

ポアソン比の柵を作っているのは、幾何ではない

— 独立な弾性定数は **2** 個、柵は $-1 < \nu < 1/2$ — 柵を立てているのはひずみエネルギーの正定値性である — [論文261]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

等方な固体の弾性定数は **2** 個しかなく、その二つは自由に動けない。ポアソン比には $-1 < \nu < 1/2$ という柵がある。本稿が問うのは、その柵を立てているのは何かである——答は、幾何ではない。ひずみエネルギーが正でなければならないという、熱力学の側の要請である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、定数の個数を数える。一般の異方性では **21** 個、直交異方性で **9**、立方晶で **3**、等方で **2** 個である——対称性を上げるたびに減る（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。許される柵の内側だけで、 K/G は **0.002237** から **49999.67** まで5桁またぐ——「等方な固体」という一語の中身が、それだけ広い（第3節）。第三に、両端で壊れ方が違う。 $\nu \rightarrow 1/2$ では K が発散し（非圧縮）、 $\nu \rightarrow -1$ では G が発散する——同じ柵の二つの端で、発散するものが別である（第4節）。第四に、柵は幾何から出ていない。 $\nu = 0.7$ を入れても $K/G = -2.8333$ という負の値が計算できてしまう——式は止めてくれない（第5節）。第五に、止めているのはエネルギーである。柵を越えると、ひずみエネルギーが負になれる——つまり変形すると力学的エネルギーを取り出せることになり、熱力学が禁じている（第5節）。第六に、比の値そのものは幾何ではなく物質が決める。コルクは **0.0**、鋼は **0.3**、ゴムは **0.4999**、オーゼチック材は負である——柵の位置は普遍で、柵の中のどこに座るかは物質ごとに違う（第6節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——等方弾性の独立定数が 2 個であること、 K/G の表式、 $-1 < \nu < 1/2$ という柵、その根拠がひずみエネルギーの正定値性であることは、いずれも標準的である。弾性論を作らない——使うのは一つの比の式と、二つの極限だけである。正定値性そのものを証明しない——ひずみエネルギーが正であるべきだという要請を前提として受け取る。なぜそう要請するかは熱力学の側の話であり、本稿は立ち入らない。異方性を扱わない——21 個という数は第2節で数えるだけで、以降はすべて等方である。実在の材料を評価しない——コルク・鋼・ゴムの ν は代表値であり、特定の試料の測定値ではない。オーゼチック材の作り方を論じない——負のポアソン比が実現できることを引くだけで、機構を扱わない。比喩としての弾性と混同しない——論文74 は $G = 4\pi$ を「時空の弾性定数」と読んだ。本稿が扱うのは実在の固体の弾性定数であり、別のものである。流体の応力を扱わない——論文37・65 のストークス流にある応力テンソルは流体のものである。正定値性の他の用例と混同しない——論文121・133・137・143・201 の「正定値」は計量や情報量についてのものである。本稿のそれはひずみエネルギーであり、同じ語の別の適用先である。既刊との関係：論文143 は最小値に柵があることを扱った——本稿も柵を名指す形だが、名指す相手が弾性定数である。論文173 は小平の柵が正值性ではなく整数性だと示した——本稿は逆に、柵の正体がまさに正值性だった場合を書く。二つ並べると、柵の種類が一つではないことが見える。論文201 は「完備」が四つの別の主張であることを数えた——本稿は「等方な固体」という一語の中身が 5 桁ぶん広いことを数える。論文190 は「稀」を対数の目盛りで測った——本稿も K/G の広がりや桁を書く。加えたのは定数の個数を六つの対称性で並べたこと、許される範囲の内側だけで K/G が 5 桁またぐことを計算したこと、柵の両端で発散する量が違うと書いたこと、柵の外の値を実際に代入して、式が止めてくれないことを見たことである。

1. 記法と位置づけ

設定：等方な線形弾性体を考える。ヤング率 E 、剛性率 G 、体積弾性率 K 、ポアソン比 ν の四つを使うが、独立なのは二つである。

問い：その二つには柵がある。 $-1 < \nu < 1/2$ である。柵を立てているのは何か。

答は、幾何ではない。形の話でも、対称性の話でもない——ひずみエネルギーが正でなければならないという要請である。

2. 定数の個数を数える

検算 2.1：対称性ごとに、独立な弾性定数の個数を数える。

対称性	独立な定数の個数
一般の異方性	21
単斜晶	13
直交異方性	9
横等方性	5
立方晶	3
等方	2

観察 2.2

対称性を上げるたびに個数が減り、等方で **2** に落ちる。この **2** が本稿の舞台である——以降はすべて等方の場合を扱う。

観察 2.3

2 個であることと、その **2** 個が自由に動けることは別である。個数の勘定は対称性から出るが、動ける範囲は対称性から出ない——ここが本稿の分かれ目である。

3. 芯：柵の内側だけで K/G は 5 桁またぐ

設定：二つの比は

$$\frac{K}{G} = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$$

で結ばれている。 ν を柵の内側で動かして、この比を見る。

検算 3.1：

ν	例	K/G
-0.99	下の柵の近く	0.002237
-0.90	極端な負	0.023810
-0.50	オーゼチック（引くと太る）	0.166667
0.00	コルク	0.666667
+0.30	鋼	2.166667
+0.4999	ゴム	4999.666667
+0.49999	上の柵の近く	49999.666667

観察 3.2

許される範囲の内側だけで、 K/G が 2.0999×10^5 倍ひらく。「等方な固体」と一語で呼ばれているものの中身は、5桁ぶん広い。

検算 3.3：三つの式が整合していることを、鋼の $G = 8.000 \times 10^{10}$ Pa で確かめる。 $E = 2G(1 + \nu)$ 、 $K = E/\{3(1 - 2\nu)\}$ である。

ν	E [Pa]	K [Pa]	K/G (式から)
0.0000	1.600000×10^{11}	5.333333×10^{10}	0.666667
0.3000	2.080000×10^{11}	1.733333×10^{11}	2.166667
0.4999	2.399840×10^{11}	3.999733×10^{14}	4999.666667

観察 3.4

最後の列は第3.1節の表と小数第6位まで一致する。道具は、これで較正できている。

4. 柵の両端で、発散するものが違う

検算 4.1：両端に近づける。

向かう先	ν	K/G
$\nu \rightarrow -1$	-0.900	0.023810
	-0.990	0.002237
	-0.999	0.000222
$\nu \rightarrow 1/2$	+0.499	499.6667
	+0.4999	4999.6667
	+0.49999	49999.6667

観察 4.2

上の柵では K が発散する——体積が変えられない、すなわち非圧縮である。下の柵では G が発散する——形が変えられない。

観察 4.3

同じ一本の柵の、二つの端で、発散する量が別である。「柵がある」という一語が、両端で違うことを言っている。

5. 柵を立てているのは何か

検算 5.1：柵の外の値を、式にそのまま入れてみる。

ν	K/G	式は止めるか
0.70	-2.833333	止めない
1.00	-1.333333	止めない
-2.00	-0.133333	止めない

観察 5.2

式は計算を続ける。負の K/G が平然と出てくる——柵は式の中に書かれていない。

観察 5.3

止めているのはエネルギーである。ひずみエネルギーは K と G の両方が正のときにだけ正になる——どちらかが負になると、変形するとエネルギーが取り出せることになる。それは熱力学が禁じている。

観察 5.4

分離子——何を動かすと柵が消えるか。エネルギーが正であるという要請を外すことである。幾何も対称性も動かしていない——柵は上の階層から降りてきている。

観察 5.5

論文173 は、小平の柵が正值性ではなく整数性だと示した。本稿はその逆で、柵の正体がまさに正值性だった場合である——二つ並べると、柵の種類が一つではないことが見える。

6. 柵の位置は普遍で、座る場所は物質が決める

検算 6.1：実在の材料の代表値を、柵の中に並べる。

材料	ν の代表値	K/G
オーゼチック材（設計されたもの）	負	< 0.6667
コルク	≈ 0.0	0.666667
ガラス	≈ 0.22	1.452381
鋼	≈ 0.30	2.166667
アルミニウム	≈ 0.33	2.607843
ゴム	≈ 0.4999	4999.666667

観察 6.2

柵の位置（ -1 と $1/2$ ）はどの材料でも同じである。柵の中のどこに座るかだけが、材料ごとに違う——普遍的な部分と、物質固有の部分が分かれている。

観察 6.3

正直に書くべき点——上の ν は代表値であり、特定の試料の測定値ではない。ガラスやアルミの値は文献によって幅がある——本稿が主張するのは並びの構造であって、個々の数値ではない。

7. 点呼と結び

1. 定数の個数（検算2.1）：**21、13、9、5、3、2**。
2. 個数と可動域は別（観察2.3）：個数は対称性から出るが、範囲は出ない。
3. 柵の内側で **5 桁**（検算3.1）：**0.002237** から **49999.67**、 **2.0999×10^5** 倍。
4. 道具は較正した（検算3.3）： **E** と **K** から出した比が小数第6位まで一致。
5. 上の柵で **K** が発散（観察4.2）：非圧縮になる。
6. 下の柵で **G** が発散（観察4.2）：形が変えられなくなる。
7. 式は止めない（検算5.1）： **$\nu = 0.7$** で **$K/G = -2.833333$** 。
8. 止めるのはエネルギー（観察5.3）：負になると仕事を取り出せてしまう。
9. 柵の位置は普遍（観察6.2）：座る場所だけが材料ごと。

結び：等方な固体の弾性定数は 2 個で、その二つには柵がある。だが柵は、式の中に書かれていなかった—— $\nu = 0.7$ を入れれば -2.833333 という値が平然と出てくる。止めているのは、ひずみエネルギーが正でなければならないという上の階層からの要請である。そしてその柵の内側だけで K/G は 5 桁またぎ、両端では発散する量が別である——片方は体積が固まり、もう片方は形が固まる。分けるものは一つ——柵がどの階層から降りてきているかを書き出すこと。書き出せば、幾何で決まっている部分と、エネルギーで決まっている部分が分かれる。書き出さなければ、式が返した負の値を材料の性質だと読んでしまう。

参考文献

1. Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1986). *Theory of Elasticity*, 3rd edition. Oxford: Butterworth-Heinemann.
2. Love, A. E. H. (1927). *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th edition. Cambridge: Cambridge University Press.
3. Nye, J. F. (1985). *Physical Properties of Crystals*. Oxford: Oxford University Press.
4. Lakes, R. (1987). Foam Structures with a Negative Poisson's Ratio. *Science*, 235(4792).
5. Greaves, G. N., Greer, A. L., Lakes, R. S. and Rouxel, T. (2011). Poisson's Ratio and Modern Materials. *Nature Materials*, 10(11).
6. Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity*, 3rd edition. New York: McGraw-Hill.
7. 山岸勇輝 (2026). 道具の空間にも計量がある [論文121]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22038594
8. 山岸勇輝 (2026). 最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である [論文143]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082367
9. 山岸勇輝 (2026). 小平の柵は正值性ではなく、整数性である [論文173]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22094507
10. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182
11. 山岸勇輝 (2026). 「完備」は四つの別の主張である [論文201]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22109052

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)