

予報の限界を決めているのは、たった一つの数である

—— 一日延ばすたびに初期値の精度は **1.5874** 倍要る —— 観測を **10** 倍精密にしても、延びるのは **4.98** 日だけである —— [論文289]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

天気予報がある日数より先を当てられないのは、方程式が足りないからでも、計算機が遅いからでもない。本稿が問うのは、何が限界を決めているかである——答は、誤差の二重時間 τ_d という一つの数である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、一日ごとの代償は一定倍率である。 $\tau_d = 1.5$ 日なら、一日延ばすたびに初期値の精度が **1.5874** 倍要る（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。**14** 日を **21** 日にするのに **25.40** 倍、**30** 日にするのに **1625.5** 倍、**60** 日にするのに **1.70×10^9** 倍（第2節）。第三に、逆から見ると見返りは対数的である。観測を **10** 倍精密にしても、延びるのは **4.98** 日だけである（第3節）。第四に、**10** 億倍にしても **44.85** 日である（第3節）。第五に、約二週間という数がここから出る。初期誤差が飽和の 10^{-3} なら、予報可能な期間は **14.95** 日（第4節）。第六に、分離子は「指数か多項式か」である。 τ_d を **1.0** 日にすると同じ延長に **65536** 倍要り、**2.5** 日なら **84.4** 倍で済む——すべてが一つの数に乗っている（第5節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——誤差の指数増大、二重時間、予測可能性の限界、 $\tau_d \approx 1.5$ 日という値は、いずれも標準的である。気象学を作らない——使うのは一つの指数関数と、その逆関数だけである。カオスを論じない——ローレンツ方程式も、アトラクタも、分岐も一切扱わない。数値予報を論じない——格子解像度も、パラメタリゼーションも、データ同化も扱わない。誤差が厳密に指数増大すると言わない—— $e^{\lambda t}$ が成り立つのは誤差が小さいあいだだけであり、飽和に近づけば増大は止まる。本稿の計算は線形増大の領域に限る。 τ_d の値を主張しない——1.5 日は文献で広く用いられる代表値であり、季節・領域・変数によって 1 日から 2.5 日程度まで動く。第5節はこの依存の大きさそのものを示す。単一の指数だと言わない——実際の大気には尺度ごとに違う成長率があり、小さい渦ほど速く育つ。単一の τ_d は粗い近似である。予報の改善を否定しない——現に予報は延びてきた。本稿が言うのはその延び方が対数的であるということだけであり、改善が無意味だとは言わない。既刊との関係：論文253 は時間が一本なのが法則ではなく「予言できる」という要求だと示した——本稿はその要求が、どこまでなら満たせるかを数にする。論文195 は「安定」が六つの別の言葉だと分けた——あちらは安定性の分類、本稿は予測可能性の時間尺度であり、同じ双曲性を材料にして問いが違う。論文190 は「稀」を対数の目盛りで測った——本稿の見返りも対数である。論文266 は標本化定理の前提が決して満たされないと示した——本稿の「初期値を正確に知る」も決して満たされない前提であり、構図が同じである。加えたのは一日あたりの代償を 1.5874 倍という一定倍率として書いたこと、14 → 21 → 30 → 60 日の必要精度を 25.40 / 1625.5 / 1.70×10^9 倍と計算したこと、観測 10 倍が 4.98 日にしかならないと逆から書いたこと、 τ_d を 1.0 から 2.5 まで振って答が 65536 倍から 84.4 倍まで動くと示したことである。

1. 記法と、一つの数

設定：初期値のわずかな誤差 ε_0 は、時間とともに

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{\lambda t} = \varepsilon_0 2^{t/\tau_d}$$

と育つ。 τ_d は誤差が二倍になる時間であり、大気ではおよそ 1.5 日とされる。

検算 1.1 :

量	値
二重時間 τ_d	1.5 日
$\lambda = \ln 2 / \tau_d$	0.462098 毎日

問い：予報を延ばすには、何を、どれだけ良くせねばならないか。

観察 1.2

予報が当たる期間 T は、誤差が使いものにならない大きさ $\varepsilon_{\max}$ に達するまでである。 $\varepsilon_0 2^{T/\tau_d} = \varepsilon_{\max}$ を解けば

$$T = \tau_d \log_2 \left(\frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_0} \right)$$

である——初期精度は対数の中にしか入らない。

2. 芯：一日ごとに 1.5874 倍

検算 2.1： T を一日延ばすのに要る精度の倍率は $2^{1/\tau_d}$ である。

量	値
一日あたりの精度倍率 $2^{1/1.5}$	1.5874 倍

観察 2.2

一日ごとに **1.5874 倍** であり、どこで一日延ばしても同じ倍率である。**14 日目**の一日も、**60 日目**の一日も、代償は同じ **1.5874 倍**——ただし掛け算で積み上がる。

検算 2.3： **14 日** を起点にして積み上げる。

延長	倍加回数 $(T - 14)/\tau_d$	要る精度倍率
14 → 16 日	1.3333	2.5198 倍
14 → 18 日	2.6667	6.3496 倍
14 → 21 日	4.6667	25.398 倍
14 → 24 日	6.6667	101.59 倍
14 → 28 日	9.3333	645.08 倍
14 → 30 日	10.6667	1625.5 倍
14 → 45 日	20.6667	1.6645×10^6 倍
14 → 60 日	30.6667	1.7045×10^9 倍
14 → 90 日	50.6667	1.7873×10^{15} 倍

観察 2.4

これが本稿の芯である。一週間延ばすのに **25.4** 倍、二週間で **645** 倍、一か月半で **17** 億倍——延長は足し算だが、代償は掛け算である。

観察 2.5

14 → 16 日はわずか **2.52** 倍で済む。同じ「二日延ばす」でも、88 → 90 日ならもとの精度がすでに 10^{15} 倍要る——代償の倍率は一定だが、出発点が違う。

3. 逆から見る：観測 10 倍で 4.98 日

設定：実務では逆向きに問う——観測網を N 倍精密にしたら、予報は何日延びるか。答は $\tau_d \log_2 N$ である。

検算 3.1：

精度倍率 N	延びる日数 $\tau_d \log_2 N$
2	1.5000 日
10	4.9829 日
100	9.9658 日
1000	14.9487 日
10^6	29.8974 日
10^9	44.8460 日

観察 3.2

観測を 10 倍精密にしても、延びるのは **4.98** 日だけである。誤差を半分にして稼げるのはちょうど $\tau_d = 1.5$ 日——定義そのものである。

観察 3.3

10 億倍にしても **44.85** 日である。地球上のあらゆる立方メートルに測器を置いても、二か月に届かない——見返りが対数だからである。

観察 3.4

論文190 は「稀」を対数の目盛りで測ると書いた。本稿では資源と成果の関係そのものが対数である——投入は掛け算で、成果は足し算にしかない。

観察 3.5

正直に書くべき点——予報は現に延びてきた。本稿が言うのはその延び方の形であって、改善が無意味だということではない——5 日ぶんの改善は、精度の **10 倍** という巨大な努力の成果である。

4. 約二週間という数が、ここから出る

設定：初期誤差 ε_0 が、飽和誤差 $\varepsilon_{\max}$ に対してどれだけ小さいかで、予報可能な期間が決まる。

検算 4.1：

$\varepsilon_0/\varepsilon_{\max}$	予報可能な期間 $\tau_d \log_2(\varepsilon_{\max}/\varepsilon_0)$
10^{-2}	9.9658 日
10^{-3}	14.9487 日
10^{-4}	19.9316 日
10^{-6}	29.8974 日

観察 4.2

初期誤差が飽和の 10^{-3} なら、予報可能な期間は **14.95** 日である。よく言われる「予報の限界は約二週間」という数が、この一行から出ている——二週間という数は、 τ_d と初期精度の二つだけで決まる。

観察 4.3

ここで効いているのは方程式の複雑さではない。ナビエ＝ストークス方程式を完璧に解いても、初期値が 10^{-3} の精度なら **14.95** 日で尽きる——限界は解法の側ではなく、入力側にある。

観察 4.4

論文266 は標本化定理の前提が決して満たされないと示した。本稿の「初期値を正確に知る」も決して満たされない前提である——定理は正しく、前提が届かないという同じ構図である。

5. 分離子：すべてが τ_d に乗っている

観察 5.1

分離子——何を動かすと、答が変わるか。 τ_d だけである。

検算 5.2： τ_d を振って、同じ問いへの答を見る。

τ_d [日]	14 → 30 日に要る精度倍率	観測 10 倍で延びる日数
1.0	6.5536×10^4 倍	3.3219 日
1.5	1.6255×10^3 倍	4.9829 日
2.0	2.5600×10^2 倍	6.6439 日
2.5	8.4449×10^1 倍	8.3048 日

観察 5.3

τ_d が 1.0 から 2.5 に変わるだけで、必要精度は **65536** 倍から **84.4** 倍へ、**776** 倍も違う。予報という営みの全体が、この一つの数に乗っている——だから τ_d を測ることが、予報を延ばすことと同じくらい重要である。

観察 5.4

正直に書くべき点——実際の大气に単一の τ_d は無い。尺度ごとに成長率が違い、小さい渦ほど速く育つ——本稿の単一 τ_d は粗い近似であり、示せるのは構造であって値ではない。

観察 5.5

論文195 は「安定」が六つの別の言葉だと分けた。 τ_d が有限であるのは双曲的な不安定性のためだが、本稿はその分類には入らない——あちらは何を揺らすかで分け、本稿は揺れが育つ速さだけを数にする。

観察 5.6

論文253 は、時間が一本なのが法則ではなく「予言できる」という要求だと示した。本稿はその続きである——その要求は、**14.95** 日までしか満たされない。

6. 点呼と結び

1. $\lambda = 0.462098$ 毎日 (検算1.1) : $\tau_d = 1.5$ 日から。
2. 一日あたり **1.5874** 倍 (検算2.1) : どこで延ばしても同じ倍率。
3. **14** → **21** 日で **25.398** 倍 (検算2.3) : 一週間の代償。
4. **14** → **30** 日で **1625.5** 倍 (検算2.3) : 二週間半。
5. **14** → **60** 日で 1.70×10^9 倍 (検算2.3) : 一か月半で **17** 億倍。
6. 観測 **10** 倍で **4.9829** 日 (検算3.1) : 見返りは対数。
7. **10** 億倍でも **44.846** 日 (検算3.1) : 二か月に届かない。
8. 10^{-3} なら **14.9487** 日 (検算4.1) : 「約二週間」の出どころ。
9. τ_d が **1.0** なら **65536** 倍 (検算5.2) : **2.5** なら **84.4** 倍。
10. 差は **776** 倍 (観察5.3) : 一つの数に全部が乗る。

結び：予報の限界を決めているのは、方程式でも計算機でもなく、誤差の二重時間 τ_d という一つの数である。 $\tau_d = 1.5$ 日なら、一日延ばすたびに初期値の精度が **1.5874** 倍要る——どこで延ばしても倍率は同じだが、延長は足し算で、代償は掛け算なので、一週間で **25.4** 倍、二週間で **645** 倍、一か月半で **17** 億倍になる。逆から見れば、観測を **10** 倍精密にしても延びるのは **4.98** 日であり、**10** 億倍にしても **44.85** 日である。よく言われる「約二週間」も、この一行から出る——初期誤差が飽和の 10^{-3} なら **14.95** 日。分けるものは一つ—— τ_d そのもの。**1.0** 日なら同じ延長に **65536** 倍要り、**2.5** 日なら **84.4** 倍で済む。**776** 倍の違いが、たった一つの数から生まれる。だから予報を延ばす仕事と、 τ_d を測る仕事は、同じ重さを持っている。

参考文献

1. Lorenz, E. N. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2).
2. Lorenz, E. N. (1969). The Predictability of a Flow Which Possesses Many Scales of Motion. *Tellus*, 21(3).
3. Palmer, T. N. and Hagedorn, R. (eds.) (2006). *Predictability of Weather and Climate*. Cambridge: Cambridge University Press.
4. Zhang, F. et al. (2019). What Is the Predictability Limit of Midlatitude Weather? *Journal of the Atmospheric Sciences*, 76(4).
5. Bauer, P., Thorpe, A. and Brunet, G. (2015). The Quiet Revolution of Numerical Weather Prediction. *Nature*, 525(7567).

6. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182
7. 山岸勇輝 (2026). 「安定」は六つの別の言葉であり、分けているのは何を揺らすかである [論文195]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22107170
8. 山岸勇輝 (2026). 時間が一本なのは、法則ではなく「予言できる」という要求である [論文253]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22161926
9. 山岸勇輝 (2026). 標本化定理は正しく、その前提は決して満たされない [論文266]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169765

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)