

力学相似が厳密に成り立つ縮尺は、1 だけである

— Π 群が二つになると、模型に要る流体が存在しなくなる — 船は抵抗を割り、生物は範囲が足りない — [論文256]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文117は、次元解析が指数を決める条件が「 Π 群がちょうど一つ」であり、粘性を一つ加えるだけで壊れることを示した。本稿が問うのは、その柵の外側で何が起きるかである——答は、模型が作れなくなる。幾何を相似に縮めても Π 群の個数は一つも減らず、二つあると縮尺 1 以外に解が無い。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、117 の条件を船に当ててみる。自由表面のない流れの Π 群は 1 個、重力が入る船は 2 個である——117 が粘性で壊した柵を、ここでは重力が壊す（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。縮尺 1/25 でフルード数を合わせると、要る動粘度は $8.0 \times 10^{-9} \text{m}^2/\text{s}$ になる。水は 125.73 倍、常温で最も粘らない液体である水銀ですら 14.09 倍大きい——その液体は存在しない（第3節）。第三に、両立条件は $\nu_m/\nu_s = \lambda^{3/2}$ である。同じ流体を使う限り解は $\lambda = 1$ のみ——力学相似が厳密に成り立つ縮尺は原寸ただ一つである（第3節）。第四に、外れ方の大きさを数にする。フルードだけ合わせた 1/25 模型の摩擦係数は、実船の 2.0382 倍である——だから船舶模型は抵抗を二つに割る。これは理論ではなく手続きである（第4節）。第五に、同じ形が生物にもある。幾何は代謝の指数を 2/3 と出し、実測は 3/4 に寄る。質量比 2×10^5 をとっても両者は 2.7654 倍しか離れない（第5節）。第六に、差の正体は $R^{1/12}$ である。因子 2 を見るだけで質量範囲 4096 倍が要る——狭い範囲では二つの指数を区別できない（第6節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——バッキンガムのパイ定理、レイノルズ数とフルード数の定義、フルードの仮説による抵抗の分割、クライバーの法則は、いずれも標準的である。II 群の数え方も、それが指数を決める条件も、本稿の寄与ではない——論文117が「II群がちょうど一つ」という条件を書き、粘性を一つ加えるだけで壊れることを既に示している。本稿はその条件を前提として受け取り、壊れた側で何が起きるかだけを扱う。流体力学を作らない——使うのは変数の数え上げと、二つの比と、一本の経験式だけである。ナビエ=ストークスの解の存在を論じない——論文03が扱う。本稿が03から受け取るのは、自由表面のない流れの無次元パラメータが「ただ一つ」だという一点である。自己相似やくりこみを扱わない——論文117・94・144の「相似」は自己相似であり、本稿の力学相似とは同じ漢字の別語である。異常次元を扱わない——117の反例はそちらにある。本稿は実験室で模型を作る側に限る。代謝の指数を決定しない——3/4が正しいとも2/3が正しいとも言わない。本稿が数えるのは、二つを区別するのに要する質量範囲のほうである。生物学について主張しない——輸送網の理論を採否しない。経験式を定理として使わない——第4節の摩擦の式は関連線であって定理ではない。外れ方の桁を見るためだけに使い、2.0382という値そのものを主張しない。既刊との関係：論文117はスケール不変性が四通りに指数を選ぶことを分け、II群がちょうど一つという条件を書いた——本稿はその条件の外側に立つ。117は「指数が決まらなくなる」と書き、本稿は「模型が作れなくなる」と書く——同じ柵の、別の破れ方である。論文03は無次元パラメータがレイノルズ数ただ一つに縮約されると書いた——本稿はそこに重力を一つ足した場合を扱う。論文94は「次元」が一つではないことを示した——本稿は「相似」が一つではないことを、力学相似と自己相似の区別として一行だけ足す。論文144は指数を、何が保存しているかの署名として読んだ——本稿はその署名が読めなくなる条件を範囲の数で出す。論文190は「稀」を対数の目盛りで測った——本稿も、二つの指数の差を倍率ではなくどの範囲で見分けられるかで書く。加えたのは117の条件を船という具体に当て、破るのが粘性ではなく重力である場合を並べたこと、要る動粘度 8.0×10^{-9} を実在の液体と突き合わせて水銀でも14.09倍という差を出したこと、両立条件の解が $\lambda = 1$ しか無いと書いたこと、外れ方を摩擦係数2.0382倍として数にしたこと、2/3と3/4の判別に要る質量範囲を4096倍と出し、差の正体が $R^{1/12}$ だと書いたことである。

1. 記法と位置づけ

設定：実物と模型の長さの比を $\lambda = L_m/L_s$ と書く。幾何相似とは形が相似なこと、力学相似とはすべての無次元数が一致することである。

受け取るもの：論文117は、次元解析が指数を決めるための条件が「II群がちょうど一つであること」であり、粘性を一つ加えるだけで壊れることを示した。本稿はこの条件を前提として受け取る——数え方も条件も、本稿の寄与ではない。

問い：その柵の外側、II群が二つある側で、模型を実際に作ろうとすると何が起きるか。

答は、作れない。幾何を相似にしてもII群の個数は一つも減らず、二つあると $\lambda = 1$ 以外に解が無い。

注意：本稿の「相似」は力学相似である。論文117・94・144 が扱う自己相似とは別語であり、同じ漢字が二つの別のものを指している——混同しない。

2. 117 の条件を船に当てる

設定：バッキンガムのパイ定理は、独立な無次元数の個数が「変数の数－次元の数」であると言う。117 はここで粘性を足して柵を壊した——本稿は重力を足す。

検算 2.1：次元は M 、 L 、 T の 3 つである。

場面	変数	Π 群の個数	中身
自由表面のない流れ	V, L, ρ, μ	$4 - 3 = 1$	Re のみ
自由表面のある船	V, L, ρ, μ, g	$5 - 3 = 2$	Re と Fr

観察 2.2

足したのは重力加速度 g ただ一つである。変数が増えただけで、 Π 群が 1 から 2 になった——117 が粘性で見せた壊れ方と、同じ形である。

観察 2.3

論文03 は、ナビエ＝ストークスの無次元パラメータがレイノルズ数ただ一つに縮約されると書いた。それは上の表の一行目である——本稿が扱うのは二行目である。

観察 2.4

117 と本稿で、壊れたあとに失われるものが違う。117 では指数が決まらなくなる——本稿では模型が作れなくなる。同じ柵の、二つの別の破れ方である。

3. 芯：要る流体が存在しない

設定：自由表面の波を正しく縮めるにはフルード数 $\mathbf{Fr} = V/\sqrt{gL}$ を合わせる。重力は縮められないので g は共通であり、速度比は $V_m/V_s = \sqrt{\lambda}$ に決まってしまう。

検算 3.1：そのときレイノルズ数 $Re = VL/\nu$ の比は $\lambda \cdot \sqrt{\lambda} = \lambda^{3/2}$ になる。

縮尺 λ	速度比	Re の比	要る動粘度 $[m^2/s]$
1/5	0.447214	0.08944272	8.9443×10^{-8}
1/10	0.316228	0.03162278	3.1623×10^{-8}
1/25	0.200000	0.00800000	8.0000×10^{-9}
1/100	0.100000	0.00100000	1.0000×10^{-9}

観察 3.2

速度は $\sqrt{\lambda}$ でしか下げられないので、 Re は $\lambda^{3/2}$ で落ちる。合わせたい相手は 1 倍なので、埋めるには流体を取り替えるしかない。

検算 3.3：縮尺 1/25 に要る $8.0 \times 10^{-9}m^2/s$ を、実在の液体と突き合わせる。

流体	動粘度 $[m^2/s]$	要る値の何倍か
水 (20°C)	1.0058×10^{-6}	125.73
アセトン (20°C)	3.9031×10^{-7}	48.79
液体ナトリウム (400°C)	3.2710×10^{-7}	40.89
水銀 (20°C)	1.1275×10^{-7}	14.09

観察 3.4

常温の液体で最も粘らないのは水銀である。その水銀でさえ 14.09 倍大きい——これは「良い流体を探せば足りる」という話ではなく、桁が届いていないという話である。

観察 3.5

両立条件を式で書くと $\nu_m/\nu_s = \lambda^{3/2}$ である。同じ流体を使うなら左辺は 1 なので、 $\lambda^{3/2} = 1$ 、すなわち $\lambda = 1$ ——力学相似が厳密に成り立つ縮尺は、原寸ただ一つである。

観察 3.6

分離子——何を動かすと別物になるか。II 群の個数である。一つなら模型が作れ、二つあると作れない。形を相似にしても、この個数は一つも減らない——幾何相似は力学相似に何も寄与していない。

4. 外れ方の大きさを数にする

設定：Re が合わないまま作った模型は、どれくらい違う振る舞いをするのか。摩擦係数の相関線 $C_f = 0.075/(\log_{10} \text{Re} - 2)^2$ で見る。

検算 4.1：実船 $\text{Re} = 1.0 \times 10^9$ 、縮尺 1/25 の模型は $\text{Re} = 8.0 \times 10^6$ である。

	Re	C_f
実船	1.000×10^9	0.001531
1/25 模型	8.000×10^6	0.003120
比	—	2.0382

観察 4.2

模型の摩擦係数は実船の **2.0382** 倍である。形は相似で、波の立ち方も合っているのに、摩擦だけが 2 倍ずれている——相似になっていない。

観察 4.3

だから船舶模型は抵抗を造波抵抗と摩擦抵抗に割る。波の側はフルードで相似に縮み、摩擦の側は上の式で別に計算して足し直す——これは理論ではなく、二つを同時に合わせられないことへの手続きである。

観察 4.4

正直に書くべき点——第4節の式は相関線であって定理ではない。ここで使ったのは外れ方の桁を見るためであり、**2.0382** という値そのものを主張していない。

5. 同じ形が生物にもある

設定：熱を捨てるのは表面 (L^2)、熱を作るのは体積 (L^3) である。質量 $M \propto L^3$ なので、表面は $M^{2/3}$ に比例する——幾何だけからは指数 $2/3$ が出る。実測は $3/4$ に寄る。

検算 5.1：ハツカネズミ (20 g) からゾウ (4000 kg) まで、質量比は 2.000000×10^5 である。

指数	由来	代謝の比
0.6667	幾何 (表面／体積)	3420.0
0.7500	クライバー (実測)	9457.4
比	—	2.7654

観察 5.2

2×10^5 倍という、生物として極端な質量範囲をとっても、二つの予言は **2.7654** 倍しか離れない。代謝率そのものは **3420** 倍と **9457** 倍で、桁としては同じである。

観察 5.3

比の正体は $R^{1/12}$ である—— $3/4 - 2/3 = 1/12$ だからである。指数の差が $1/12$ しかないことが、以下のすべてを決めている。

観察 5.4

船との共通点は「合わせるべき数一つが多い」ことである。船では **Re** と **Fr**、生物では放熱の L^2 と質量の L^3 ——どちらも一つの縮尺では揃わない。

6. なぜ百年決着しないか

検算 6.1：二つの予言を因子 k だけ引き離すのに要る質量範囲は $R = k^{12}$ である。

見たい差	要る質量範囲
1.500 倍	1.297×10^2
2.000 倍	4.096×10^3
2.765 倍	1.997×10^5
3.000 倍	5.314×10^5

検算 6.2：逆に、手元の質量範囲から見える差を出す。

質量範囲	二つの予言の差
10^2	1.4678 倍
10^3	1.7783 倍
10^4	2.1544 倍
10^5	2.6102 倍
10^6	3.1623 倍

観察 6.3

因子 2 を見るだけで質量範囲 4096 倍が要る。一つの分類群の中でこれだけの範囲をとるのは難しく、狭い範囲では二つの指数を区別できない——これが論争が終わらない理由である。

観察 6.4

倍率ではなく範囲で書く。「どちらが何倍正しいか」は答にならない——答はどの範囲をとれば見分けられるかである（論文190 と同じ書き方）。

観察 6.5

論文144 は指数を、何が保存しているかの署名として読んだ。本節が足すのは、署名が読めるかどうかには範囲という条件があるという一点である——範囲が 10^3 しかなければ、1/12 違う二つの署名は同じ字に見える。

7. 正直に書くべき点

検算 7.1：指数そのものが確定していない。報告されている値を並べる。

指数	由来	ネズミ→ゾウの比
0.667	幾何	3433.9
0.686	体温を補正した報告	4330.2
0.750	クライバー	9457.4

観察 7.2

三つの値が並ぶこと自体が、第6節の帰結である。1/12 の差を分けるだけの範囲が取れていないなら、どの値も同じデータに乗ってしまう。

観察 7.3

本稿はどの指数が正しいとも言わない。両対数のあてはめが直線でないという報告もある——そうであれば「代謝の指数」は一つの数ですらない。

8. 点呼と結び

- 条件は117 のもの（第1節）：Ⅱ群がちょうど一つ。本稿はその外側に立つ。
- 壊すのは重力（検算2.1）：Ⅱ群が 1 から 2 へ。117 は粘性で壊した。
- 失われるものが違う（観察2.4）：117 は指数、本稿は模型。
- 要る動粘度（検算3.1）：1/25 で 8.0×10^{-9} 。

5. その流体は無い（検算3.3）：水銀でも **14.09** 倍。
6. 両立する縮尺は原寸だけ（観察3.5）： $\nu_m/\nu_s = \lambda^{3/2}$ の解は $\lambda = 1$ 。
7. 外れ方は **2.0382** 倍（検算4.1）：**0.003120** 対 **0.001531**。
8. 抵抗を割るのは手続き（観察4.3）：理論ではない。
9. 幾何は **2/3**、実測は **3/4**（検算5.1）：**3420.0** と **9457.4**、比 **2.7654**。
10. 差の正体は $R^{1/12}$ （観察5.3）：指数差が **1/12** しかない。
11. 因子 **2** に **4096** 倍の範囲（検算6.1）：狭い範囲では区別できない。
12. 指数は確定していない（検算7.1）：**0.667**・**0.686**・**0.750** が並ぶ。

結び：論文117 が書いた柵は「 Π 群がちょうど一つ」であった。本稿が見たのは、その外側の景色である——指数が決まらなくなるだけでなく、模型そのものが作れなくなる。幾何を相似に縮めても Π 群は一つも減らないので、二つあれば $\lambda = 1$ 以外に解が無い。船では要る流体が水銀でも **14.09** 倍足りず、抵抗を割るという手続きで繕っている。生物では二つの指数の差が **1/12** しかなく、因子 **2** を見るのに **4096** 倍の範囲が要るので、決着していない。形は同じである——合わせるべき数が、一つより多い。分けるものは一つ—— Π 群を数えること。数えれば、模型が作れるのか、作れないから繕っているのかが分かる。数えなければ、存在しない流体を探し続けることになる。

参考文献

1. Buckingham, E. (1914). On Physically Similar Systems. *Physical Review*, 4(4).
2. Barenblatt, G. I. (1996). *Scaling, Self-Similarity, and Intermediate Asymptotics*. Cambridge: Cambridge University Press.
3. Bridgman, P. W. (1922). *Dimensional Analysis*. New Haven: Yale University Press.
4. Newman, J. N. (1977). *Marine Hydrodynamics*. Cambridge: MIT Press.
5. Kleiber, M. (1932). Body Size and Metabolism. *Hilgardia*, 6(11).
6. West, G. B., Brown, J. H. and Enquist, B. J. (1997). A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. *Science*, 276(5309).
7. White, C. R. and Seymour, R. S. (2003). Mammalian Basal Metabolic Rate Is Proportional to Body Mass to the Two-Thirds Power. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(7).
8. 山岸勇輝 (2026). ナビエ=ストークス方程式における無次元数とスケール [論文03]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404030
9. 山岸勇輝 (2026). 「次元」は一つではない [論文94]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758581
10. 山岸勇輝 (2026). スケール不変性は、四通りに指数を選ぶ [論文117]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22005515
11. 山岸勇輝 (2026). 指数は、何が保存しているかの署名である [論文144]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082585
12. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)