

「壊れる」は三つあり、強度では決まらない

— 座屈は形が、破壊は傷が、降伏は結晶が決める — 同じ材料の同じ断面が、長さを変えるだけで別の限界を持つ — [論文262]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

「この材料の強度は **250 MPa** である」という一文は、壊れる条件を決めていない。本稿が問うのは、では何が決めているのかである——答は、壊れ方が三つあり、それぞれ別のものが決めているである。座屈は形が、破壊は傷が、降伏は結晶が決める。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、同じ断面で長さだけを変える。一辺 **31.6 mm** の正方形鋼柱は、**1 m** なら **164.3 MPa**、**3 m** なら **18.3 MPa** で座屈する——材料は一切変えていない（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。切り替わる細長比は $\lambda_c = \pi\sqrt{E/\sigma_y} = 88.8577$ である——これより細長ければ座屈が先、太短ければ降伏が先で、同じ材料で限界が入れ替わる（第3節）。第三に、三つ目の限界は傷が決める。グリフィスの式では、傷が **1 μ m** で **356.8 MPa**、**1 mm** で **11.3 MPa** になる（第4節）。第四に、傷は平方根で効く。傷を **1000 倍** にすると強度は **31.6228 分の 1**—— $\sqrt{1000}$ そのものである（第4節）。第五に、三つは競合しない。同時に成り立つ三つの上限のうち、最も低いものが実際の限界になる——どれが最低かは、材料ではなく形と傷が決めている（第5節）。第六に、だから強度は材料の性質ではない。 $\sigma_y = 250$ MPa という数を持っていても、長さ **3 m** の柱は **18.3 MPa** で壊れる——その差は **13.66 倍** である（第5節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——オイラーの座屈荷重、細長比、グリフィスの破壊条件、降伏応力は、いずれも標準的である。材料力学を作らない——使うのは三つの公式と、一つの比較だけである。設計に使える値を与えない——安全率も、初期不整も、残留応力も入れていない。数値は三つの限界の大小を見るためのものであり、実際の設計値ではない。弾性定数の柵を扱わない——論文261 が $-1 < \nu < 1/2$ を扱う。本稿は柵の中に座ったあと、壊れるまでの話である。塑性論を作らない——降伏を一つの応力値として扱い、硬化も流れ則も扱わない。表面エネルギーの値を主張しない—— $\gamma = 1.0\text{J/m}^2$ は置いた値であり、特定の材料の測定値ではない。桁を見るために使う。疲労と時間依存を扱わない——一回の载荷だけを見る。グリフィスは別人と混同しない——論文173 に現れる Griffiths は代数幾何学者であり、本稿の A. A. Griffith とは別人である。既刊との関係：論文261 は弾性定数の柵を立てているのがエネルギーの正定値性だと書いた——本稿はその先、柵の中に座った材料がどこで壊れるかを扱う。論文190 は「稀」を対数の目盛りで測った——本稿も、傷の効き方を平方根と桁で書く。論文196 は「圧力」が四つの別の量であることを数えた——本稿は「強度」が一つの量ですらないことを数える。論文201 は「完備」が四つの別の主張であることを数えた——同じ形の点呼である。加えたのは同じ断面で長さだけを変えて座屈応力が 164.3 から 18.3 MPa まで動くことを計算したこと、切り替わりの細長比を 88.8577 と具体的な数で出したこと、傷の効き方が $\sqrt{1000} = 31.6228$ であることを確かめたこと、三つの限界を一つの表に並べ、最低のものが実際の限界になると書いたことである。

1. 記法と位置づけ

設定：鋼を考える。ヤング率 $E = 200\text{ GPa}$ 、降伏応力 $\sigma_y = 250\text{ MPa}$ 。断面は一辺 $a = 31.6\text{ mm}$ の正方形とする。

問い：この柱はいくらで壊れるか。

答は、一つに決まらない。三つの別々の限界があり、どれが先に来るかは材料ではなく形と傷が決める。

壊れ方	何が決めるか	効く量
座屈	形（細長さ）	E と長さ
破壊	傷（き裂の長さ）	E と表面エネルギー
降伏	結晶（転位の動き）	σ_y

2. 同じ断面で、長さだけを変える

設定：オイラーの座屈荷重は $P_{cr} = \pi^2 EI / L^2$ である。正方形断面では $I = a^4 / 12$ 。

検算 2.1 : $a = 31.6 \text{ mm}$ から、 $I = 8.309351 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ 、 $A = 9.985600 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 、断面二次半径 $r = \sqrt{I/A} = 9.122134 \times 10^{-3} \text{ m}$ である。

長さ L	P_{cr}	座屈応力	細長比 L/r
1.0 m	164.0 kN	164.3 MPa	109.6
2.0 m	41.0 kN	41.1 MPa	219.2
3.0 m	18.2 kN	18.3 MPa	328.9

観察 2.2

材料も断面も一切変えていない。長さを 3 倍にただけで、座屈応力が 9 分の 1 になった—— L^2 に反比例するからである。

観察 2.3

降伏応力 250 MPa と比べる。1 m の柱は 164.3 MPa で座屈するので、降伏する前に座屈する——250 MPa という数は、この柱については一度も出番が来ない。

3. 芯：同じ材料で限界が入れ替わる

設定：座屈応力は $\pi^2 E / \lambda^2$ ($\lambda = L/r$) である。これが σ_y と等しくなる細長さが、切り替わりの点である。

検算 3.1 :

$$\lambda_c = \pi \sqrt{E/\sigma_y} = \pi \sqrt{200 \times 10^9 / 250 \times 10^6} = \pi \sqrt{800} = 88.8577$$

観察 3.2

この断面では $L_c = \lambda_c \cdot r = 0.8106 \text{ m}$ である。これより長ければ座屈が先、短ければ降伏が先——同じ材料の同じ断面で、壊れ方が入れ替わる。

検算 3.3 : 切り替わりの前後を並べる。

L	細長比	座屈応力	先に来るのは
0.5 m	54.8	657.0 MPa	降伏（250 MPa）
0.8106 m	88.8577	250.0 MPa	ちょうど同着
1.0 m	109.6	164.3 MPa	座屈
3.0 m	328.9	18.3 MPa	座屈

観察 3.4

分離子——何を動かすと別物になるか。細長比だけである。 E も σ_y も断面も動かしていない——動かしたのは長さ一つで、それで壊れ方の種類が変わった。

4. 三つ目の限界は、傷が決める

設定：グリフィスの条件は

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}}$$

である（ a はき裂の長さ、 γ は表面エネルギー）。 $\gamma = 1.0\text{J/m}^2$ と置く。

検算 4.1：

傷の長さ a	破壊応力 σ_c
1 μm	356.8 MPa
10 μm	112.8 MPa
100 μm	35.7 MPa
1 mm	11.3 MPa

観察 4.2

傷を 1000 倍にすると強度は **31.6228** 分の 1 になる。これは $\sqrt{1000} = 31.6228$ そのものである——平方根で効いている。

観察 4.3

目に見えない $10\mu\text{m}$ の傷が入っただけで、限界が **112.8 MPa** に落ちる。降伏応力 **250 MPa** の半分以下である——材料表には現れない量が、限界を決めている。

観察 4.4

正直に書くべき点—— $\gamma = 1.0\text{J}/\text{m}^2$ は置いた値である。実材料では塑性仕事加わってはるかに大きくなる——本節の値は傷の効き方の形（平方根）を見るためのものであり、実際の破壊応力ではない。

5. 三つは競合せず、最も低いものが勝つ

検算 5.1 : $L = 3\text{ m}$ 、傷 $10\mu\text{m}$ の柱について、三つの上限を並べる。

限界	値	決めているもの
降伏	250.0 MPa	結晶 (σ_y)
破壊	112.8 MPa	傷 ($a = 10\mu\text{m}$)
座屈	18.3 MPa	形 ($L = 3\text{ m}$)
実際の限界	18.3 MPa	三つのうち最も低いもの

観察 5.2

三つは競合しない。どれも「これを超えたら壊れる」と言っており、最も低いものが実際に効く——論理積であって、選択ではない。

観察 5.3

材料表に載っている **250 MPa** は、この柱では一番使われない数である。実際の限界 **18.3 MPa** との差は **13.66** 倍——「強度は **250 MPa**」と書いた紙は、この柱について何も言っていない。

検算 5.4：同じ材料で、形と傷を変えると勝者が入れ替わる。

L	傷 a	降伏	破壊	座屈
0.5 m	なし	250.0	—	657.0
0.5 m	1 mm	250.0	11.3	657.0
3.0 m	なし	250.0	—	18.3
3.0 m	$1\mu\text{m}$	250.0	356.8	18.3

観察 5.5

四行で勝者が三通り変わる。材料は一度も変えていない——変えたのは長さで傷だけである。

6. 点呼と結び

- 壊れ方は三つ（第1節）：座屈は形、破壊は傷、降伏は結晶。
- 長さ **3** 倍で **9** 分の **1**（検算2.1）：**164.3** から **18.3 MPa**。
- 250 MPa** の出番が来ない（観察2.3）：降伏する前に座屈する。
- 切り替わりは $\lambda_c = 88.8577$ （検算3.1）：この断面では $L = 0.8106 \text{ m}$ 。
- 同着の点がある（検算3.3）：そこで座屈応力がちょうど **250.0 MPa**。
- 傷は平方根で効く（観察4.2）：**1000** 倍で **31.6228** 分の **1**。
- 見えない傷が半分にする（観察4.3）： $10\mu\text{m}$ で **112.8 MPa**。
- 最も低いものが勝つ（検算5.1）：**250.0**、**112.8**、**18.3** のうち **18.3**。
- 勝者が三通り入れ替わる（検算5.4）：材料は変えていない。

結び：「この材料の強度は **250 MPa** である」という一文は、壊れる条件を決めていなかった。壊れ方が三つあり、それぞれ別のものが決めているからである——座屈は形、破壊は傷、降伏は結晶。三つは競合せず、最も

低いものが実際の限界になる。同じ断面で長さを **3 倍** にすれば座屈応力は **9 分の 1** になり、**10 μ m** の見えない傷が入れば破壊応力は降伏の半分以下に落ちる。材料表の **250 MPa** は、長さ **3 m** の柱については実際の限界の **13.66** 倍上にあり、一度も出番が来ない。分けるものは一つ——どの限界を数えているのかを書き出すこと。書き出せば、材料を替えるべき場面と、形を変えるべき場面と、傷を消すべき場面が分かれる。書き出さなければ、**18.3 MPa** で壊れる柱に、より強い鋼を探し続けることになる。

参考文献

1. Euler, L. (1744). *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentes*. Lausanne.
 2. Griffith, A. A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 221.
 3. Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. (1961). *Theory of Elastic Stability*, 2nd edition. New York: McGraw-Hill.
 4. Anderson, T. L. (2017). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, 4th edition. Boca Raton: CRC Press.
 5. Ashby, M. F. and Jones, D. R. H. (2012). *Engineering Materials I*, 4th edition. Oxford: Butterworth-Heinemann.
 6. Hill, R. (1950). *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford: Clarendon Press.
 7. 山岸勇輝 (2026). 小平の柵は正値性ではなく、整数性である [論文173]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22094507
 8. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182
 9. 山岸勇輝 (2026). 「圧力」は四つの別の量である [論文196]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22107518
 10. 山岸勇輝 (2026). 「完備」は四つの別の主張である [論文201]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22109052
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)