

「偶数と奇数で分かれる」は、一つの現象ではない

— ガンマ関数の半整数・時間反転・グリーン関数の台・行列式の符号：そして同じ探索が、偶数側では閉じ、奇数側では何も返さない — [論文247]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第2版)

— *From thinking to syncing.* —

要旨

体系には「偶数と奇数で分かれる」が何度も現れる。論文115の球体積のパリティ分離、論文49の偶数次と奇数次の身分の違い。本稿が問うのは、それらが同じ根なのかである。答は、違う。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、既刊の二つが同根でない。論文115を分けているのはガンマ関数の引数が半整数になること、論文49を分けているのは時間反転の符号である (第2節)。第二に、ガンマの側は π の冪で見える。単位球の体積は、偶数次元で π の整数冪、奇数次元で半整数冪になる (第4節)。第三に、波は片側だけ尾を引く。三次元では $t > 1.2$ で信号が厳密に0になるのに、二次元では $t = 5.0$ でも 6.53×10^{-8} が残る (第5節)。第四に、行列式の符号が向き付けを決める。 $-I$ が $SO(n)$ に入るのは n が偶数のときであり、 $\mathbb{RP}^n$ が向き付け可能なのは奇数のときである (第6節)。第五に、これが本稿の芯である。同一の探索が、片側では閉じ、片側では何も返さない。 $\zeta(2k)/\pi^{2k}$ は**6, 90, 945, 9450, 93555**の逆数として全部見つかるのに、 $\zeta(3), \zeta(5), \zeta(7), \zeta(9)$ では一つも見つからない (第7節)。第六に、完全数も同じ形をしている。 10^7 以下を全数え上げて**6, 28, 496, 8128**、奇数は**0**個 (第7節)。第七に、八つはたがいに導き合わない。「偶奇は mod 2 のラベルにすぎない」という直観は誤りである (第9節)。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない。単位球体積のパリティ、ホイヘンスの原理が奇数空間次元で成り立つこと、 $\mathbb{RP}^n$ の向き付け可能性、オイラーによる $\zeta(2k)$ の閉じた形、ユークリッド＝オイラーの偶完全数の分類、クリフォード代数の体積元が奇数次元で中心的であることは、いずれも標準的である。測定値を引かない。本稿の数はすべて定義から計算したか、全数え上げで得たものである。未解決問題について何も主張しない。 $\zeta(3)$ の閉じた形の有無についても、奇数完全数の存在についても、何も述べない。示すのは同じ探索が片側でだけ閉じたという事実であって、他方が不可能だということではない。探索の結果は「見つからなかった」であって「存在しない」ではない。係数 10^6 以下という制限つきである。数論を論じない。第7節は既知の値を並べ、同一の手続きを両側に当てるだけである。偶奇に意味づけをしない。どちらが「良い」とも、 $\bmod 2$ に本質があるとも主張しない。既刊との関係：論文115 は球体積の漸化式におけるパリティ分離を示した。本稿はその分離の原因を名指し、他の分離と別根であることを示す。論文49 は偶数次が保存的で奇数次が散逸的であることを示した。本稿は115 とこれが同根でないことを書く。論文157 は体系の 2 を点呼した。本稿はその 2 を法として使ったときに何が起きるかを数える。論文166 は 4 と 8 が同根だと示した。第8節のクリフォードの周期はその隣にいる。論文128 はオイラー標数と立体角が三次元でだけ一致すると示した。第6節はその χ のパリティを扱う。加えたのは偶奇の分離を八つ数えたこと、それぞれの原因を名指したこと、同一の探索を両側に当てて結果が割れることを数で示したことである。

1. 記法と位置づけ

設定：ある量や命題が、添字 n の偶奇によって性質を変えることがある。本稿はそれを八つ数え、何がそれぞれを分けているかを問う。

問いは「偶数と奇数は違うか」ではない。「偶数と奇数で分かれる」という現象が、一つのものかである。

本稿は数論を論じない。未解決問題についても何も主張しない。

2. 既刊にある二つの偶奇は、同根ではない

体系には既に、二つのパリティ分離がある。

論文	何が偶奇で分かれるか	分けている原因
論文115	球体積の漸化式、 π の冪	** Γ の引数が半整数になること**
論文49	PN 展開の偶数次と奇数次の身分	**時間反転の符号**

観察 2.1

この二つは、たがいに導き合わない。半整数のガンマ関数から、時間反転の対称性は出てこない。逆も出てこない。同じ「偶奇で分かれる」に見えて、機構が別である。

観察 2.2

ここが本稿の出発点である。「どちらもパリティだから同じ根だ」と読むことが、この体系が一貫して避けてきた事故である。論文157 が **2** を点呼したのと同じ作業を、**2** を法として使う側に対して行う。

3. 消えるか、残るか：対称な積分

検算 3.1：もっとも安い偶奇を先に置く。対称な区間での積分である。

k	$\int_{-1}^1 x^k dx$	偶奇
0	2	偶
1	0	奇
2	2/3	偶
3	0	奇
4	2/5	偶
5	0	奇
6	2/7	偶

観察 3.2

原因は明快である。 $(-1)^k$ が符号として現れ、対で打ち消す。これは八つの中でいちばん浅い根であり、他の七つはこれでは説明できない。ただし実務では、いちばん事故が多い。対称な配置で検算すると、恒等的に **0** が並び、それを収束と読みかける。

4. Γ の引数が半整数になる：球の体積

検算 4.1：単位球の体積 $V_n = \pi^{n/2}/\Gamma(n/2 + 1)$ を並べる。

n	V_n	π の冪
1	2.0	$\pi^{0.5}$
2	3.14159265359	π^1
3	4.18879020479	$\pi^{1.5}$
4	4.93480220054	π^2
5	5.26378901391	$\pi^{2.5}$
6	5.16771278005	π^3
7	4.72476597033	$\pi^{3.5}$
8	4.05871212642	π^4

観察 4.2

偶数次元では π の整数冪、奇数次元では半整数冪になる。分けているのは $\Gamma(n/2 + 1)$ の引数である。 n が偶数なら整数の階乗、奇数なら $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ が入る。この $\sqrt{\pi}$ が、 π の冪を半分ずらしている。

観察 4.3

第3節の $(-1)^k$ とは、まったく別の機構である。符号は一つも出てこない。

5. 尾を引くか、鋭いか：ホイヘンス

設定：半径 **0.2** の中だけに初速を与え、距離 **1.0** の点で信号を測る。二次元と三次元で、同じことをする。

t	二次元	三次元
0.9	1.472×10^{-7}	5.063×10^{-8}
1.0	7.430×10^{-7}	1.600×10^{-7}
1.1	8.078×10^{-7}	5.063×10^{-8}
1.2	5.070×10^{-7}	0
1.5	2.883×10^{-7}	0
2.0	1.851×10^{-7}	0
3.0	1.132×10^{-7}	0
5.0	6.533×10^{-8}	0

観察 5.1

三次元では、 $t > 1.2$ で信号が厳密に 0 になる。二次元では、 $t = 5.0$ でもまだ 6.53×10^{-8} が残っている。波が通り過ぎたあとも、鳴り止まない。

観察 5.2

分けているのはグリーン関数の台である。奇数空間次元では、解が球面上の平均だけで書け、台が球面に載る。偶数次元では球体上の積分になり、台が中身まで広がる。 Γ の半整数とも、 $(-1)^k$ とも、別の機構である。

観察 5.3

もし空間が二次元だったら、話し声は池の波紋のように尾を引き、会話が成り立たない。論文64が「鋭い波動伝播」を次元を選ぶ基準の一つに挙げたのは、これである。

6. 行列式の符号： $-I$ は回転か

検算 6.1： n 次元空間で、原点对称 $-I$ が回転かどうかを見る。 $\det(-I) = (-1)^n$ である。

n	$\det(-I)$	$-I \in SO(n)$	$\mathbb{RP}^n$ は向き付け可能か	$\chi(S^n)$
1	-1	いいえ	**はい**	0
2	+1	**はい**	いいえ	2
3	-1	いいえ	**はい**	0
4	+1	**はい**	いいえ	2
5	-1	いいえ	**はい**	0
6	+1	**はい**	いいえ	2

観察 6.2

一つの符号 $(-1)^n$ から、三つの別の事実が出ている。 $-I$ が回転かどうか、射影空間が向き付け可能かどうか、球面のオイラー標数。ただし三つは同じ根である。八つのうち、ここだけが束になっている。

観察 6.3

論文128 は、立体角 4π とオイラー標数 $2\pi\chi$ が三次元でだけ一致すると示した。その χ が 2 と 0 を往復しているのが、この表である。

7. 芯：同じ探索が、片側では閉じ、片側では何も返さない

設定： $\zeta(s)/\pi^s$ が有理数かどうかを、偶数側と奇数側にまったく同じ手続きで問う。係数の絶対値が 10^6 以下の整数関係を探る。

s	見つかった関係	意味
2	$(-6, 1)$	$\zeta(2)/\pi^2 = 1/6$
4	$(-90, 1)$	$1/90$
6	$(-945, 1)$	$1/945$
8	$(-9450, 1)$	$1/9450$
10	$(-93555, 1)$	$1/93555$
3	**見つからない**	有理数が返らない
5	**見つからない**	有理数が返らない
7	**見つからない**	有理数が返らない
9	**見つからない**	有理数が返らない

観察 7.1

探索は一字一句同じである。偶数側は五つとも即座に閉じ、奇数側は四つとも何も返さない。これは「奇数側に有理数が無い」ことの証明ではない。係数 10^6 以下という制限付きの、見つからなかったという報告である。

検算 7.2：完全数でも同じ形が出る。 10^7 以下を全数え上げする。

調べたこと	結果
10^7 以下の完全数	6, 28, 496, 8128
そのうち奇数	0 個
ユークリッド＝オイラー形の検算	$p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61$ で $\sigma(N) = 2N$ を確認
$p = 61$ での N	2658455991569831744654692615953842176

観察 7.3

偶数の完全数は、メルセンヌ素数と一対一に対応する形で完全に分類されている。奇数の完全数は、一つも見つかっていない。存在するかどうかも分かっていない。

観察 7.4

二つに共通しているのは、定義が偶奇を区別していないことである。 $\zeta(s)$ の定義にも、完全数の定義にも、偶奇は現れない。それでも、片側だけが閉じた。「偶奇は mod 2 のラベルにすぎない」という直観は、ここで完全に破れる。

8. 代数が割れるか：クリフォードの体積元

検算 8.1： n 個の生成元を持つ複素クリフォード代数で、体積元 $\omega = e_1e_2\cdots e_n$ が中心にいるかを測る。

n	生成元との交換子の最大	ω は中心か
1	0.000×10^0	**はい**
2	2.000	いいえ
3	0.000×10^0	**はい**
4	2.000	いいえ
5	0.000×10^0	**はい**
6	2.000	いいえ

観察 8.2

$\omega e_i = (-1)^{n-1} e_i \omega$ である。したがって n が奇数のときだけ中心にいる。中心が二次元になるので、代数が二つに割れる。

観察 8.3

論文231 は、実数・複素数・四元数・八元数と進むたびに法則が一つずつ落ちることを示した。論文166 は 4 と 8 が同根だと示した。クリフォードの周期は、その二つの隣にいる。複素では mod 2、実では mod 8 である。

9. 分離子と柵

分離子：何が偶奇を見ているかである。八つ並べる。

何が見ているか	現れ方	第何節
$(-1)^k$ が符号として立つ	対称な積分で対消滅	第3節
Γ の引数が半整数になる	π の冪が半分ずれる	第4節
時間反転の符号	PN 展開の保存と散逸	論文49
グリーン関数の台	波が尾を引くか、鋭いか	第5節
$\det(-I) = (-1)^n$	回転か、向き付けか、 χ か	第6節
体積元が中心にいるか	代数が割れるか	第8節
閉じた形が得られるか	ζ の偶数側と奇数側	第7節
分類が完了しているか	完全数の偶数側と奇数側	第7節

観察 9.1

八つのうち、たがいに導き合うのは第6節の三つだけである。残りは、どれ一つとして他から出てこない。「偶奇で分かれる」は、少なくとも六つの別根を持つ。

柵：

- 1. 未解決問題について何も主張しない。 $\zeta(3)$ の閉じた形についても、奇数完全数の存在についても。
- 2. 探索の結果は「見つからなかった」であり、「存在しない」ではない。
- 3. 偶奇のどちらが「良い」とも言わない。

4. **mod 2** に本質があるとは言わない。**mod 2** が効く理由が、場所ごとに違うと言うだけである。
5. 数論も表現論も論じない。既知の値を並べただけである。

10. 点呼と結び

1. 既刊の二つが同根でない（第2節）： Γ の半整数と時間反転。
2. 対称な積分は $(-1)^k$ で消える（検算3.1）。
3. π の冪が半分ずれる（検算4.1）： $\pi^{2.5}$ と π^3 。
4. 二次元は尾を引く（第5節）： $t = 5.0$ で 6.53×10^{-8} 、三次元は厳密に 0。
5. $\det(-I) = (-1)^n$ から三つ（検算6.1）：回転・向き付け・ χ 。
6. 同じ探索が片側でだけ閉じる（第7節）：**6, 90, 945, 9450, 93555** と、四つの「見つからない」。
7. 完全数も同じ形（検算7.2）： 10^7 以下で奇数は 0 個。
8. 体積元は奇数次元でだけ中心（検算8.1）。

結び：「偶数と奇数で分かれる」は、一つの現象ではなかった。符号が立つ場合、ガンマの引数が半整数になる場合、時間反転が効く場合、グリーン関数の台が変わる場合、行列式の符号が効く場合、代数が割れる場合。そして最後に、いちばん奇妙なものがあった。定義が偶奇を一言も区別していないのに、片側だけが完全に閉じ、片側には誰も一歩も踏み込めていない。「偶奇なんて **mod 2** のラベルにすぎない」という直観は、そこで破れる。ラベルは同じである。ラベルが効いている理由が、場所ごとに違う。

改訂記録

第2版（2026年9月）：主張・定理・検算はいずれも第1版から変更していない。英語版の参考文献で、本体系の既刊を引く行の題名が日本語のまま残っていたので、英語の題名に直した。内容に関わる変更は無く、撤回した内容も無い。

本文の区切りに使っていた横棒を、句読点に改めた（2026年10月）。主張・数・参考文献は変えていない。

参考文献

1. Hardy, G. H., Wright, E. M. (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers*, 6th edition. Oxford: Oxford University Press.
2. Courant, R., Hilbert, D. (1962). *Methods of Mathematical Physics*, Volume II. New York: Interscience.
3. Lawson, H. B., Michelsohn, M.-L. (1989). *Spin Geometry*. Princeton: Princeton University Press.
4. Hatcher, A. (2002). *Algebraic Topology*. Cambridge: Cambridge University Press.

5. Apéry, R. (1979). Irrationalite de zeta(2) et zeta(3). *Asterisque*, 61.
6. 山岸勇輝 (2026). $2.5PN$ が最初の散逸次数なのは、質量保存が $n=1$ を消すからである [論文49]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602658
7. 山岸勇輝 (2026). 二本の階段 [論文115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686
8. 山岸勇輝 (2026). $4\pi=2\pi\chi$ が成り立つのは、三次元だけである [論文128]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22079576
9. 山岸勇輝 (2026). 二乗の点呼 [論文157]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22091931
10. 山岸勇輝 (2026). 定義は d を p で割り、定理は p を判別式で割る [論文166]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22093052
11. 山岸勇輝 (2026). 「 $\times$ 」は、倍にするたびに一つ法則を失う [論文231]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22126935

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)