

「-」は七つあり、そのうち一つは足し算を戻さない

— 点から点を引くと、点ではないものが出る：分けているのは、戻す操作なのか名前なのか、そして
出てくるものの型である — [論文230]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

引き算は、足し算を戻す操作である。だが同じ記号を着ているのに、足し算を戻していないものがある。本稿は七つの「-」を点呼し、三つの問いで分ける。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、自然数では約半分が失敗する。200000組で $a - b$ が自然数に留まったのは **50.0575%** であった——負の数はこのために作られた（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。集合の差は和を戻さない。 $(A \cup B) \setminus B$ が A に戻ったのは 200000組のうち **44.0115%** であり、戻るのは互いに素なときに限る（反例 0 件）（第3節）。第三に、点から点を引くと型が変わる。重みの和が 1 なら点、0 ならベクトル、それ以外は無意味である—— $P + Q$ は珍しいのではなく、定義されていない（第4節）。第四に、 $\infty - \infty$ は道に依る。同じ形の四つの式が、0、 -1.667×10^{-7} 、 $+3.333 \times 10^{-7}$ 、そして発散を返した（第5節）。第五に、発散を引く操作は流儀に依る。同じ発散を三通りに引くと、残る有限部分が 0、 -0.6931471806 、 $+0.6931471806$ と $\ln 2$ だけずれた（第6節）。

本稿の射程（scope note）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——アフィン空間と重心座標、集合差、不定形、くりこみの処方依存性、単項の逆元は、いずれも標準的である。網羅を主張しない——扱うのは七つであり、これで尽きているとは言わない。くりこみの理論を作らない——発散の除去そのものは扱わず、残る有限部分が一つに決まらないことだけを示す。「正しい処方」を選ばない。代数の教科書を書かない——群・環・アフィン空間の一般論は扱わない。既刊との関係：論文16（等号に六）・227（不等号に二）・228（「+」に八）・229（「÷」に五）に続く記号の分類の五本目である。228は「足せるかどうかを訊く前に、どの変数で足すのかを訊け」と結んだ——本稿の答はその裏返しであり、引く前に、何が戻ってくるはずなのかを訊けである。論文170は「約分すると +1 ではなく -1 が出る」を示した——記法の中に潜む符号という点で同じ家系である。論文226は「符号が向きそのもの」である場合を扱った。加えたのは自然数で引けない割合を測ったこと、集合差が和を戻す割合と、その条件を反例ゼロで確かめたこと、重みの和で点・ベクトル・無意味の三つに分けたこと、不定形を四通りで比べたこと、処方の違いが $\ln 2$ を残すことを出したことである。

1. 記法と位置づけ

引き算とは、足し算を戻す操作である。 $a - b$ とは「 b に足して a になるもの」を求めることである。本稿が問うのは三つ。(i) それは本当に足し算を戻しているか、(ii) 出てくるものは入れたものと同じ型か、(iii) 答は一意か。

位置づけ：論文16・227・228・229 に続く記号の分類の五本目である。228 の結び「どの変数で足すのかを訊け」の裏返しが、本稿の結びになる。

2. 自然数では、約半分が失敗する

検算 2.1：0 から 999 の自然数の組を 200000 回作る。

測ったもの	値
試した組	200000
$a - b$ が自然数に留まった回数	100115
割合	50.0575%

観察 2.2

治し方は演算をいじることではなく、集合を広げることである——論文229 の割り算とまったく同じ形である。負の数は、このために作られたのであって、他の理由は無い。

3. 芯：集合の差は、和を戻さない

検算 3.1： $A = \{1, 2\}$ 、 $B = \{2, 3\}$ とする。

式	値
$A \cup B$	$\{1, 2, 3\}$
$(A \cup B) \setminus B$	$\{1\}$
A	$\{1, 2\}$

要素 **2** は **A** にあったのに、**B** を取り去ったときに一緒に捨てられた。

検算 3.2：小さな集合の組を **200000** 回作る。

測ったもの	値
$(A \cup B) \setminus B = A$ となった回数	88023
割合	44.0115%
「互いに素であること」との食い違い	0 件 (20000 組で検査)

観察 3.3

集合差は、和を戻す操作ではない。戻すのは **A** と **B** が互いに素なときに限る——「引き算は足し算を戻す」という説明そのものが、ここで成り立たない。それでも記号は同じ「**-**」を使う。

4. 点から点を引くと、型が変わる

検算 4.1： $P = (3, 1)$ 、 $Q = (1, 4)$ 、 $R = (-2, 2)$ とする。 $(P - Q) + (Q - R)$ と $P - R$ のずれは **0** であった。差は矢のように繋がる。

検算 4.2 (外れた検査)：最初の版では、結果をすべて「点」として扱った。原点を動かすと点の座標は動き、ベクトルの座標は動かないので、二つには別の検査が要る。原点を $(10, -7)$ だけ動かして測り直す。

式	重みの和	点として	ベクトルとして	判定
$P - Q$	0	いいえ	はい	ベクトル
$(P + Q)/2$	1	はい	いいえ	点
$2P - Q$	1	はい	いいえ	点
$3P - 2Q$	1	はい	いいえ	点
$P + Q$	2	いいえ	いいえ	無意味
$2P + Q$	3	いいえ	いいえ	無意味

観察 4.3

重みの和が 1 なら点、0 ならベクトル、それ以外は原点と一緒に動いてしまい、何も意味しない。ここで「-」は、「+」にはできないことをしている——二つの点を取って、別の型のものを返す。 $P+Q$ は珍しいのではなく、定義されていない。二つの点は平均は取れるが、足せない。

5. $\infty - \infty$ は、道に依る

検算 5.1：どちらも発散する二つの量の差を、 $x \rightarrow 0$ で測る。

式	$x = 10^{-2}$	$x = 10^{-4}$	$x = 10^{-6}$
$1/x - 1/x$	0	0	0
$1/x - 1/\sin x$	-0.00166669	-1.66667×10^{-5}	-1.66707×10^{-7}
$1/x - 1/\tan x$	+0.00333336	$+3.33333 \times 10^{-5}$	$+3.33297 \times 10^{-7}$
$1/x^2 - 1/x$	+9900	$+9.999 \times 10^7$	$+9.99999 \times 10^{11}$

観察 5.2

見た目は同じ「無限大引く無限大」で、答は零・下から零・上から零・発散の四通りである。記号は、この四つを区別していない。

6. 発散を引く操作は、流儀に依る

検算 6.1：発散する積分を L で切り、三通りの引き方をする。

処方	残る有限部分
$\ln L$ を引く	+0.0000000000
$\ln(2L)$ を引く	-0.6931471806
$\ln(L/2)$ を引く	+0.6931471806

$\ln 2 = 0.6931471806$ である。

観察 6.2

三つとも同じ発散を除いている。それでも残るものが $\ln 2$ だけ違う——そして処方の内側のどんな計算も、どれが正しいかを決められない。論文227で「上限が到達されるか」を記号が決めなかったのと同じ形である。

7. 単項の「 $-$ 」は、引き算ではない

観察 7.1

式	引数の数	何をしているか
$a - b$	二つ	操作：足し算を戻す
$-a$	一つ	名前：足すと 0 になる元
a^{-1}	一つ	同じ考えを、積について書いたもの
$A \setminus B$	二つ	操作。ただし何も戻さない

観察 7.2

$-a + a = 0$ は定義であって、計算ではない。一つの記号が、二項の仕事と単項の仕事を兼ねている——「マイナス」と読むとき、我々はどちらの意味かを言っていない。

8. 点呼と分離子

検算 8.1 :

どの「-」か	足し算を戻すか	出てくる型	答は一意か
整数の $a - b$	戻す	同じ	はい
自然数の $a - b$	$a \geq b$ のときだけ	同じ	はい（定義される限り）
点から点	戻す	ベクトル	はい
集合の差	戻さない	同じ	はい
単項の $-a$	操作ではない	同じ	はい
$\infty - \infty$	そのような足し算が無い	どれでも	いいえ（道）
くりこみの引き算	発散は除く	同じ	いいえ（処方）

観察 8.2（分離子）

「-」を分けているのは三つの問いである——(i) 本当に足し算を戻しているか、(ii) 出てくるものは同じ型か、(iii) 答は一意か。記号は、この三つのどれにも答えていない。

観察 8.3（柵）

「これは引ける」という言い方を囲っている柵は、何が戻ってくるはずなのかを決めていることである。柵の外では、この文は偽ですらなく、空である——229 の「これは割れる」、228 の「これらは足せる」と同じ形である。

観察 8.4

228 の結びは「足せるかどうかを訊く前に、どの変数で足すのかを訊け」であった。本稿の答はその裏返しである——引く前に、何が戻ってくるはずなのかを訊け。

9. 点呼と結び

本稿が測ったことを並べる。

1. 自然数では約半分が失敗（検算2.1）：**50.0575%**。

2. 集合差は和を戻さない (検算3.2) : **44.0115%**、条件は互いに素、反例 **0** 件。
3. 最初の検査が外れた (検算4.2) : 点とベクトルには別の検査が要る。
4. 重みの和で三分類 (検算4.2) : **1** なら点、**0** ならベクトル、他は無意味。
5. $\infty - \infty$ は四通り (検算5.1) : 零・下から・上から・発散。
6. 処方 は **$\ln 2$** を残す (検算6.1) : **± 0.6931471806** 。
7. 単項の $-a$ は操作ではない (観察7.1) : 名前である。

結び : 引き算は足し算を戻す、と我々は教わる。ところが集合では、戻らない。 A と B を合わせてから B を取り去っても、 A には戻らない——もともと A にあった要素が、一緒に捨てられるからである。**200000** 組のうち戻ったのは **44.0115%** で、戻るのは互いに素なときに限られた。そして点から点を引くと、点ではないものが出る。重みの和が **1** なら点、**0** ならベクトル、それ以外なら原点と一緒に動いてしまい、何も意味しない——二つの点は平均は取れるのに、足せない。 $\infty - \infty$ は道に依り、発散の引き算は処方に依って **$\ln 2$** だけずれる。そして「 $-a$ 」は、そもそも引き算ですらない——それは名前であり、 $-a + a = 0$ は定義であって計算ではない。一つの記号が、戻す仕事・型を変える仕事・名づける仕事を兼ねていた。だから引けるかどうかを訊く前に、何が戻ってくるはずなのかを訊かねばならない——そして「戻ってくるはずのもの」が入れたものと同じ型だと決まっているわけではない。

参考文献

1. Grassmann, H. (1844). *Die lineale Ausdehnungslehre*. Leipzig: Wigand.
2. Möbius, A. F. (1827). *Der barycentrische Calcul*. Leipzig: Barth.
3. Cantor, G. (1895). Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. *Mathematische Annalen*, 46(4), 481–512.
4. Bogoliubov, N. N., Parasiuk, O. S. (1957). Über die Multiplikation der Kausalfunktionen in der Quantentheorie der Felder. *Acta Mathematica*, 97, 227–266.
5. Hepp, K. (1966). Proof of the Bogoliubov–Parasiuk theorem on renormalization. *Communications in Mathematical Physics*, 2(1), 301–326.
6. 't Hooft, G. (1973). Dimensional regularization and the renormalization group. *Nuclear Physics B*, 61, 455–468.
7. Berger, M. (1987). *Geometry I*. Berlin: Springer.
8. 山岸勇輝 (2026). 等号にも別根がある [論文16]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
9. 山岸勇輝 (2026). 約分すると、**+1** ではなく **-1** が出る [論文170]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22093731
10. 山岸勇輝 (2026). 裏返して戻ってくる面にも、面積はある [論文226]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22121247
11. 山岸勇輝 (2026). 同じ「 $\leq$ 」が、触れる壁と触れない壁を指している [論文227]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22123129
12. 山岸勇輝 (2026). 「+」は八つあり、そのうち七つは座標を変えれば本当の足し算になる [論文228]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22126254

13. 山岸勇輝 (2026). 「÷」は五つあり、割れない理由がそれぞれ違う [論文229]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22126445

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)