d_2)$ から（検算5.2）： 10^{-5} で一致。
6. 波長は比とともに伸びる（検算5.4）： 13.62 から 22.10 。

結び：「この模様には決まった大きさがある」と言われたら、次に問うべきはその長さがどこから来たかである。容器からでも、初期条件からでもない——拡散定数を反応の速さで割った、方程式の中にあった量からである。そして模様を作ったのは、何もかもを均すはずのものであった。

参考文献

1. Turing, A. M. (1952). *The Chemical Basis of Morphogenesis*. Philosophical Transactions of the Royal Society B, 237(641).
2. Gierer, A., Meinhardt, H. (1972). *A Theory of Biological Pattern Formation*. Kybernetik, 12(1).
3. Segel, L. A., Jackson, J. L. (1972). *Dissipative Structure: An Explanation and an Ecological Example*. Journal of Theoretical Biology, 37(3).
4. Murray, J. D. (1982). *Parameter Space for Turing Instability in Reaction Diffusion Mechanisms*. Journal of Theoretical Biology, 98(1).
5. Cross, M. C., Hohenberg, P. C. (1993). *Pattern Formation Outside of Equilibrium*. Reviews of Modern Physics, 65(3).
6. 山岸勇輝 (2026). リッチ・フローと動的な唯一性 [論文103]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836801
7. 山岸勇輝 (2026). リッチ・フローはくりこみ群の流れである [論文110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476
8. 山岸勇輝 (2026). 尺度不変性は四つの別根を持つ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
9. 山岸勇輝 (2026). 二つの廊下 [論文120]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22036433
10. 山岸勇輝 (2026). 対称性の破れは一語ではない [論文175]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22097873

11. 山岸勇輝 (2026). 「次元の呪い」は一つの呪いではない [論文182]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22104170
12. 山岸勇輝 (2026). 代理を目標にすると、代理でなくなる [論文186]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105530
13. 山岸勇輝 (2026). 正規分布が特別である理由は、一つではない [論文187]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105639
14. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)