

勝率 99.9999% の戦略の期待値は、ちょうど 0 である

— 勝率を 1 に近づけると、負けたときの損失が同じ速さで増える — 柵を作っているのは確率ではなく資金であり、倍賭けは標準偏差を 1024 倍にただけである — [論文298]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

負けたら賭金を倍にする「倍賭け」は、勝率をいくらでも 1 に近づけられる。本稿が問うのは、それで期待値が動くかである——答は、ちょうど 0 のままである。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。第一に、勝率はいくらでも上げられる。資金 $2^k - 1$ で k 連敗まで耐えられ、 $k = 20$ なら勝率は **99.9999046%** である（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。それでも期待値は k によらずちょうど 0——

$1 - 2^{-k} - 1 + 2^{-k} = 0$ である（第2節）。第三に、負ける確率と損失の積が、利得とちょうど釣り合う。

$2^{-k} \times (2^k - 1) = 1 - 2^{-k}$ であり、 $k \rightarrow \infty$ で 1 に近づく（第3節）。第四に、動いたのは分散である。 $k = 20$ で標準偏差が **1024** 倍になり、期待値は 0 のままである（第3節）。第五に、胴元の取り分があると悪化する。同じ 1 単位を勝つのに、期待損失が **26.07** 倍になる（第4節）。第六に、分離子は確率ではなく資金である。資金を無限にすると任意停止定理の前提が三つとも破れる（第5節）。

本稿の射程 (scope note) : 新しい数学定理も新しい法則も主張しない——倍賭け戦略、マルチンゲール、任意停止定理、その三つの十分条件は、いずれも標準的である。確率論を作らない——使うのは一つの等比級数と、一つの期待値の計算だけである。任意停止定理を証明しない——十分条件を引くだけであり、証明には立ち入らない。賭博を勧めない——本稿は期待値がどう振る舞うかだけを数える。第4節が示すとおり、胴元の取り分がある賭けでは期待値は負である。最適戦略を論じない——ケリー基準にも、効用関数にも、破産確率の最小化にも立ち入らない。現実の賭場を論じない——賭金上限も、資金制約の実際も扱わない。資金 $2^k - 1$ は数学的な設定である。分散を悪だと言わない——第3節の 1024 倍は事実の記述であって、分散が大きいことが常に悪いとは主張しない。裾の分布を扱わない——論文190 が重い裾と大偏差を扱った。本稿は分布の形に入らず、期待値と分散だけを数える。既刊との関係：論文143 は最小エントロピー生成が原理ではなく柵つきの定理だと示した——本稿の任意停止定理も柵つきの定理であり、柵が外れると結論が崩れるという同じ形である。論文194 は四つの平均が一つの族であり、等号の柵が一つしかないと示した——本稿も柵が一つだけである。論文220 は「独立」が四つあると数えた——本稿の各回の賭けはそのうち一つの意味で独立である。論文190 は「稀」を対数の目盛りで測った——本稿の 2^{-20} も対数で読む。加えたのは期待値が k によらず厳密に 0 になると計算したこと、負ける確率と損失の積が $1 - 2^{-k}$ で利得とちょうど釣り合うと示したこと、標準偏差が 1024 倍になると測ったこと、胴元の取り分があると期待損失が 26.07 倍になると計算したこと、柵を「確率ではなく資金」と名指したことである。

1. 記法と問い

設定：公平な賭け（勝率 $1/2$ 、勝てば賭金と同額を得る）を考える。戦略は「負けたら賭金を倍にし、勝ったらやめる」である。

観察 1.1

k 回目で初めて勝てば、それまでの損は $1 + 2 + \dots + 2^{k-1} = 2^k - 1$ で、その回の利得は 2^k である。差引 $+1$ ——いつ勝っても、必ず 1 単位の得になる。

問い：では、この戦略は儲かるのか。

観察 1.2

儲からない。本稿はそれを数で示し、なぜかを分ける——止めているのは確率ではなく、資金である。

2. 芯：勝率を上げても、期待値はちょうど 0

設定：資金を $2^k - 1$ とする。これで k 連敗までは耐えられ、 $k + 1$ 回目の賭金が払えず破滅する。

検算 2.1：

k	資金 $2^k - 1$	勝率 $1 - 2^{-k}$	負けたときの損失	期待値
1	1	50.0000000%	1	0
5	31	96.8750000%	31	0
10	1023	99.9023438%	1023	0
20	1048575	99.9999046%	1048575	0
30	1073741823	99.9999999%	1073741823	0

観察 2.2

これが本稿の芯である。勝率は k とともに 1 に近づくが、期待値は k によらず厳密に 0 である。

検算 2.3：代数で確かめる。

$$EV = (1 - 2^{-k}) \cdot (+1) + 2^{-k} \cdot (-(2^k - 1)) = 1 - 2^{-k} - 1 + 2^{-k} = 0$$

観察 2.4

項がそっくり打ち消し合う。 -2^{-k} と $+2^{-k}$ 、 $+1$ と -1 ——近似ではなく、恒等的に 0 である。

観察 2.5

$k = 20$ の行を読む。99.9999% の確率で 1 単位得るが、0.0001% の確率で 1,048,575 単位失う——「ほぼ確実に少し勝ち、ごく稀に破滅する」。

3. 釣り合っているのは積であり、動いたのは分散である

検算 3.1：負ける確率と、そのときの損失の積を取る。

k	負ける確率 2^{-k}	損失 $2^k - 1$	積
5	3.125000×10^{-2}	31	0.9687500000
10	9.765625×10^{-4}	1023	0.9990234375
20	9.536743×10^{-7}	1048575	0.9999990463
30	9.313226×10^{-10}	1073741823	0.9999999991
40	9.094947×10^{-13}	1099511627775	1.0000000000

観察 3.2

積は $1 - 2^{-k}$ であり、1 に近づく。そして利得の側も $(1 - 2^{-k}) \times 1$ で同じ値である——確率を小さくした分だけ、損失が大きくなっている。

観察 3.3

これが「期待値が動かない」ことの中身である。勝率を 1 に近づける操作と、損失を大きくする操作が、同じ一つの操作——片方だけを動かすことはできない。

検算 3.4：では何が動いたか。 $k = 20$ で分散を計算する。

	1 回だけ賭ける	倍賭け ($k = 20$)
期待値	0	0
分散	1	1.0486×10^6
標準偏差	1	1024.0

観察 3.5

倍賭けは標準偏差を **1024** 倍にただけである。期待値は **0** のまま——戦略が動かしたのは第一モーメントではなく第二モーメントである。

検算 3.6：賭ける回数かどうか。

k	期待される賭け回数
10	1.998047
20	1.999998

観察 3.7

平均すると2回で終わる。ほとんどの回は1回か2回で勝って終わる——破滅が稀に見えるのは、実際に稀だからである。稀なぶん、大きい。

4. 胴元の取り分があると、26 倍悪くなる

設定：ルーレットで赤に賭ける。0 があるので勝率は $18/37 = 0.486486$ である。

検算 4.1：

量	値
1 回の期待値（元金 1 あたり）	−2.7027%

検算 4.2：同じ倍賭けを、この不利な賭けで行う。

k	勝率	損失	期待値
5	96.429250%	31	−0.142640
10	99.872497%	1023	−0.305626
20	99.999837%	1048575	−0.704659

観察 4.3

公平な賭けでは 0 だったものが、負に開いていく。そして k を上げるほど悪くなる——倍賭けは不利を消さない。

検算 4.4：「1 単位勝つ」という同じ目的を、二つのやり方で比べる。

やり方	期待損失
1 回だけ賭ける	0.027027
倍賭け ($k = 20$)	0.704659
比	26.07 倍

観察 4.5

同じ 1 単位を狙うのに、倍賭けは期待損失を **26.07 倍**にする。勝率を上げた代償が、そのまま期待損失に乗っている——不利な賭けでは、分散を増やすと期待値も悪くなる。

観察 4.6

公平な賭けでは期待値が動かず、不利な賭けでは悪化する。どちらの場合も、良くはならない——これが「戦略で期待値は動かせない」ことの二つの顔である。

5. 分離子：柵を作っているのは資金である

観察 5.1

ここで奇妙なことが起きる。資金が無限なら、 k に上限が無く、勝率はちょうど 1 になる——確率 1 で +1 単位、すなわち公平な賭けから確実な利益が出る。

観察 5.2

これは任意停止定理に反する。定理は「公平な賭けを止めても期待値は変わらない」と言う——ただし前提つきである。

検算 5.3：三つの十分条件のどれか一つが要る。

前提	倍賭けでは
(a) 停止時刻が有界	破れる（いつ勝つか分からない）
(b) 増分が有界	破れる（賭金が 2^k で増える）
(c) 一様可積分	破れる（破滅時の損失が発散する）

観察 5.4

三つとも破れている。したがって定理は適用できず、矛盾は起きていない——定理が間違っているのではなく、前提の外にいる。

観察 5.5

分離子——何を動かすと、この戦略が機能するか。資金である。確率を変える必要はない——公平な賭けのまま、資金だけを無限にすれば「必勝法」になる。

観察 5.6

論文143 は最小エントロピー生成が原理ではなく柵つきの定理だと示した。任意停止定理も同じである——柵（有界性・一様可積分性）の内側でしか成り立たない。そして本稿の柵は、確率の側ではなく資金の側に立っている。

観察 5.7

したがって「勝率 99.9999%」という数字は何も保証しない。同じ数字が、有限資金では期待値 0、無限資金では期待値 +1 を意味する——確率だけを見ても、どちらか分からない。

6. 点呼と結び

1. $k = 20$ で勝率 99.9999046% (検算2.1) : 資金 1048575。
2. 期待値は k にらず 0 (検算2.3) : 恒等的に打ち消す。
3. 積は $1 - 2^{-k}$ (検算3.1) : 利得とちょうど釣り合う。
4. $k = 40$ で積が 1.0000000000 (検算3.1) : 1 に収束。
5. 標準偏差 1024 倍 (検算3.4) : 期待値は 0 のまま。
6. 期待賭け回数 1.999998 (検算3.6) : ほぼ 2 回で終わる。
7. ルーレットで -0.704659 (検算4.2) : k を上げるほど悪い。
8. 期待損失 26.07 倍 (検算4.4) : 同じ 1 単位を狙って。
9. 三つの前提が全部破れる (検算5.3) : 矛盾は起きていない。
10. 柵は資金の側 (観察5.5) : 確率ではない。

結び：勝率 99.9999% の戦略の期待値は、ちょうど 0 である。資金 $2^k - 1$ で k 連敗まで耐えられ、 $k = 20$ なら勝率は 99.9999046%——それでも $(1 - 2^{-k}) - 2^{-k}(2^k - 1) = 0$ が恒等的に成り立つ。釣り合っているのは積である——負ける確率を 2^{-k} に下げる操作と、損失を $2^k - 1$ に上げる操作が、同じ一つの操作であり、片方だけを動かすことはできない。動いたのは分散だけである——倍賭けは標準偏差を 1024 倍にし、期待値は 0 のまま置いた。胴元の取り分があれば、さらに悪い——同じ 1 単位を狙うのに、期待損失が 26.07 倍になる。分けるものは一つ——確率ではなく、資金。資金が無限なら任意停止定理の前提が三つとも破れ、公平な賭けから確実な利益が出てしまう。柵は確率の側ではなく、資金の側に立っている。だから「勝率 99.9999%」という数字は、それだけでは何も保証しない。

参考文献

1. Doob, J. L. (1953). *Stochastic Processes*. New York: Wiley.
2. Ville, J. (1939). *Etude Critique de la Notion de Collectif*. Paris: Gauthier-Villars.
3. Williams, D. (1991). *Probability with Martingales*. Cambridge: Cambridge University Press.
4. Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume I*. New York: Wiley.

5. Kelly, J. L. (1956). A New Interpretation of Information Rate. *Bell System Technical Journal*, 35(4).
6. 山岸勇輝 (2026). 最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である [論文143]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082367
7. 山岸勇輝 (2026). 「稀」は、対数の目盛りで測る [論文190]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106182
8. 山岸勇輝 (2026). 四つの平均は一つの族であり、等号の柵は一つしかない [論文194]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22106809
9. 山岸勇輝 (2026). 「独立」は四つあり、たがいに何も言わない [論文220]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22119838

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)