

証明を落とした本から学ぶと、等号の身分も一緒に落ちる

— Carr の『Synopsis』とラマヌジャン：同じ「=」で書かれた四つの別の主張と、計算では永久に反証できない一つの不等号 — [論文232]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

ラマヌジャンが学んだ本は、約五千の結果から証明を削ぎ落としたものであった。証明が落ちれば柵も落ちる——そして柵が落ちると、記号の身分が読めなくなる。本稿は、彼の書いた「=」を四つに分け、それぞれを数で確かめる。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、厳密に真な等号がある。 $1/\pi$ の級数は一項ごとに約八桁を買い、正しい桁は $7 \rightarrow 15 \rightarrow 23 \rightarrow 31 \rightarrow 39 \rightarrow 47$ と増えた（第3節）。第二に、漸近的でしかない等号がある。分割数の評価は、絶対誤差が 6.10 から 4.71×10^{43} へ増え、相対誤差が 14.53% から 0.998% へ減った（第4節）。第三に、これが本稿の芯である。 $1 + 2 + 3 + \dots = -1/12$ の左辺の部分和は 10^8 項で $5,000,000,050,000,000$ である——一致するのは $\zeta(-1)$ との差が 0 という事実であって、和ではない（第5節）。第四に、収束の証明を要する等号がある。入れ子の根号は深さ 40 で 2.999999999986 に達した——記号のどこにも「収束する」とは書いていない（第6節）。第五に、計算では永久に反証できない不等号がある。 $\pi(x) < \text{li}(x)$ は 10^7 まで一度も破れない（差は 339.41 ）——それでもリトルウッドは無限回破れることを証明した（第7節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——Carr の『Synopsis』の性格、ラマヌジャンの $1/\pi$ 級数、ハーディ＝ラマヌジャンの分割数の漸近式、 $\zeta(-1) = -1/12$ 、リトルウッドの定理は、いずれも標準的である。伝記を書かない——ラマヌジャンの生涯も、Carr の本の書誌も扱わない。教育を論じない——「証明の無い本で学ぶべきか」は問わない。発散級数の総和法の一般論を作らない——ラマヌジャン総和もアーベル総和も定義を引くだけである。リトルウッドの定理を証明しない——最初の交差点も与えない（知られていない）。誰かの誤りを咎めない——本稿の主張は記号についてであって、人についてではない。既刊との関係：論文16 は等号に六つの別根を数えた——本稿はそれを一人の書き手の実例に当てる。論文211 は「足し続けると、答から遠ざかる」と示した——第4節の漸近式はその一例である。論文227 は「記号は壁に触れられるかを決めている」と示した——第7節はその最も極端な場合である。論文223 は「検定を全部通り、それでも構造がある」と示した—— $\pi(x) < \text{li}(x)$ はその数論版である。論文31 はラマヌジャンの級数を π の身分の側から扱った——本稿は等号の身分の側であり、重ならない。加えたのは $1/\pi$ 級数の桁の増え方を測ったこと、分割数で絶対誤差と相対誤差が逆向きに動くことを示したこと、部分和と $\zeta(-1)$ を並べたこと、入れ子の根号を深さごとに追ったこと、 $\text{li}(x) - \pi(x)$ を 10^7 まで測ったことである。

1. 記法と位置づけ

論文16 は、等号に六つの別根——定義・代入の帰結・恒等式・条件式・経験則・次元的に空——があることを示した。本稿はそれを一人の書き手の実例に当てる。問うのはどの「=」がどの身分かであり、誰が正しかったかではない。

位置づけ：論文31 はラマヌジャンの級数を π の身分の側から扱った——本稿は等号の身分の側である。

2. Carr の本は、何を落としたか

観察 2.1

Carr の『Synopsis』は、約五千の結果を証明をほとんど付けずに並べた一覧である。ラマヌジャンはこれを主な入口とした。

観察 2.2

証明が落ちると、一緒に落ちるものがある——柵である。「どの範囲で成り立つか」「収束するか」「どの意味で等しいか」は、証明の中にしか書かれていない。結果だけを残すと、記号は身分を持たないまま残る。

これは咎めではない。Carr の本は受験の要約として書かれており、証明を省くのはその目的に対して正しい。問題は本ではなく、記号が身分を運ばないことである。

3. 厳密に真な「＝」

検算 3.1：ラマヌジャンの $1/\pi$ の級数を項ごとに足す。

項の数	誤差	正しい桁
1	7.64×10^{-8}	7
2	6.4×10^{-16}	15
3	5.68×10^{-24}	23
4	5.24×10^{-32}	31
5	4.94×10^{-40}	39
6	4.74×10^{-48}	47

観察 3.2

一項ごとにちょうど八桁増える。これは本物の等号であり、級数は収束し、極限は $1/\pi$ そのものである。

4. 漸近的でしかない「＝」

検算 4.1：ハーディ＝ラマヌジャンの分割数の主要項を、厳密な $p(n)$ と比べる。

n	厳密な $p(n)$	絶対誤差	相対誤差
10	42	6.10	14.53%
100	190569292	8.71×10^6	4.57%
1000	2.41×10^{31}	3.41×10^{29}	1.42%
2000	4.72×10^{45}	4.71×10^{43}	0.998%

觀察 4.2

絶対誤差は際限なく増え、相対誤差は減る。「＝」で書けば偽であり、「～」で書けば定理である——記号一つで、真偽が入れ替わる。論文211の「収束すると近似するは別の極限」の、一例である。

5. 芯：規約としての「＝」

検算 5.1 : $1 + 2 + 3 + \dots$ の部分和を測る。

足した項数	部分和
10	55
10 ⁴	50,005,000
10 ⁶	500,000,500,000
10 ⁸	5,000,000,050,000,000

一方 $\zeta(-1) = -0.08333333333333333333$ 、 $-1/12 = -0.08333333333333333333$ で、差は **0** である。

觀察 5.2

左辺の部分和はどこにも近づかない。 $-1/12$ と一致しているのは和ではなく、解析接続した関数の値である——二つはどちらも正しく、同じ主張ではない。一つの等号が、二つの別の仕事をしている。

觀察 5.3

これは論文16の六別根のうち「規約」に当たる。「 $= -1/12$ 」は発見ではなく、総和法の一つ選んだことの帰結である——そしてどの総和法を選んだかは、記号に書かれていない。

6. 収束の証明を要する「=」

検算 6.1：入れ子の根号を、深さを変えて評価する。

深さ	値
5	2.755053261329895984801018
10	2.989920360631050804024012
20	2.999987880599493711392443
40	2.999999999986179938154983

観察 6.2

値は **3** である。だが記号のどこにも「この入れ子が収束する」とは書かれていない——それは別に示さねばならない。ラマヌジャン自身、これを証明ではなく問題として出した。

7. 計算では永久に反証できない「<」

検算 7.1 : $\text{li}(x) - \pi(x)$ を測る。

x	$\pi(x)$	$\text{li}(x) - \pi(x)$
10^2	25	+5.126141584
10^4	1229	+17.1372159
10^6	78498	+129.5491595
10^7	664579	+339.4050486

観察 7.2

一度も破れない。それでもリトルウッドは 1914 年に、符号が無限回入れ替わることを証明した——最初の交差点はいまだに突き止められていない。

観察 7.3

計算できる範囲のすべての検定を通り、それでも偽である。論文223の「検定は見るように作られたものしか見ない」の数論版であり、論文227の「記号は壁に触れられるかを決めていない」の最も極端な場合である。

8. 分離子と柵

観察 8.1（分離子）

同じ「＝」を分けているのは、どの柵が省かれたかである。

式	「＝」の身分	省かれている柵
$1/\pi$ の級数	厳密	なし
分割数の評価	漸近	「 $n \rightarrow \infty$ で、相対誤差が」
$1 + 2 + 3 + \cdots = -1/12$	規約	「どの総和法で」
入れ子の根号	厳密	「この入れ子は収束する」
$\pi(x) < \text{li}(x)$	偽	「有限の範囲で確かめた」

観察 8.2（柵）

「この式は正しい」という言い方を囲っている柵は、その等号がどの身分かを言っていることである。柵の外では、この文は偽ですらなく、空である——228・229・230と同じ形である。

観察 8.3

証明は結果を保証するためだけのものではない。証明は柵を運ぶ器でもある——だから証明を落とした要約は、結果を残して身分を捨てる。ラマヌジャンの驚異はその状態から始まったのであり、ハーディが加えたのは主に柵であった。

9. 点呼と結び

本稿が測ったことを並べる。

1. $1/\pi$ 級数は厳密（検算3.1）：一項ごとに八桁。
2. 分割数は漸近（検算4.1）：絶対誤差 4.71×10^{43} 、相対誤差 0.998%。
3. $-1/12$ は規約（検算5.1）：部分和は 5×10^{15} 、 $\zeta(-1)$ との差は 0。
4. 入れ子の根号は収束を要する（検算6.1）：深さ 40 で 2.9999999999986。
5. $\pi(x) < \text{li}(x)$ は 10^7 まで無傷で、偽（検算7.1）。
6. 五つとも、記号は身分を言っていない（観察8.1）。

結び：ラマヌジャンが手にした本には、結果だけがあって証明が無かった。証明が無いということは、柵が無いということである。どの範囲で成り立つのか、収束するのか、どの意味で等しいのか——それらは証明の中にしか書かれていない。そして彼のノートには、同じ「=」で書かれた四つの別の主張が並ぶことになった。 $1/\pi$ の級数は厳密に真であり、一項ごとに八桁を買う。分割数の式は漸近的でしかなく、絶対誤差は 10^{43} まで育つ。 $1 + 2 + 3 + \dots = -1/12$ の左辺はどこにも近づかず、右辺は別の関数の値である。入れ子の根号は 3 に等しく、そのことは記号の外で示さねばならない。そして $\pi(x) < \text{li}(x)$ は、人が計算できるどこまで行っても破れず、それでも偽である。どれ一つとして、記号を見て身分が分かるものは無い。証明とは、結果を保証する手続きであると同時に、柵を運ぶ器であった。要約はその器を捨て、結果だけを残す——だから要約から学んだ者は、結果を受け取り、身分を受け取らない。ハーディが後から加えたものの多くは、新しい結果ではなく、落ちていた柵であった。

参考文献

1. Carr, G. S. (1880–1886). *A Synopsis of Elementary Results in Pure and Applied Mathematics*. London: Francis Hodgson.
2. Ramanujan, S. (1914). Modular equations and approximations to π . *Quarterly Journal of Mathematics*, 45, 350–372.
3. Hardy, G. H., Ramanujan, S. (1918). Asymptotic formulae in combinatory analysis. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-17(1), 75–115.
4. Littlewood, J. E. (1914). Sur la distribution des nombres premiers. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 158, 1869–1872.
5. Hardy, G. H. (1940). *Ramanujan: Twelve Lectures on Subjects Suggested by His Life and Work*. Cambridge: Cambridge University Press.
6. Hardy, G. H. (1949). *Divergent Series*. Oxford: Clarendon Press.
7. Berndt, B. C. (1985). *Ramanujan's Notebooks, Part I*. New York: Springer.
8. 山岸勇輝 (2026). 等号にも別根がある [論文16]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21600471
9. 山岸勇輝 (2026). 次元を持たない π [論文31]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090430

10. 山岸勇輝 (2026). 足し続けると、答から遠ざかる [論文211]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22111772
11. 山岸勇輝 (2026). 検定を全部通り、それでも点は十五枚の平面に乗っている [論文223]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22120728
12. 山岸勇輝 (2026). 同じ「 $\leq$ 」が、触れる壁と触れない壁を指している [論文227]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22123129
13. 山岸勇輝 (2026). 「+」は八つあり、そのうち七つは座標を変えれば本当の足し算になる [論文228]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22126254

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)