

Il teorema di annullamento della massa in 4π

— L'emergere dell'angolo solido puro nei campi in quadrato inverso e la struttura matematica dell'equilibrio
senza attrito (Zero-Tension) — [Articolo 02]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Settembre 2026 (Seconda edizione)

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

Nello spazio euclideo tridimensionale, integrando su una palla la cui densità segue la legge dell'inverso del quadrato $\rho(r) = 1/r^2$, lo jacobiano r^2 dell'elemento di volume e la densità $1/r^2$ si compensano. Di conseguenza, la massa totale dentro la palla unitaria **coincide con l'angolo solido totale dello spazio tridimensionale, 4π** (la misura piena in steradiani). Formuliamo ciò come «teorema di annullamento della massa in 4π » (Teorema 1).

Estendendo lo stesso integrale a un esponente generico n si ottiene $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, e $n = 2$ è l'unico esponente che fa **coincidere la massa con l'angolo solido stesso** (Sezione 5). Scrivendo $m = 4\pi \cdot S$ e leggendo $S = \frac{1}{3-n}$ come «numero di fogli sovrapposti di 4π », emerge una scala di moduli che attraversa 2π , 4π , 8π , e si mostra che 16π (impilamento) e $16\pi^2$ (prodotto) appartengono a regole di generazione diverse.

Portata (scope note): Il teorema di questo articolo è un integrale multiplo elementare, ed enuncia dal lato dell'integrale lo stesso fatto del Teorema 1 dell'articolo 01 (dm/dr è indipendente da r solo per $n = 2$). Il 4π che compare qui è l'integrale angolare $\int_{S^2} d\Omega$ stesso, lo stesso angolo solido del 4π nella legge di Gauss, nella legge di Coulomb e nell'equazione di Poisson (questa condivisione è trattata nell'articolo 13). Per trattare $\rho = r^{-2}$ come densità si deve scrivere $\rho = k/r^2$ con una costante k di dimensione $[M/L]$; $m = 4\pi$ è il suo valore sotto la scelta di unità $k = 1$ e raggio 1. Zero-Tension è il nome che il corpus dà a questo stato, in cui la crescita dell'area e la diminuzione della densità si bilanciano esattamente; non definisce alcuna grandezza corrispondente a un attrito o a una tensione. L'accordo con l'opera di Carr nella Sezione 4 è un'osservazione sulla discendenza del calcolo. Non si rivendica alcuna nuova legge fisica. **Ciò che questo articolo aggiunge** è che, estendendo lo stesso integrale a un n generico, ottiene $m(n) = 4\pi/(3-n)$ e mostra che $n = 2$ è l'unico esponente che fa coincidere la massa con l'angolo solido stesso; e che, leggendo $S = 1/(3-n)$ come «il numero di fogli sovrapposti di 4π », separa 16π (impilamento) e $16\pi^2$ (prodotto) come regole di generazione diverse.

1. Introduzione: dal valore numerico alla compensazione strutturale

In fisica e in geometria il valore 4π compare ovunque — nell'area della sfera $S = 4\pi r^2$, nella legge di Gauss $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi q$ e altrove — e dentro le formule viene spesso trattato semplicemente come una costante. In un campo tridimensionale dell'inverso del quadrato $\rho(r) = 1/r^2$, però, 4π compare come l'angolo solido puro stesso, messo in luce dopo che l'espansione spaziale e l'attenuazione si sono compensate.

2. Il teorema di annullamento della massa in 4π

Definizione 1 (Elemento di volume sferico)

In coordinate sferiche (r, θ, φ) ($r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi$), l'elemento di volume ricavato dal determinante jacobiano è $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$.

Teorema 1 (Il teorema di annullamento della massa in 4π)

Per una palla unitaria tridimensionale $\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid |\mathbf{x}| \leq 1\}$ che contiene un campo di densità $\rho(r) = r^{-2}$, la massa totale m vede compensata ogni dipendenza radiale ed è uguale all'angolo solido puro 4π .

Dimostrazione.

$$m = \iiint_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) dV = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^1 \left(\frac{1}{r^2} \right) \cdot (r^2 \sin \theta) dr$$

Qui l' $1/r^2$ della densità e l' r^2 dello jacobiano si compensano:

$$r^2 \cdot \frac{1}{r^2} = 1$$

Le variabili si separano in modo indipendente, e l'integrale diventa un prodotto di tre integrali semplici:

$$m = \left(\int_0^1 1 dr \right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \right) \cdot \left(\int_0^{2\pi} 1 d\varphi \right) = 1 \cdot 2 \cdot 2\pi = 4\pi$$

3. Interpretazione geometrica: invarianza di scala

La compensazione $r^2 \cdot (1/r^2) = 1$ significa che **la scala di distanza r esce** dall'integrando. Cioè, $\rho = r^{-2}$ è una **distribuzione invariante di scala**, in cui la crescita dell'area sferica e l'attenuazione della densità si bilanciano esattamente.

È lo stesso fatto del Teorema 1 dell'articolo 01 ($dm/dr = 4\pi$ indipendente da r), visto dal lato dell'integrale. Il corpus chiama questo stato di equilibrio Zero-Tension.

4. Collegamento con la teoria dell'integrazione multipla di G. S. Carr

La struttura di integrazione multipla usata in questo teorema ha la stessa forma degli integrali multipli in coordinate sferiche raccolti in *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics* (1886) di G. S. Carr. L'opera di Carr è nota come il libro su cui Ramanujan studiò da autodidatta.

5. Il valore per n generico: la scala di moduli

Eseguendo il calcolo di questo articolo per un esponente generico n si ottiene

$$m(n) = \int d\Omega \int_0^1 r^{2-n} dr = \frac{4\pi}{3-n} \quad (n < 3).$$

Scrivendo $m = 4\pi \cdot S$ si ottiene $S = \frac{1}{3-n}$; leggendo S come **numero di fogli sovrapposti di 4π** si ottiene la scala seguente.

n	$S = \frac{1}{3-n}$	m	Lettura
0	1/3	$4\pi/3$	Volume della palla unitaria
1	1/2	2π	Metà di 4π
2	1	4π	Un foglio di 4π
5/2	2	8π	Due fogli di 4π
11/4	4	16π	Quattro fogli di 4π

$n = 2$ è l'unico esponente per cui m coincide con l'angolo solido stesso ($S = 1$). I valori 2π , 4π , 8π concordano con le costanti che l'articolo 13 tratta come moduli.

$16\pi^2$ non sta su questa scala. Espresso in fogli, $S = 16\pi^2/4\pi = 4\pi$, sicché **il numero di fogli stesso contiene π** .
 $16\pi = 4\pi \times 4$ (impilamento) e $16\pi^2 = 4\pi \times 4\pi$ (prodotto) seguono **regole di generazione diverse**.

6. Conclusione

Questo articolo ha mostrato quanto segue.

1. Nella palla unitaria con densità dell'inverso del quadrato $\rho = r^{-2}$, l' r^2 dello jacobiano e l' $1/r^2$ della densità si compensano, e la massa totale **coincide con l'angolo solido totale 4π** .
 2. In generale $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, e $n = 2$ è **l'unico esponente** per cui m coincide con l'angolo solido stesso.
- Ciò che rende speciale $n = 2$ è che è **l'unico esponente che rende l'integrale radiale esattamente uguale a 1**; alla massa non resta allora che l'integrale angolare 4π . L'equilibrio tra espansione e attenuazione mette a nudo l'angolo solido.

Registro delle revisioni

Seconda edizione (settembre 2026): la forma è stata allineata al modello attuale. Le osservazioni sulla collocazione, sulle unità, sul termine Zero-Tension e su Carr, prima sparse tra sommario e conclusione, sono state raccolte nella nota di portata subito dopo il sommario. Sono stati aggiunti i DOI ai riferimenti del corpus, ed è stata tolta la voce in cui l'articolo citava se stesso. Gli editori di Carr (1886) e di Kanigel (1991) nei riferimenti sono stati corretti secondo le edizioni citate.

Bibliografia

1. Carr, G. S. (1886). *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics*. Francis Hodgson, London.

2. Kanigel, R. (1991). *The Man Who Knew Infinity: A Life of the Genius Ramanujan*. Charles Scribner's Sons.

3. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $n = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Articolo 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186

4. Yamagishi, Y. (2026). *Physical Law as a Description Language of the Universe OS* [Articolo 13]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404917

— From thinking to syncing. —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)