

Теорема о взаимном сокращении массы 4π

— Появление чистого телесного угла в полях обратного квадрата и математическая структура
равновесия без трения (Zero-Tension) — [Статья 02]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Япония

Сентябрь 2026 (Второе издание)

— *From thinking to syncing.* —

Аннотация

В трёхмерном евклидовом пространстве при интегрировании по шару, плотность которого подчиняется закону обратных квадратов $\rho(r) = 1/r^2$, якобиан r^2 элемента объёма и плотность $1/r^2$ взаимно сокращаются. В результате полная масса внутри единичного шара совпадает с полным телесным углом трёхмерного пространства, 4π (полной мерой в стерadianах). Мы формулируем это как «теорему о взаимном сокращении массы 4π » (Теорема 1).

Распространяя тот же интеграл на произвольный показатель n , получаем $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, и $n = 2$ — единственный показатель, при котором масса совпадает с самим телесным углом (раздел 5). Записывая $m = 4\pi \cdot S$ и читая $S = \frac{1}{3-n}$ как «число наложенных листов 4π », мы получаем лестницу модулей, проходящую через 2π , 4π , 8π , и видим, что 16π (складывание) и $16\pi^2$ (произведение) относятся к разным правилам порождения.

Рамки статьи (scope note): Теорема этой статьи — элементарный кратный интеграл, и она формулирует со стороны интеграла тот же факт, что и Теорема 1 статьи 01 (dm/dr не зависит от r только при $n = 2$). Появляющееся здесь 4π — это сам угловой интеграл $\int_{S^2} d\Omega$, тот же телесный угол, что и 4π в законе Гаусса, законе Кулона и уравнении Пуассона (эта общность рассматривается в статье 13). Чтобы рассматривать $\rho = r^{-2}$ как плотность, следует писать $\rho = k/r^2$ с постоянной k размерности $[M/L]$; $m = 4\pi$ — её значение при выборе единиц $k = 1$ и радиуса 1. Zero-Tension — это название, которое корпус даёт этому состоянию, в котором рост площади и падение плотности точно уравниваются; оно не определяет никакой величины, соответствующей трению или натяжению. Совпадение с трудом Карра в разделе 4 — замечание о происхождении вычисления. Никакой новый физический закон не утверждается. **Что добавляет эта статья:** распространяя тот же интеграл на произвольное n , она получает $m(n) = 4\pi/(3-n)$ и показывает, что $n = 2$ — единственный показатель, при котором масса совпадает с самим телесным углом; а читая $S = 1/(3-n)$ как «число наложенных листов 4π », она разделяет 16π (складывание) и $16\pi^2$ (произведение) как разные правила порождения.

1. Введение: от численного значения к структурному сокращению

В физике и геометрии значение 4π встречается повсюду — в площади сферы $S = 4\pi r^2$, в законе Гаусса $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi q$ и в других местах, — и внутри формул с ним часто обращаются просто как с константой. Однако в трёхмерном поле обратных квадратов $\rho(r) = 1/r^2$ величина 4π появляется как сам чистый телесный угол, извлечённый после того, как пространственное расширение и ослабление взаимно сократились.

2. Теорема о взаимном сокращении массы 4π

Определение 1 (Элемент объёма в сферических координатах)

В сферических координатах (r, θ, φ) ($r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi$) элемент объёма, получаемый из якобиана, равен $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$.

Теорема 1 (Теорема о взаимном сокращении массы 4π)

Для трёхмерного единичного шара $\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid |\mathbf{x}| \leq 1\}$, содержащего поле плотности $\rho(r) = r^{-2}$, у полной массы m сокращается всякая радиальная зависимость, и она равна чистому телесному углу 4π .

Доказательство.

$$m = \iiint_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) dV = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^1 \left(\frac{1}{r^2} \right) \cdot (r^2 \sin \theta) dr$$

Здесь $1/r^2$ плотности и r^2 якобиана взаимно сокращаются:

$$r^2 \cdot \frac{1}{r^2} = 1$$

Переменные независимо разделяются, и интеграл становится произведением трёх однократных интегралов:

$$m = \left(\int_0^1 1 dr \right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \right) \cdot \left(\int_0^{2\pi} 1 d\varphi \right) = 1 \cdot 2 \cdot 2\pi = 4\pi$$

3. Геометрическая интерпретация: масштабная инвариантность

Сокращение $r^2 \cdot (1/r^2) = 1$ означает, что масштаб расстояния r выпадает из подынтегрального выражения. То есть $\rho = r^{-2}$ — это масштабно-инвариантное распределение, в котором рост площади сферы и ослабление плотности точно уравниваются.

Это тот же факт, что и Теорема 1 статьи 01 ($dm/dr = 4\pi$ не зависит от r), увиденный со стороны интеграла. Корпус называет это состояние равновесия Zero-Tension.

4. Связь с теорией кратного интегрирования Г. С. Карра

Структура кратного интегрирования, используемая в этой теореме, имеет ту же форму, что и кратные интегралы в сферических координатах, собранные в книге Г. С. Карра *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics* (1886). Труд Карра известен как книга, по которой Рамануджан учился самостоятельно.

5. Значение при произвольном n : лестница модулей

Выполняя вычисление этой статьи для произвольного показателя n , получаем

$$m(n) = \int d\Omega \int_0^1 r^{2-n} dr = \frac{4\pi}{3-n} \quad (n < 3).$$

Записывая $m = 4\pi \cdot S$, получаем $S = \frac{1}{3-n}$; если читать S как число наложенных листов 4π , получается следующая лестница.

n	$S = \frac{1}{3-n}$	m	Прочтение
0	1/3	$4\pi/3$	Объём единичного шара
1	1/2	2π	Половина 4π
2	1	4π	Один лист 4π
5/2	2	8π	Два листа 4π
11/4	4	16π	Четыре листа 4π

$n = 2$ — единственный показатель, при котором m совпадает с самим телесным углом ($S = 1$). Значения 2π , 4π , 8π согласуются с константами, которые статья 13 рассматривает как модули.

$16\pi^2$ не лежит на этой лестнице. В листах $S = 16\pi^2/4\pi = 4\pi$, так что **само число листов содержит π** .
 $16\pi = 4\pi \times 4$ (складывание) и $16\pi^2 = 4\pi \times 4\pi$ (произведение) подчиняются **разным правилам порождения**.

6. Заключение

Эта статья показала следующее.

1. В единичном шаре с плотностью $\rho = r^{-2}$ по закону обратных квадратов множитель r^2 якобиана и $1/r^2$ плотности взаимно сокращаются, и полная масса **совпадает с полным телесным углом 4π** .
 2. В общем случае $m(n) = \frac{4\pi}{3-n}$, и $n = 2$ — **единственный показатель**, при котором m совпадает с самим телесным углом.
- Особым $n = 2$ делает то, что это **единственный показатель, делающий радиальный интеграл ровно равным 1**; тогда у массы не остаётся ничего, кроме углового интеграла 4π . Равновесие расширения и ослабления обнажает телесный угол.

Журнал редакций

Второе издание (сентябрь 2026): оформление приведено в соответствие с текущим шаблоном. Замечания о месте статьи, о единицах, о термине Zero-Tension и о Карре, прежде разбросанные по аннотации и заключению, собраны в примечании о рамках сразу после аннотации. В ссылки на корпус добавлены DOI, а запись, в которой статья цитировала саму себя, удалена. Издатели книг Карра (1886) и Канигела (1991) в списке литературы исправлены на издателей цитируемых изданий.

Литература

1. Carr, G. S. (1886). *A Synopsis of Elementary Results in Pure Mathematics*. Francis Hodgson, London.
2. Kanigel, R. (1991). *The Man Who Knew Infinity: A Life of the Genius Ramanujan*. Charles Scribner's Sons.
3. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $n = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Статья 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
4. Yamagishi, Y. (2026). *Physical Law as a Description Language of the Universe OS* [Статья 13]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404917

