

地球の磁場が双極子から始まるのは、地球の性質ではない

— 単磁極が無いから $l = 0$ 項が恒等的に消えるだけである — 「北」は三つあり、そのうち二つは

1289 km 離れている — [論文290]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

地球の磁場を球面調和で展開すると、最低次は双極子 ($l = 1$) である。単極子項が無いことを「地球の性質」と読みたくなる。本稿が問うのは、それが地球の事情か、電磁気の事情かである——答は、電磁気の事情である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、 $l = 0$ 項は恒等的にゼロである。 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ から $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ が従い、どんな天体でも単極子項は消える (第2節)。第二に、実際の係数で双極子を測る。IGRF-13 (2020) から $B_1 = 29805.9244$ nT、モーメント $m = 7.7084 \times 10^{22}$ A·m² (第3節)。第三に、これが本稿のもう一つの芯である。モーメントの式に 4π が二度立ち、そのまま約分されて消える—— $4\pi a^3/\mu_0 = a^3 \times 10^7$ である (第3節)。第四に、双極子軸は 9.4105° 傾いている (第3節)。第五に、「北」は三つある。地磁気北極と磁北極は **1289.1 km** 離れており、別の場所である (第4節)。第六に、分離子は「何が消しているか」である。単極子項を消しているのは地球ではなく、単磁極が見つからないという事実である (第5節)。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——球面調和展開、ガウス係数、IGRF モデル、双極子モーメントの式、三つの「北」の定義は、いずれも標準的である。地球物理学を作らない——使うのは一つの平方根と、一つの逆余弦と、一つの大円距離だけである。ダイナモを論じない——磁場の生成機構も、逆転も、外核の対流も一切扱わない。逆問題を扱わない——ガウス (1839) は表面データだけから内部源と外部源を分離したが、本稿は順方向の展開に留める。単磁極の存在を否定しない—— $l=0$ 項が消えるのは「地球の内部に正味の磁荷が無い」という条件からである。単磁極が存在しないことの証明ではない。IGRF の値を主張しない——ガウス係数は5年ごとに更新される観測値であり、2020 年の値である。極位置も年単位で動く。磁北極の移動を予測しない——年 55 km は近年の速さであり、将来の外挿はしない。 4π の約分に意味を主張しない——第3節の約分はSI の μ_0 の定義に由来するのであって、論文02 の幾何的な 4π とは身分が違う。既刊との関係 : 論文146・147・151 はディラックの単磁極量子化を扱った——本稿はその帰結の側であり、単極子が無いことが展開の形を決めるという一点だけを使う。論文02 は逆二乗場に純粋立体角 4π が現れることを示した——本稿の 4π は二度立って約分されるので、論文258 の条件 (点源・三次元・等方) に照らせば、幾何の 4π ではない。論文99 は境界から内部を読む逆問題を扱った——本稿はその順方向である。論文112 は「同じ韻の別根」を数えた——本稿の三つの「北」も一語の下の三つの別定義である。加えたのは $l=0$ が消える理由を地球の外に置いたこと、 4π が二度立って約分されると確かめたこと、双極子軸の傾きを 9.4105° と計算したこと、三つの「北」の相互距離を $1289.1/1034.1/389.2$ km と測ったことである。

1. 記法と問い

設定 : 地球表面の外側では磁場がポテンシャル V を持ち、球面調和で展開される。

$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\cos \theta)$$

和が $l=1$ から始まっていることに注意する。

問い : $l=0$ の項はどこへ行ったか。それは地球が持っていないのか、原理的に存在しえないのか。

観察 1.1

「地球の磁場は双極子である」という言い方は、地球の性質を述べているように聞こえる。本稿はそれを半分だけ正しいと見る——双極子が最低次であることは地球の性質ではない。

2. $l = 0$ 項は、恒等的にゼロである

観察 2.1

$l = 0$ の項は $1/r$ に比例するポテンシャル、すなわち磁気単極子に対応する。

観察 2.2

マクスウェル方程式の一つは $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ である。発散定理により、任意の閉曲面で

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

が成り立つ——正味の磁束は必ずゼロである。

観察 2.3

$l = 0$ 項があれば、球面上で $\mathbf{B}$ の法線成分が一様に同符号になる。積分はゼロにならない——したがって $l = 0$ 項は恒等的に消える。

観察 2.4

これが本稿の一つ目の芯である。地球の中を見なくても、この項が無いことが分かる——木星でも、太陽でも、実験室の電磁石でも同じである。消しているのは地球ではない。

観察 2.5

論文146・147・151 はディラックの単磁極量子化を扱った。そこでは単磁極が存在としたら何が起きるかが問われた——本稿はその帰結の側である。在らないと置くことが、展開の第一項を決めている。

観察 2.6

正直に書くべき点——これは単磁極が存在しないことの証明ではない。使ったのは「考えている球面の内側に正味の磁荷が無い」という条件だけである——条件が成り立つかぎり、第一項は双極子である。

3. 双極子を測る：4π が二度立って、約分される

検算 3.1：IGRF-13（元期 2020）の一次のガウス係数から、双極子の大きさを出す。

係数	値 [nT]
g_1^0	-29404.8
g_1^1	-1450.9
h_1^1	+4652.5
$B_1 = \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}$	29805.9244

検算 3.2：双極子モーメント $m = (4\pi a^3/\mu_0)B_1$ を出す（ $a = 6371.2$ km）。

量	値
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$	1.2566371×10^{-6}
$4\pi a^3/\mu_0$	2.5862×10^{27}
m	$7.7084 \times 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$

観察 3.3

これが本稿のもう一つの芯である。式の中に 4π が二度立っている——分子の $4\pi a^3$ と、分母の $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ である。そして

$$\frac{4\pi a^3}{\mu_0} = \frac{4\pi a^3}{4\pi \times 10^{-7}} = a^3 \times 10^7$$

と、そのまま約分されて消える。

観察 3.4

したがって双極子モーメントの式に 4π は残らない。 $m = a^3 \times 10^7 \times B_1$ である—— 4π が二つ見えるのは、SI の書き方の産物である。

観察 3.5

論文258 は 4π が出るのは源が点のときだけだと書いた。ここでは源は点ではなく、逆二乗でもない——だから論文02 の幾何的な 4π とは身分が違う。約分されるという事実そのものが、規約由来であることの証拠である。

検算 3.6：双極子軸の傾き。

量	値
$ g_1^0 /B_1$	0.986542
傾き $\arccos(g_1^0 /B_1)$	9.4105 度

検算 3.7：双極子がどれだけ支配的かを、二次の項と比べる。

量	値 [nT]
一次（双極子） B_1	29805.9
二次（四重極） B_2	5238.5
比 B_1/B_2	5.6898 倍

観察 3.8

双極子は四重極の **5.69** 倍にすぎない。「地球の磁場は双極子だ」という近似は、15% ほどの誤りを含んでいる——最低次であることと、支配的であることは別である。

4. 「北」は三つあり、二つは 1289 km 離れている

検算 4.1：2020 年の三つの「北」。

名前	定義	位置
地理北極	自転軸	90.0°N
地磁気北極	双極子軸の交点	80.7°N, 72.7°W
磁北極	伏角が 90° の点	86.5°N, 164.0°E

検算 4.2：大円距離を測る。

組	距離
地磁気北極 — 磁北極	1289.1 km
地理北極 — 地磁気北極	1034.1 km
地理北極 — 磁北極	389.2 km

観察 4.3

地磁気北極と磁北極は 1289 km 離れている。東京と札幌の距離より遠い——「磁石の北」と言ったとき、どちらを指しているかで答が変わる。

観察 4.4

意外なことに、磁北極のほうが地理北極に近い（389 km 対 1034 km）。双極子軸のほうがずれが大きい——高次の項が、伏角 90° の点を極のほうへ引き戻しているからである。

観察 4.5

磁北極は動いている。1900 から 2020 の 120 年で約 2300 km、平均 19.17 km/年——現在は年 55 km で、平均の 2.87 倍である。

観察 4.6

分離子——どの「北」かを書かなければ、偏角の符号すら決まらない。地磁気北極を基準に取るか磁北極を取るかで、同じ地点の偏角が数度違う——定義を書かない「北」は、量ではない。

5. 分離子：消しているのは何か

観察 5.1

分離子——何を動かすと、 $l = 0$ 項が現れるか。単磁極が存在することである。

	展開の第一項	理由
重力場	$l = 0$ (単極子)	質量に負が無い
静電場 (正味電荷あり)	$l = 0$ (単極子)	電荷は分離できる
磁場	$l = 1$ (双極子)	正味の磁荷が無い

観察 5.2

三行を並べると分かる。最低次を決めているのは、場の源に正味の量が残せるかどうかである——天体の性質ではない。

観察 5.3

論文02 は逆二乗場に純粹立体角 4π が現れることを示した。重力の $l = 0$ 項こそが、その 4π の住所である——磁場にはその項が無いので、 4π の身分も違う (第3節で約分された)。

観察 5.4

論文99 は境界のデータから内部を読む逆問題を扱った。ガウスは 1839 年に、表面の磁場データだけから内部源と外部源を分離した——本稿は順方向に留めるが、 $l = 0$ が無いという制約は、その逆問題の解を一つ減らしている。

6. 点呼と結び

1. $l = 0$ は恒等的にゼロ（観察2.3）： $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ から。
2. 地球を見なくても分かる（観察2.4）：木星でも電磁石でも同じ。
3. $B_1 = 29805.9244 \text{ nT}$ （検算3.1）：IGRF-13、2020。
4. 4π が二度立って約分（観察3.3）： $4\pi a^3/\mu_0 = a^3 \times 10^7$ 。
5. $m = 7.7084 \times 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$ （検算3.2）： 4π は残らない。
6. 傾き 9.4105° （検算3.6）：双極子軸。
7. $B_1/B_2 = 5.6898$ （検算3.7）：最低次と支配的は別。
8. 地磁気北極 – 磁北極 = 1289.1 km （検算4.2）：別の場所。
9. 磁北極のほうが近い（ 389.2 km ）（観察4.4）：高次項が引き戻す。
10. 年 55 km 、平均の 2.87 倍（観察4.5）：今は速い。

結び：地球の磁場が双極子から始まるのは、地球の性質ではない。 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ が $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ を強いるので、 $l = 0$ 項はどんな天体でも恒等的に消える——木星でも、太陽でも、実験室の電磁石でも同じである。消しているのは、単磁極が見つかっていないという電磁気の側の事実である。実際の値も測った——IGRF-13（2020）から $B_1 = 29805.9244 \text{ nT}$ 、 $m = 7.7084 \times 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$ 、双極子軸の傾き 9.4105° 。そのモーメントの式には 4π が二度立つが、 $4\pi a^3/\mu_0 = a^3 \times 10^7$ とそのまま約分されて消える——約分されること自体が、この 4π が規約由来だという証拠である。そして「北」は三つある——地磁気北極と磁北極は 1289.1 km 離れており、別の場所である。分けるものは一つ——場の源に、正味の量を残せるかどうか。残せる重力は $l = 0$ から始まり、残せない磁場は $l = 1$ から始まる。天体を調べても、この違いは出てこない。

参考文献

1. Gauss, C. F. (1839). *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*. Leipzig: Weidmann.
2. Alken, P. et al. (2021). International Geomagnetic Reference Field: the Thirteenth Generation. *Earth, Planets and Space*, 73(1).
3. Merrill, R. T., McElhinny, M. W. and McFadden, P. L. (1996). *The Magnetic Field of the Earth*. San Diego: Academic Press.

4. Backus, G., Parker, R. and Constable, C. (1996). *Foundations of Geomagnetism*. Cambridge: Cambridge University Press.
5. Livermore, P. W., Finlay, C. C. and Bayliff, M. (2020). Recent North Magnetic Pole Acceleration Towards Siberia Caused by Flux Lobe Elongation. *Nature Geoscience*, 13(6).
6. 山岸勇輝 (2026). 4π 質量相殺定理 — 逆二乗場における純粋立体角の出現と無摩擦平衡 (Zero-Tension) の数理構造 [論文02]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403931
7. 山岸勇輝 (2026). 境界から内部を読む — カルデロン問題・電気インピーダンス断層法 (EIT) と、逆問題という構え [論文99]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758790
8. 山岸勇輝 (2026). デイラックの弦は、一枚の紙で書こうとした跡である [論文146]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082868
9. 山岸勇輝 (2026). 二枚の被覆は、円周について間違った答を返す [論文151]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22084096
10. 山岸勇輝 (2026). 4π が出るのは、源が点のときだけである [論文258]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169011

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)