

Das 4π -Massenauslöschungstheorem

— Das Auftreten des reinen Raumwinkels in Feldern mit inversem Quadrat und die mathematische Struktur des reibungsfreien Gleichgewichts (Zero-Tension) — [Aufsatz 02]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan

September 2026 (Zweite Auflage)

— *From thinking to syncing.* —

Zusammenfassung

Integriert man im dreidimensionalen euklidischen Raum über eine Kugel, deren Dichte dem Gesetz vom inversen Quadrat $\rho(r) = 1/r^2$ folgt, so heben sich die Jacobi-Determinante r^2 des Volumenelements und die Dichte $1/r^2$ auf. Infolgedessen **stimmt die Gesamtmasse innerhalb der Einheitskugel mit dem gesamten Raumwinkel des dreidimensionalen Raums, 4π , überein** (das volle Maß in Steradian). Wir formulieren dies als „ 4π -Massenauslöschungstheorem“ (Satz 1).

Dehnt man dasselbe Integral auf einen allgemeinen Exponenten n aus, so erhält man $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, und $n = 2$ ist **der einzige Exponent, der die Masse mit dem Raumwinkel selbst zusammenfallen lässt** (Abschnitt 5). Schreibt man $m = 4\pi \cdot S$ und liest $S = \frac{1}{3-n}$ als „Zahl der übereinanderliegenden Blätter von 4π “, so zeigt sich eine Modul-Treppe, die durch 2π , 4π , 8π läuft, und es wird sichtbar, dass 16π (Stapelung) und $16\pi^2$ (Produkt) zu verschiedenen Erzeugungsregeln gehören.

Tragweite (scope note): Der Satz dieses Aufsatzes ist ein elementares Mehrfachintegral und sagt von der Seite des Integrals her dieselbe Tatsache aus wie Satz 1 von Aufsatz 01 ($d\mathbf{m}/d\mathbf{r}$ ist von $\mathbf{r}$ nur für $n = 2$ unabhängig). Das hier erscheinende 4π ist das Winkelintegral $\int_{S^2} d\Omega$ selbst, derselbe Raumwinkel wie das 4π im Gaußschen Gesetz, im Coulombschen Gesetz und in der Poisson-Gleichung (diese Gemeinsamkeit wird in Aufsatz 13 behandelt). Um $\rho = r^{-2}$ als Dichte zu behandeln, sollte man $\rho = k/r^2$ mit einer Konstanten k der Dimension $[M/L]$ schreiben; $m = 4\pi$ ist ihr Wert unter der Wahl der Einheiten $k = 1$ und Radius 1. Zero-Tension ist der Name, den das Werk diesem Zustand gibt, in dem sich das Anwachsen der Fläche und der Abfall der Dichte genau die Waage halten; er definiert keine Größe, die einer Reibung oder Spannung entspräche. Die Übereinstimmung mit dem Werk von Carr in Abschnitt 4 ist eine Bemerkung über die Herkunft der Rechnung. Es wird kein neues physikalisches Gesetz behauptet. **Was dieser Aufsatz hinzufügt**, ist, dass er dasselbe Integral auf allgemeines n ausdehnt, $m(n) = 4\pi/(3 - n)$ erhält und zeigt, dass $n = 2$ der einzige Exponent ist, der die Masse mit dem Raumwinkel selbst zusammenfallen lässt; und dass er, indem er $S = 1/(3 - n)$ als „Zahl der übereinanderliegenden Blätter von 4π “ liest, 16π (Stapelung) und $16\pi^2$ (Produkt) als verschiedene Erzeugungsregeln trennt.

1. Einleitung: vom Zahlenwert zur strukturellen Aufhebung

In Physik und Geometrie erscheint der Wert 4π überall — in der Kugeloberfläche $S = 4\pi r^2$, im Gaußschen Gesetz $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi q$ und anderswo — und wird in Formeln oft einfach als Konstante behandelt. In einem dreidimensionalen Feld mit inversem Quadrat $\rho(r) = 1/r^2$ erscheint 4π jedoch als der reine Raumwinkel selbst, hervorgezogen, nachdem sich die räumliche Ausdehnung und die Abschwächung aufgehoben haben.

2. Das 4π -Massenauslöschungstheorem

Definition 1 (Kugelvolumenelement)

In Kugelkoordinaten (r, θ, φ) ($r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi$) lautet das aus der Jacobi-Determinante abgeleitete Volumenelement $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$.

Satz 1 (Das 4π -Massenauslöschungstheorem)

Für eine dreidimensionale Einheitskugel $\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid |\mathbf{x}| \leq 1\}$, die ein Dichtefeld $\rho(r) = r^{-2}$ enthält, hebt sich bei der Gesamtmasse m jede radiale Abhängigkeit auf, und sie ist gleich dem reinen Raumwinkel 4π .

Beweis.

$$m = \iiint_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) dV = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^1 \left(\frac{1}{r^2} \right) \cdot (r^2 \sin \theta) dr$$

Hier heben sich das $1/r^2$ der Dichte und das r^2 der Jacobi-Determinante auf:

$$r^2 \cdot \frac{1}{r^2} = 1$$

Die Variablen trennen sich unabhängig voneinander, und das Integral wird zu einem Produkt dreier einfacher Integrale:

$$m = \left(\int_0^1 1 dr \right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \right) \cdot \left(\int_0^{2\pi} 1 d\varphi \right) = 1 \cdot 2 \cdot 2\pi = 4\pi$$

3. Geometrische Deutung: Skaleninvarianz

Die Aufhebung $r^2 \cdot (1/r^2) = 1$ bedeutet, dass die **Abstandsskala r aus dem Integranden herausfällt**. Das heißt, $\rho = r^{-2}$ ist eine **skaleninvariante Verteilung**, in der sich das Anwachsen der Kugeloberfläche und die Abschwächung der Dichte genau die Waage halten.

Dies ist dieselbe Tatsache wie Satz 1 von Aufsatz 01 ($dm/dr = 4\pi$ ist von r unabhängig), von der Seite des Integrals her gesehen. Das Werk nennt diesen Zustand des Gleichgewichts Zero-Tension.

4. Verbindung zu G. S. Carrs Theorie der Mehrfachintegration

Die in diesem Satz verwendete Struktur der Mehrfachintegration hat dieselbe Form wie die Mehrfachintegrale in Kugelkoordinaten, die in G. S. Carrs *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics* (1886) zusammengestellt sind. Carrs Werk ist als das Buch bekannt, mit dem Ramanujan sich selbst unterrichtete.

5. Der Wert für allgemeines n : die Modul-Treppe

Führt man die Rechnung dieses Aufsatzes für einen allgemeinen Exponenten n aus, so erhält man

$$m(n) = \int d\Omega \int_0^1 r^{2-n} dr = \frac{4\pi}{3-n} \quad (n < 3).$$

Schreibt man $m = 4\pi \cdot S$, so ergibt sich $S = \frac{1}{3-n}$; liest man S als **Zahl der übereinanderliegenden Blätter von 4π** , so erhält man die folgende Treppe.

n	$S = \frac{1}{3-n}$	m	Deutung
0	1/3	$4\pi/3$	Volumen der Einheitskugel
1	1/2	2π	Hälfte von 4π
2	1	4π	Ein Blatt von 4π
5/2	2	8π	Zwei Blätter von 4π
11/4	4	16π	Vier Blätter von 4π

$n = 2$ ist der einzige Exponent, bei dem m mit dem Raumwinkel selbst zusammenfällt ($S = 1$). Die Werte 2π , 4π , 8π stimmen mit den Konstanten überein, die Aufsatz 13 als Module behandelt.

$16\pi^2$ liegt nicht auf dieser Treppe. In Blättern ausgedrückt ist $S = 16\pi^2/4\pi = 4\pi$, sodass die Blattzahl selbst π enthält. $16\pi = 4\pi \times 4$ (Stapelung) und $16\pi^2 = 4\pi \times 4\pi$ (Produkt) folgen verschiedenen Erzeugungsregeln.

6. Fazit

Dieser Aufsatz hat Folgendes gezeigt.

1. In der Einheitskugel mit der Dichte $\rho = r^{-2}$ vom inversen Quadrat heben sich das r^2 der Jacobi-Determinante und das $1/r^2$ der Dichte auf, und die Gesamtmasse stimmt mit dem gesamten Raumwinkel 4π überein.
2. Im Allgemeinen ist $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, und $n = 2$ ist der einzige Exponent, bei dem m mit dem Raumwinkel selbst zusammenfällt.

Was $n = 2$ besonders macht, ist, dass es der einzige Exponent ist, der das radiale Integral genau zu 1 macht; der Masse bleibt dann nichts als das Winkelintegral 4π . Das Gleichgewicht von Ausbreitung und Abschwächung legt den Raumwinkel frei.

Revisionsprotokoll

Zweite Auflage (September 2026): Die Form wurde an die aktuelle Vorlage angeglichen. Die Bemerkungen zur Einordnung, zu den Einheiten, zum Begriff Zero-Tension und zu Carr, die zuvor über Zusammenfassung und Schlussfolgerung verstreut waren, wurden in der Tragweite-Anmerkung direkt nach der Zusammenfassung gebündelt. Bei den Verweisen auf das Werk

wurden DOIs ergänzt, und der Eintrag, in dem der Aufsatz sich selbst zitierte, wurde entfernt. Die Verlage von Carr (1886) und Kanigel (1991) in der Literatur wurden auf die der zitierten Ausgaben berichtigt.

Literatur

1. Carr, G. S. (1886). *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics*. Francis Hodgson, London.
 2. Kanigel, R. (1991). *The Man Who Knew Infinity: A Life of the Genius Ramanujan*. Charles Scribner's Sons.
 3. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $\mathfrak{n} = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Aufsatz 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
 4. Yamagishi, Y. (2026). *Physical Law as a Description Language of the Universe OS* [Aufsatz 13]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404917
-

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Lizenziert unter Creative Commons Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0)