

「+」は八つあり、そのうち七つは座標を変えれば本当の足し算になる — 残る一つを止めているのは交換しないことであり、そのずれはちょうど交換子の半分である — [論文228]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ
2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

同じ「+」の記号が、少なくとも八つの別の演算を着ている。本稿はそれらを点呼し、どれが本当の足し算で、どれが違うのかを数で分ける。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、速度の合成は壊れた足し算ではなかった。ラビディティに移すとただの足し算になり、**200000**組の乱数で最大のずれは 1.887×10^{-15} であった（第2節）。第二に、それは群の公理をすべて満たす。交換法則のずれ **0**、結合法則 1.577×10^{-14} 、単位元 **0**、逆元 **0**、そして $(-c, c)$ で閉じている（第3節）。第三に、同じ手が他でも効く。並列抵抗はコンダクタンスで、掛け算は対数で、量子系の合成は量子ビット数で、それぞれ足し算に戻る——次元は掛かるが、量子ビットは足される（ずれ **0**）（第4・5節）。第四に、振幅では「+」は最初から本物である。 $|a|^2 + |b|^2$ は常に **2** なのに $|a+b|^2$ は **4** から **0** まで動く——壊れているのは足し算ではなく、足したものと測るものが違うのである（第6節）。第五に、これが本稿の芯である。座標では直せない場合がちょうど一つあり、それは交換しないことである——ずれと「交換子の半分」の比は $1.000834 \rightarrow 1.000008 \rightarrow 1.000000$ と収束した（第7節）。

本稿の射程（scope note）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——速度合成則、ラビディティ、ベーカー＝キャンベル＝ハウスドルフの公式、テンソル積の次元、干渉は、いずれも標準的である。網羅を主張しない——扱うのは八つの例であり、これで尽きているとは言わない。「本当の足し算」を新しく定義しない——可換群の公理を満たすことを指し、標準的な意味のまま使う。座標変換の存在を一般に判定しない——各例について一つ挙げるか、挙がらないと言うだけである。群論の教科書を書かない。既刊との関係：論文16は等号に六つの別根を、論文227は不等号に二種類を数えた——本稿は四則演算の側であり、記号の分類の続きである。論文181は「掛け算は二つ目を決めない」を示した——本稿の第5節はその足し算側の対である。論文222は「何あたりで数えるか」で答が動くことを示した——本稿の芯は同じ形であり、どの座標で足すかで「+」の身分が決まる。加えたのは速度合成が群の公理を満たすことを 200000 組で確かめたこと、ラビディティとの一致を 10^{-15} で測ったこと、量子ビット数で次元の積が和に戻ることを確かめたこと、振幅の加法の結合性を測ったこと、交換子の半分という予測を四桁のスケールで検証したことである。

1. 記法と位置づけ

本稿で「本当の足し算」とは、可換群の公理（交換・結合・単位元・逆元・閉じていること）を満たす二項演算をいう。標準的な意味のままである。問うのは、「+」と書かれている操作が、それを満たすかである。

位置づけ：論文16は等号の六別根、論文227は不等号の二種を数えた——本稿は四則の側である。論文222の「何あたりで数えるか」が、ここでは「どの座標で足すか」になる。

2. 速度：同じ記号が、三つの答を出す

検算 2.1：

u, v	ガリレイの $u+v$	相対論	ラビディティ経由
0.4c, 0.4c	0.800000000	0.689655172414	0.689655172414
0.9c, 0.9c	1.800000000	0.994475138122	0.994475138122
0.99c, 0.99c	1.980000000	0.999949497500	0.999949497500
0.999c, 0.999c	1.998000000	0.999999499500	0.999999499500

200000 組の乱数で、右二列の最大のずれは 1.887×10^{-15} であった。

観察 2.2

ラピディティ $\theta = \operatorname{arctanh}(v/c)$ に移すと、合成はただの足し算である。壊れていたのは「+」ではなく、座標のほうであった。

3. それは、群の公理をすべて満たす

検算 3.1 : $u \oplus v = (u + v)/(1 + uv)$ について、200000 組で測る。

公理	最大のずれ
交換法則	0
結合法則	1.577×10^{-14}
単位元 (0)	0
逆元 ($-u$)	0
$(-c, c)$ で閉じている	成立

観察 3.2

全部の公理が成り立つ。これは本物の足し算が、違う変数で書かれているのである——「相対論では足し算が壊れる」という言い方は、正確ではない。

4. 同じ手が、他でも効く

検算 4.1 :

足されるもの	戻す座標	確認
並列抵抗	コンダクタンス $1/R$	$1/R_1 + 1/R_2 = 0.101000000000$ 、 $1/R_{\parallel} = 0.101000000000$
掛け算	対数	$7 \times 11 = 77$ 、 $\exp(\ln 7 + \ln 11) = 77.000000$
速度	ラピディティ	第2節

観察 4.2

逆数・対数・ $\operatorname{arctanh}$ ——いずれも頑固な合成を、ただの足し算に戻す。

5. 二つの系を並べる：次元は掛かり、量子ビットは足される

検算 5.1：

dim <i>A</i>	dim <i>B</i>	古典（足す）	量子（掛ける）	量子ビット（足す）
2	3	5	6	$1.000000 + 1.584963 = 2.584963$
10	10	20	100	$3.321928 + 3.321928 = 6.643856$
1024	1024	2048	1048576	$10 + 10 = 20$

$\log_2$ の和と積の $\log_2$ のずれは **0** であった。

観察 5.2

「二つの系を組み合わせる」という同じ言葉で、古典は次元を足し、量子は次元を掛ける。足し算に戻す座標は量子ビットの数である——この一行が、量子レジスタが指数的に大きい理由のすべてである。論文181 が「掛け算は二つ目を決めない」と書いたことの、足し算側の対である。

6. 振幅：ここでは「+」は最初から本物である

検算 6.1：

位相	$ a ^2 + b ^2$	$ a + b ^2$
0	2.000000	4.000000
$\pi/3$	2.000000	3.000000
$\pi/2$	2.000000	2.000000
$2\pi/3$	2.000000	1.000000
π	2.000000	0.000000

振幅の加法の結合性は、**200000** 組で最大のずれ 1.776×10^{-15} であった。

観察 6.2

ここでは「+」に何の問題もない。複素数の足し算は完全に普通の足し算である——違うのは、足したものと、測るものが別だということである。干渉とは、足してから測るのと測ってから足すのとの差である。

7. 芯：座標では直せない、ただ一つの場合

検算 7.1：交換する場合を先に見る。 $C_1 = \text{diag}(1, 2)$ 、 $C_2 = \text{diag}(3, 5)$ では、交換子は **0**、 $e^{C_1}e^{C_2}$ と $e^{C_1+C_2}$ のずれは 2.274×10^{-13} （数値誤差のみ）であった。

検算 7.2：交換しない場合。 A, B を非対角の基本行列にとると、交換子の最大成分は **1**、 e^Ae^B と e^{A+B} のずれは **0.543081** である。 t を掛けて縮尺を変える。

t	実測のずれ	$t^2 [A, B] /2$	比
10^{-1}	$5.004168056 \times 10^{-3}$	$5.000000000 \times 10^{-3}$	1.000834
10^{-2}	$5.000041667 \times 10^{-5}$	$5.000000000 \times 10^{-5}$	1.000008
10^{-3}	$5.000000418 \times 10^{-7}$	$5.000000000 \times 10^{-7}$	1.000000
10^{-4}	$4.999999970 \times 10^{-9}$	$5.000000000 \times 10^{-9}$	1.000000

観察 7.3

ずれは、主要項においてちょうど交換子の半分である。これは座標が悪いのではない——交換しないということそのものであり、どんな貼り替えでも消えない。

8. 点呼と分離子

検算 8.1 :

足されるもの	足し算に戻す座標	本当の「+」か
個数	要らない	はい
速度	ラビディティ	はい（座標を変えれば）
並列抵抗	コンダクタンス	はい（座標を変えれば）
積の因子	対数	はい（座標を変えれば）
量子系	量子ビット数	はい（座標を変えれば）
排反事象の確率	要らない	はい
振幅	要らない	はい——ただし測るのは二乗
交換しない指数	存在しない	いいえ

観察 8.2（分離子）

「+」を分けているのは、本当の足し算に戻す座標があるかである。八つのうち七つには在り、一つには無い——無いことを決めているのは交換しないことである。

観察 8.3（柵）

「これらは足せる」という言い方を囲っている柵は、どの変数で足すのかを決めていることである。柵の外では、この文は偽ですらなく、空である——227 の「この量には上限がある」、222 の「黒体のピークはここ」と同じ形である。

観察 8.4

「相対論では足し算が壊れる」「量子では確率が足せない」という言い方は、どちらも正確ではない。前者は座標が違うだけであり、後者は足すものと測るものが違うだけである——本当に壊れているのは、交換しない場合ただ一つであった。

9. 点呼と結び

本稿が測ったことを並べる。

1. 速度はラピディティで足し算（検算2.1）：ずれ 1.887×10^{-15} 。
2. 群の公理をすべて満たす（検算3.1）：結合法則 1.577×10^{-14} 。
3. 逆数と対数でも同じ手（検算4.1）。
4. 次元は掛かり、量子ビットは足される（検算5.1）：ずれ 0。
5. 振幅の「+」は本物（検算6.1）： $|a+b|^2$ は 4 から 0。
6. 交換子の半分（検算7.2）：比が 1.000000 に収束。
7. 八つのうち七つに座標がある（検算8.1）。

結び：小学校で習う「+」は、一つの記号である。だがそれが着ている演算は、少なくとも八つあった。そしてそのうち七つは、壊れてなどいなかった——速度はラピディティで、並列抵抗はコンダクタンスで、掛け算は対数で、量子系は量子ビットの数で、どれもただの足し算に戻る。振幅に至っては、最初から普通の足し算である——干渉が起きるのは、足したものと測るものが違うからにすぎない。座標を探しても見つからないのは、ただ一つであった。交換しない二つを、指数の中で足すとき——そのずれはちょうど交換子の半分であり、実測の比は 1.000000 に収束した。それは書き方の失敗ではない。「順序を変えると答が変わる」ということそのものが、足し算に戻ることを拒んでいる——だから、足せるかどうかを訊く前に、どの変数で足すのかを訊かねばならない。そしてその変数が無いとき、初めて本当に足せないのである。

参考文献

1. Robb, A. A. (1911). *Optical Geometry of Motion: A New View of the Theory of Relativity*. Cambridge: Heffer.
2. Varićak, V. (1910). Anwendung der Lobatschefskijschen Geometrie in der Relativtheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 11, 93–96.
3. Baker, H. F. (1905). Alternants and continuous groups. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2–3(1), 24–47.
4. Campbell, J. E. (1897). On a law of combination of operators. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1–29(1), 14–32.

5. Hausdorff, F. (1906). Die symbolische Exponentialformel in der Gruppentheorie. *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften*, 58, 19–48.
6. Feynman, R. P., Hibbs, A. R. (1965). *Quantum Mechanics and Path Integrals*. New York: McGraw-Hill.
7. Nielsen, M. A., Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. Tenth anniversary edition. Cambridge: Cambridge University Press.
8. 山岸勇輝 (2026). 等号にも別根がある [論文16]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
9. 山岸勇輝 (2026). ウィグナー角は面積である [論文33]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090872
10. 山岸勇輝 (2026). なぜ「最高速度」が存在するのか [論文83]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741190
11. 山岸勇輝 (2026). 掛け算は「二つ目」を決めない [論文181]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22104155
12. 山岸勇輝 (2026). 太陽は、緑にも橙にも赤外にも輝いている [論文222]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22120199
13. 山岸勇輝 (2026). 同じ「 $\leq$ 」が、触れる壁と触れない壁を指している [論文227]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22123129

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)