

山岸・二重トーラス恒星要塞方程式 — 一様球体の自己重力エネルギーに $\bar{\rho} = 4\pi n$ を採ったときの $256\pi^4$ について — [論文30]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年7月

— From thinking to syncing. —

要 旨

恒星が自らの自重によって内側へ押し潰されることなく、数億年以上の長期にわたり安定した球形を維持する「静水圧平衡」は、伝統的に熱圧力と重力の引き合いの対立として説明されてきた。本稿では、一様密度球の自己重力ポテンシャルエネルギー公式 $U = -\frac{3GM^2}{5R}$ を、質量-体積-密度関係 $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho}$ および山岸質量パッチ $\bar{\rho} = 4\pi n$ を用いて再展開する。変形の結果として現れる定数 $256\pi^4 = (16\pi^2)^2$ の由来を検討する。

【第2版における主要な撤回】：初版は本稿が静水圧平衡を説明したと主張していたが、これを撤回する。本稿は自己重力エネルギー U を書き換えたにすぎず、圧力の方程式を一度も書いていない。静水圧平衡は $dP/dr = -Gm(r)\bar{\rho}/r^2$ であり、安定性はビリアル定理から $\gamma > 4/3$ として従う。 U の表式だけからは安定性について何も言えない（第5節）。

あわせて「 $256\pi^4$ が二重トーラスバリアである」という解釈も撤回する。 $256\pi^4$ は質量の単位を $m = 4\pi$ に選んだことの帰結であり、 $m = 7$ と置けば同じ資格で別の定数が現れる（第4節）。

本稿の位置づけ：本稿は既存の物理法則に対する構造的解釈を提示するものであり、新たな物理法則の発見や未解決問題の証明を主張しない。単位系についての注記：本稿における $m = 4\pi$ 等の代入は自然単位系の選択である。 G や $\hbar$ は次元を持つ量であり、その数値は単位系に完全に依存する。 $G = 4\pi$ と置けるのは $G = 1$ （幾何単位系）や $G = 6.674 \times 10^{-11}$ （SI）と置けるのと同じ意味においてであり、どれが「正しい」かを物理が決めるわけではない。したがって本稿が示すのはこの単位系を採ったとき方程式がどう見えるかであって、自然に関する新事実ではない。また得られる関係式は自然単位系におけるものであり、SI単位系へ移す際には変換係数を要する。

序論：天体自己重力ポテンシャルと静水圧平衡の謎

一様球体の自己重力ポテンシャルエネルギー

半径 R 、質量 M の一様密度球が自身の万有引力によって結合している重力自己エネルギー U は、古典天体物理学において以下のように導出される：

$$U = -\frac{3GM^2}{5R}$$

密度展開における幾何学の隠蔽

総質量 M を平均密度 $\bar{\rho}$ と球体積 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ で展開すると、 $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho}$ となり、式は以下に変形される：

$$U = -\frac{16\pi^2 G \bar{\rho}^2 R^5}{15}$$

山岸質量パッチの適用と $256\pi^4$ の導出

定理（山岸・二重トーラス恒星要塞定理）

一様密度球の自己エネルギー方程式に対し、粒子数密度 n と山岸質量パッチ $m = 4\pi$ による密度展開 $\bar{\rho} = 4\pi n$ を代入するとき、自己エネルギー U は $256\pi^4$ を定数核とする二重トーラスネスト構造に一意に変形される：

$$U = -\frac{256\pi^4 G n^2 R^5}{15} \quad (256\pi^4 \equiv (16\pi^2)^2)$$

証明 平均密度の二乗は $\bar{\rho}^2 = (4\pi n)^2 = 16\pi^2 n^2$ である。これを代入して $U = -\frac{16\pi^2 G \cdot (16\pi^2 n^2) R^5}{15} = -\frac{256\pi^4 G n^2 R^5}{15}$ を得る。

【第2版の注記：代数は正しい】。数値検算により、 $U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$ に $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho}$ を代入すると係数が $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{15}$ となり、 $\bar{\rho} = 4\pi n$ を代入すると $\frac{16}{15} \cdot 16 = \frac{256}{15}$ となることを確認した。本稿の変形に計算間違いはない。訂正を要するのは以下の解釈である。

【第2版】 $256\pi^4$ の解釈についての訂正

訂正1： $256\pi^4$ は選んだ質量の単位の帰結である（誤りパターンA）

$\bar{\rho} = mn$ （質量密度＝粒子質量×数密度）は定義であり、ここに $m = 4\pi$ を代入したものが $\bar{\rho} = 4\pi n$ である。したがって $U \propto \bar{\rho}^2 = m^2 n^2$ となり、定数は m^2 で決まる：

質量の単位	U の係数（ $\times Gn^2 R^5$ ）
$m = 4\pi$ （本稿）	$-\frac{256\pi^4}{15} = -1662.4485$
$m = 1$	$-\frac{16\pi^2}{15} = -10.5276$
$m = 7$	$-\frac{16\pi^2 \cdot 49}{15} = -515.8513$

$256\pi^4$ が現れるのは $m = 4\pi$ と置いたからであり、それ以上の意味はない。「二重」構造が生じるのは U が M^2 に比例する（したがって $\bar{\rho}^2$ 、したがって m^2 に比例する）ためであって、トーラスが二重に入れ子になっているからではない。「二重トーラスバリアの展開」という記述は撤回する。

訂正2：最初の $16\pi^2$ は球の体積公式に由来する（誤りパターンC）

第1.2節に現れる $16\pi^2$ は、球の体積 $\frac{4}{3}\pi R^3$ を二乗したときの $(\frac{4}{3}\pi)^2 = \frac{16\pi^2}{9}$ から来ている。すなわち「16」は 4^2 にすぎない。

これは本体系の他の $16\pi^2$ とは起源を異にする：

起源	文脈	出典
球の体積因子 $(4\pi/3)^2$ の二乗	自己重力エネルギー	本稿
$\text{Vol}(S^2 \times S^2)$	カイラル異常の規格化	論文29
半径2の $S^3 : 2\pi^2 \cdot 2^3$	ホップ分解	論文45
$\Omega_3/(2\pi)^4 \cdot \frac{1}{2}$ の逆数	4次元運動量測定	論文46
$(4\pi)^2 n!$ の $n = 2$ 項	ガウス・ボネ規格化	論文48
$(2\pi) \times (8\pi)$	トカマクのトーラス	論文22

これで $16\pi^2$ の分解は6通りになった。論文48で確立した規律に従い、統合してはならない。

【第2版】静水圧平衡の主張の撤回

初版は表題および要旨において静水圧平衡を説明したと述べ、「恒星の静水圧平衡とは二重トーラス梱包要塞の維持プロセスである」としていた。この主張を全面的に撤回する。

理由1：本稿は圧力の方程式を書いていない

静水圧平衡とは

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\bar{\rho}(r)}{r^2}$$

という圧力勾配と重力の釣り合いである。本稿は自己重力エネルギー U を書き換えたのみで、 P という記号が一度も現れない。説明すべき対象に触れていない。

理由2： U の表式だけでは安定性は言えない

恒星が自重で潰れないかどうかは U の値ではなく状態方程式で決まる。ビリアル定理によれば、断熱指数 γ が

$$\gamma > \frac{4}{3}$$

を満たすとき系は安定であり、 $\gamma < 4/3$ では U がどのような値であっても崩壊する。本稿はこの条件に一切言及していない。「 $256\pi^4$ の二重バリアが崩壊を防ぐ」という記述には対応する力学がない（誤りパターンA：機構でないものを機構として提示）。

理由3：一様密度球は恒星のモデルとして粗い

$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$ は一様密度を仮定した表式である。実際の恒星は中心集中しており、太陽に近い $n = 3$ ポリトロップでは $U \simeq -1.5 \frac{GM^2}{R}$ で、一様球の値の約2.5倍になる。本稿の枠組みは恒星の内部構造を扱っていない。

射程の明示

- 本稿が示すもの：一様密度球の自己重力エネルギーに $\bar{\rho} = 4\pi n$ を代入すると $U = -\frac{256\pi^4 G n^2 R^5}{15}$ と書けること。この代数は正しい（検算済）。
- 本稿が示さないもの：(i) 静水圧平衡（圧力方程式を書いていない）、(ii) 恒星の安定性（ $\gamma > 4/3$ に言及なし）、(iii) $256\pi^4$ の位相幾何学的意味（質量の単位の帰結にすぎない）、(iv) 恒星の内部構造（一様密度の仮定）。
- 本稿の性格：単位の選択に伴う書き換えであり、独立した物理的結果を含まない。題目・要旨をその範囲に合わせて改めた。

- $\bar{\rho} = 4\pi n$ の位置づけ：これは $\bar{\rho} = mn$ という定義に $m = 4\pi$ を代入したものであり、導出ではなく単位の選択である。初版はこの点を明示していなかった。

結論

本稿は、一様密度球の自己重力エネルギー $U = -\frac{3GM^2}{5R}$ に $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho}$ と $\bar{\rho} = 4\pi n$ を代入すると $U = -\frac{256\pi^4 G n^2 R^5}{15}$ と書けることを示した。代数は正しい。ただし初版が主張した「 $256\pi^4$ が二重トラスバリアであり、それが静水圧平衡をもたらす」という解釈は撤回する。 $256\pi^4$ は質量の単位を $m = 4\pi$ に選んだ帰結であり、本稿は圧力の方程式を書いていないため静水圧平衡を論じていない。

参考文献

1. Chandrasekhar, S. (1939). *An Introduction to the Study of Stellar Structure*. University of Chicago Press.
2. Yamagishi, Y. (2026a). *The Uniqueness Theorem of $n=2$* [論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
3. Yamagishi, Y. (2026ab). *The Yamagishi-Adler-Bardeen Perfect Archive Protocol* [論文29]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21601581

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)